

doi: 10.7690/bgzdh.2019.05.002

## 里程计辅助的 SINS 行进间对准方法

薛海建, 何利益, 孙锦海, 于 帅

(中国人民解放军 96813 部队 52 分队, 安徽 黄山 245000)

**摘要:** 为实现车载捷联惯导系统在行驶条件下的初始对准, 提高车载武器系统的机动能力, 提出一种里程计辅助的捷联惯导系统行进间自主式对准方法。通过推导载体坐标系下的速度积分方程, 利用姿态矩阵的链式法则, 将惯导初始对准转化为初始姿态的最优确定问题, 进而采用 QUEST 算法求取初始姿态矩阵, 并给出了算法的离散化递推模型, 实现了导航前一刻的行进间自主对准。仿真结果表明: 该算法在无需任何先验姿态信息的条件下, 能实现捷联惯导系统的行进间快速高精度对准。

**关键词:** 捷联惯性导航系统; 行进间对准; 里程计; 速度积分方程

**中图分类号:** TP202 **文献标志码:** A

## In-motion Alignment Method for SINS Aided by Odometer

Xue Haijian, He Liyi, Sun Jinhai, Yu Shuai

(No. 52 Team, No. 96813 Unit of PLA, Huangshan 245000, China)

**Abstract:** To realize initial alignment for a moving state vehicle-carried strapdown inertial navigation system (SINS) and improve the motor ability of vehicle-mounted weapons system, an in-motion alignment method for vehicle-carried SINS aided by odometer was presented, in which the velocity integration formula is derived in body frames and the initial alignment has been transformed into a optimization problem of determining the initial attitude by using the chain rule. Then the initial attitude matrix is solved by using QUEST method and the detailed discretization recursive model of algorithm is given, the auto in-motion alignment is achieved before the navigation start. The simulation results show that the method can accomplish the in-motion alignment quickly and accurately without any prior attitude information.

**Keywords:** strapdown inertial navigation system (SINS); in-motion alignment; odometer; velocity integration formula

### 0 引言

初始对准是捷联惯性导航系统 (strapdown inertial navigation system, SINS) 关键技术之一, 其精度和快速性直接影响导航系统的性能<sup>[1]</sup>。目前, 捷联惯导系统的静基座对准问题已经得到了解决<sup>[2-6]</sup>。但是, 静基座对准对环境要求较高, 如要求发动机熄火、车辆和工作人员保持静止等, 因而大大降低了系统的快速反应能力和抗击打能力。

在保证对准精度的前提下, 行进间对准方式能有效提高载体的机动能力, 逐渐成为研究的热点<sup>[7-10]</sup>。不同于静基座对准, 行进间对准通常需要利用外部设备提供辅助信息 (如位置或速度等)。鉴于 GPS 能直接提供载体在导航坐标系下的速度和位置, 文献[11-13]研究了用全球定位系统 (global positioning system, GPS) 提供量测信息, 实现行进间对准的方法, 通过推导导航坐标系下的速度积分方程, 将运动基座下的初始对准问题转化为初始姿态的最优估计问题, 取得了不错的效果。由于 GPS

卫星信号易受遮挡或干扰, 且受制于美国, 限制了其在军事领域内的应用。相比 GPS, 里程计作为一种完全自主式的传感器, 有不受控制和信号完整的特点, 在战争环境下更为安全和隐蔽<sup>[7,14-15]</sup>, 但里程计提供的是车辆在载体坐标系下的速度增量, 而非导航坐标系下, 文献[11-13]中的速度积分方程并不适用; 因此, 笔者在推导载体坐标系下的速度积分方程的基础上, 提出一种里程计辅助的捷联惯导系统行进间自主式对准方法, 并详细给出了算法的离散化递推模型, 实现了导航前一刻的行进间自主对准。

### 1 坐标系规定

1) 地球坐标系 ( $e$  系): 原点为地球中心  $O_e$ ,  $O_e x_e$  和  $O_e y_e$  在地球赤道平面内,  $O_e x_e$  指向本初子午线方向,  $O_e y_e$  则指向东经  $90^\circ$ ,  $O_e z_e$  沿地球极轴指向北极。地球坐标系随地球转动相对惯性系运动, 转动速度为地球自转速度  $\omega_e$ 。

2) 地理坐标系 ( $n$  系): 原点位于载体质心  $O$ ,

收稿日期: 2019-01-21; 修回日期: 2019-03-04

作者简介: 薛海建 (1986—), 男, 安徽人, 博士, 工程师, 从事导航制导、定位定向与基准传递技术研究。

以水平东向为  $Ox_n$  轴, 水平北向为  $Oy_n$  轴,  $Oz_n$  沿地垂线向上。

3) 地心惯性坐标系 ( $i$  系): 在对准起始时刻将  $e$  系惯性凝固后形成的坐标系, 该坐标系在惯性空间内保持指向不变。

4) 载体坐标系 ( $b$  系): 原点位于载体质心  $O$ ,  $Ox_b$  指向载体的右方,  $Oy_b$  指向载体的正前方,  $Oz_b$  指向载体上方。

## 2 行进间对准基本原理

根据各坐标系之间的关系和姿态矩阵的链式法则可得, 载体在任意时刻  $t$  的姿态余弦矩阵  $C_b^n(t)$  可分解为 3 个部分:

$$C_b^n(t) = C_{n(0)}^{n(t)} C_b^n(0) C_{b(t)}^{b(0)} \quad (1)$$

式中:  $C_b^n(0)$  为初始时刻  $b$  系至  $n$  系的姿态矩阵;  $C_b^n(t)$  为  $t$  时刻  $b$  系至  $n$  系的姿态矩阵;  $C_{n(0)}^{n(t)}$  和  $C_{b(t)}^{b(0)}$  分别为  $n$  系和  $b$  系由初始时刻到  $t$  时刻的姿态变化, 且可分别由如下微分方程求得:

$$\dot{C}_{b(t)}^{b(0)} = C_{b(t)}^{b(0)} \omega_{ib}^b \times; \quad (2)$$

$$\dot{C}_{n(t)}^{n(0)} = C_{n(t)}^{n(0)} \omega_{in}^n \times. \quad (3)$$

式中:  $\omega_{ib}^b \times$ 、 $\omega_{in}^n \times$  分别为  $\omega_{ib}^b$  和  $\omega_{in}^n$  的反对称矩阵;  $\omega_{ib}^b$  为  $b$  系下  $b$  系相对于  $i$  系的角速度, 可由陀螺仪测量得到;  $\omega_{in}^n = \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n$  为  $n$  系下  $n$  系相对于  $i$  系的角速度, 且  $\omega_{ie}^n$  为  $n$  系下的地球自转角速度,  $\omega_{en}^n$  为  $n$  系下  $n$  系相对于  $e$  系的角速度。值得注意的是, 在没有完成初始对准之前,  $C_b^n$  是未知的, 从而  $\omega_{en}^n$  也是未知的, 故不可直接按式(3)对  $C_{n(t)}^{n(0)}$  进行更新。经过计算可以发现, 在车载环境下  $\omega_{en}^n$  比  $\omega_{ie}^n$  要小一个数量级<sup>[16]</sup>, 因此可直接用  $\omega_{ie}^n$  对  $C_{n(t)}^{n(0)}$  进行更新。为得到更加精确的对准结果, 也可利用前一刻对准得到的姿态矩阵结合里程计输出求解  $\omega_{en}^n$ , 进而更新当前时刻的  $C_{n(t)}^{n(0)}$ 。笔者采用这种方法, 将初始对准问题转化为初始姿态矩阵  $C_b^n(0)$  的求解问题。

### 2.1 载体坐标系下的速度积分方程

由比力方程可得:

$$\dot{V}_{en}^n = C_b^n f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V_{en}^n + g^n. \quad (4)$$

亦即

$$\begin{aligned} \dot{V}_{en}^n &= \frac{d(C_b^n V_{en}^b)}{dt} = \dot{C}_b^n V_{en}^b + C_b^n \dot{V}_{en}^b = \\ &C_b^n f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V_{en}^n + g^n. \end{aligned} \quad (5)$$

式中, 有姿态矩阵  $C_b^n$  满足如下微分方程:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \omega_{nb}^b \times. \quad (6)$$

将式(6)和式(1)代入式(5), 并两边同时左乘  $C_{n(t)}^{n(0)}$  可得:

$$\begin{aligned} C_b^n(0) C_{b(t)}^{b(0)} \omega_{nb}^b \times V_{en}^b + C_b^n(0) C_{b(t)}^{b(0)} \dot{V}_{en}^b = \\ C_b^n(0) C_{b(t)}^{b(0)} f^b - C_{n(t)}^{n(0)} (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V_{en}^n + C_{n(t)}^{n(0)} g^n. \end{aligned} \quad (7)$$

亦即

$$\begin{aligned} C_b^n(0) (C_{b(t)}^{b(0)} \omega_{nb}^b \times V_{en}^b + C_{b(t)}^{b(0)} \dot{V}_{en}^b - C_{b(t)}^{b(0)} f^b) = \\ -C_{n(t)}^{n(0)} (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V_{en}^n + C_{n(t)}^{n(0)} g^n. \end{aligned} \quad (8)$$

由于陀螺仪和加速度计输出的分别是角增量和速度增量, 里程计输出的是  $b$  系下的速度增量, 为避开对速度信息求微分的过程, 进一步提高对准精度, 对式(8)两边求积分可得:

$$C_b^n(0) \alpha_v(t) = \beta_v(t). \quad (9)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \alpha_v(t) &= \int_0^t (C_{b(t)}^{b(0)} \omega_{nb}^b \times V_{en}^b + C_{b(t)}^{b(0)} \dot{V}_{en}^b - C_{b(t)}^{b(0)} f^b) dt \\ \beta_v(t) &= \int_0^t (-C_{n(t)}^{n(0)} (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V_{en}^n + C_{n(t)}^{n(0)} g^n) dt \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

式(9)是载体坐标系下速度积分方程的完整表达形式, 因此, 可根据式(9)利用观测矢量的三轴姿态确定方法, 计算  $C_b^n(0)$  进而完成初始对准。

### 2.2 基于 QUEST 的姿态确定方法

传统的三轴姿态确定问题可描述为利用观测矢量确定载体姿态的 Wahba 问题<sup>[17]</sup>, 即寻求最优的姿态阵  $C_b^n(0)$  的估计值, 使如下代价函数达到最小<sup>[17-18]</sup>:

$$L(C_b^n(0)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \alpha_i [\beta_v(t_i) - C_b^n(0) \alpha_v(t_i)]^2. \quad (11)$$

式中  $\alpha_i$  为非负权值。不失一般性, 对非负权值进行归一化处理, 即  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ , 则有增益函数可表示为

$$\begin{aligned} g(C_b^n(0)) &= 1 - L(C_b^n(0)) = \\ &\sum_{i=1}^n \alpha_i [\beta_v(t_i)]^T C_b^n(0) \alpha_v(t_i) = \text{tr}(C_b^n(0) B^T). \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $B = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_v(t_i) [\alpha_v(t_i)]^T$ ;  $\text{tr}(\cdot)$  为求迹运算。可以看出, 寻求最优的姿态阵  $C_b^n(0)$  的估计值使代价函数

$L(\mathbf{C}_b^n(0))$  达到最小, 即为使增益函数  $g(\mathbf{C}_b^n(0))$  达到最大。直接对  $\mathbf{c}_b^n(0)$  进行求解包含 9 个元素, 为进一步简化计算, 可把  $\mathbf{c}_b^n(0)$  转化为四元数  $\mathbf{q}$ , 二者的转化关系<sup>[19]</sup>如下:

$$\mathbf{C}_b^n(0) = (s^2 - \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta}) \mathbf{I} + 2\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^T - 2s(\boldsymbol{\eta} \times). \quad (13)$$

式中:  $s$ 、 $\boldsymbol{\eta}$  分别为四元数  $\mathbf{q}$  的标量和矢量部分;  $\boldsymbol{\eta} \times$  为  $\boldsymbol{\eta}$  的反对称矩阵。

将式(13)代入式(12)可得

$$g(\mathbf{q}) = (s^2 - \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta}) \text{tr}(\mathbf{B}^T) + 2\text{tr}(\boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{B}^T) + 2\text{str}(\boldsymbol{\eta} \times \mathbf{B}^T) = \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q}. \quad (14)$$

式中

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} - \sigma \mathbf{I} & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}^T & \sigma \end{bmatrix}. \quad (15)$$

其中  $\mathbf{I}$  为  $3 \times 3$  的单位矩阵:

$$\sigma = \text{tr} \mathbf{B} = \sum_{i=1}^n \alpha_i [\boldsymbol{\beta}_v(t_i)]^T \boldsymbol{\alpha}_v(t_i); \quad (16)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^T; \quad (17)$$

$$\mathbf{Z} = \sum_{i=1}^n \alpha_i (\boldsymbol{\beta}_v(t_i) \times \boldsymbol{\alpha}_v(t_i)). \quad (18)$$

综合考虑约束条件  $\mathbf{q}^T \mathbf{q} = 1$ , 为使式(14)在寻求最优四元数  $\mathbf{q}_{\text{opt}}$  的估计值时取得最大值, 可定义拉格朗日函数:

$$L(\mathbf{q}, \lambda) = g(\mathbf{q}) - \lambda(\mathbf{q}^T \mathbf{q} - 1) = \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} - \lambda(\mathbf{q}^T \mathbf{q} - 1). \quad (19)$$

式中  $\lambda$  为拉格朗日算子。为取得最大值, 必须满足:

$$dL(\mathbf{q}, \lambda)/d\mathbf{q} = 0, dL(\mathbf{q}, \lambda)/d\lambda = 0. \quad (20)$$

即

$$\mathbf{K} \mathbf{q} = \lambda \mathbf{q}, \mathbf{q}^T \mathbf{q} - 1 = 0. \quad (21)$$

可以看出, 最优四元数  $\mathbf{q}_{\text{opt}}$  必定为矩阵  $\mathbf{K}$  的特征向量, 且  $\lambda$  为矩阵  $\mathbf{K}$  的特征值。由此可得, 使式(14)中增益函数  $g(\mathbf{q})$  最大的最优四元数  $\mathbf{q}_{\text{opt}}$  为矩阵  $\mathbf{K}$  的最大特征值  $\lambda_{\text{max}}$  对应的特征向量, 即

$$\mathbf{K} \mathbf{q}_{\text{opt}} = \lambda_{\text{max}} \mathbf{q}_{\text{opt}}. \quad (22)$$

由上面的分析可以看出: 要求取  $\mathbf{q}_{\text{opt}}$  的关键是矩阵  $\mathbf{K}$  的正确求取, 而矩阵  $\mathbf{K}$  是由  $\boldsymbol{\alpha}_v(t_i)$  和  $\boldsymbol{\beta}_v(t_i)$  构成的; 因此, 初始对准的关键转化为如何计算不同积分时间下的  $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$  和  $\boldsymbol{\beta}_v(t)$  值。

### 2.3 $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$ 和 $\boldsymbol{\beta}_v(t)$ 的离散化计算

对于  $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$  的离散化计算, 笔者首先分析它的前半部分, 有:

$$\begin{aligned} & \int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{V}_{en}^b + \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \dot{\mathbf{V}}_{en}^b) dt = \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{V}_{en}^b \Big|_0^t + \\ & \int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{V}_{en}^b - \dot{\mathbf{C}}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{V}_{en}^b) dt = \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{V}_{en}^b \Big|_0^t + \\ & \int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\omega}_{in}^b) \times \mathbf{V}_{en}^b - \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{V}_{en}^b) dt = \\ & \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{V}_{en}^b \Big|_0^t - \int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} (\boldsymbol{\omega}_{ie}^b + \boldsymbol{\omega}_{en}^b) \times \mathbf{V}_{en}^b) dt. \end{aligned} \quad (23)$$

值得指出的是, 在没有完成初始对准之前,  $\mathbf{C}_b^n$  是未知的, 从而  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^b$  也是未知的, 但  $\boldsymbol{\omega}_{ie}$  的值很小, 且载车的速度  $\mathbf{V}_{en}^b$  也不可能很大(一般 100 km/h 左右)。通过计算可以得到: 当  $\mathbf{V}_{en}^b = 120$  km/h 时,  $\boldsymbol{\omega}_{ie}^b \times \mathbf{V}_{en}^b$  和  $\boldsymbol{\omega}_{en}^b \times \mathbf{V}_{en}^b$  各项中的最大值分别为  $2.49 \times 10^{-4} g$  和  $0.89 \times 10^{-4} g$ , 跟中等精度的加速度计零偏相当, 因此上式中的第二项可以忽略, 故上式可化简为:

$$\begin{aligned} & \int_0^t (\mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{V}_{en}^b + \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \dot{\mathbf{V}}_{en}^b) dt \approx \\ & \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{V}_{en}^b(t) - \mathbf{V}_{en}^b(0). \end{aligned} \quad (24)$$

对于  $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$  中的后半部分, 其离散化计算方法已在文献[12]进行了详细推导, 在此有:

$$\begin{aligned} & \int_0^t \mathbf{C}_{b(t)}^{b(0)} \mathbf{f}^b dt = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{C}_{b(t)}^{b(t_k)} \mathbf{f}^b dt \approx \\ & \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \mathbf{I} + \left( \int_{t_k}^t (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) d\tau \right) \right) \mathbf{f}^b dt = \\ & \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \left[ \Delta \mathbf{V}_1 + \Delta \mathbf{V}_2 + \frac{1}{2} (\Delta \boldsymbol{\theta}_1 + \Delta \boldsymbol{\theta}_2) \times \right. \\ & \left. (\Delta \mathbf{V}_1 + \Delta \mathbf{V}_2) + \frac{2}{3} (\Delta \boldsymbol{\theta}_1 \times \Delta \mathbf{V}_2 + \Delta \mathbf{V}_1 \times \Delta \boldsymbol{\theta}_2) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

式中:  $\Delta \mathbf{V}_1$ 、 $\Delta \mathbf{V}_2$  分别为加速度计在  $\left[ t_k, t_k + \frac{T}{2} \right]$ 、 $\left[ t_k + \frac{T}{2}, t_{k+1} \right]$  2 个时间段内的速度增量;  $\Delta \boldsymbol{\theta}_1$ 、 $\Delta \boldsymbol{\theta}_2$  分别为陀螺仪在  $\left[ t_k, t_k + \frac{T}{2} \right]$ 、 $\left[ t_k + \frac{T}{2}, t_{k+1} \right]$  2 个时间段内的角增量;  $T$  为系统的解算周期且  $T = t_{k+1} - t_k$ 。因此, 可以得到  $\boldsymbol{\alpha}_v(t)$  的离散化计算公式可近似表示为:

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{\alpha}_v(t_N) = \mathbf{C}_{b(t_N)}^{b(0)} \mathbf{V}_{en}^b(t_N) - \mathbf{V}_{en}^b(0) - \sum_{k=0}^{iN-1} \mathbf{C}_{b(t_k)}^{b(0)} \left[ \Delta \mathbf{V}_1 + \right. \\ & \Delta \mathbf{V}_2 + \frac{1}{2} (\Delta \boldsymbol{\theta}_1 + \Delta \boldsymbol{\theta}_2) \times (\Delta \mathbf{V}_1 + \Delta \mathbf{V}_2) + \\ & \left. \frac{2}{3} (\Delta \boldsymbol{\theta}_1 \times \Delta \mathbf{V}_2 + \Delta \mathbf{V}_1 \times \Delta \boldsymbol{\theta}_2) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

对于  $\boldsymbol{\beta}_v(t)$  前半部分的离散化计算, 由于里程计

输出的是载体坐标系下的速度增量，而不是导航坐标系下的，且未完成初始对准之前  $C_b^n$  未知，因此  $V_{en}^n$  也是未知的。基于前面的分析， $\omega_{ie}^n \times V_{en}^n$  和  $\omega_{en}^n \times V_{en}^n$  同样可以被忽略。 $\beta_v(t)$  的离散化计算公式可近似表示为：

$$\begin{aligned} \beta_v(t_N) &\approx \int_0^{t_N} C_{n(t)}^{n(0)} g^n dt = \sum_{k=0}^{N-1} C_{n(t_k)}^{n(0)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} C_{n(t)}^{n(t_k)} g^n dt \approx \\ &\sum_{k=0}^{N-1} C_{n(t_k)}^{n(0)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (I + (t-t_k)\omega_{in}^n \times) g^n dt = \\ &\sum_{k=0}^{N-1} C_{n(t_k)}^{n(0)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( TI + \frac{T^2}{2} \omega_{in}^n \times \right) g^n dt \approx \\ &\sum_{k=0}^{N-1} C_{n(t_k)}^{n(0)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( TI + \frac{T^2}{2} \omega_{ie}^n \times \right) g^n dt. \end{aligned} \quad (27)$$

至此，可以得到文中行进间对准算法的离散化递推实现原理如表 1 所示。

表 1 行进间对准算法的离散化递推实现原理

| 步骤 | 初始化   |
|----|---|
|    | $k=0, \alpha_v(0)=\beta_v(0)=0_{3 \times 1}, K(0)=0_{3 \times 1}$ |
| 1  | $k = k + 1$   |
| 2  | 根据公式(2)和公式(3)更新 $C_{b(t_k)}^{b(0)}$ 和 $C_{n(t_k)}^{n(0)}$         |
| 3  | 根据公式(26)计算 $\alpha_v(t_k)$  |
| 4  | 根据公式(27)计算 $\beta_v(t_k)$   |
| 5  | 根据公式(15)~(18)计算 $K(t_k)$  |
| 6  | 通过计算 $K(t_k)$ 最大特征值对应的归一化特征向量确定 $q_{opt}$                         |
| 7  | 根据式(13)计算当前时刻的初始姿态阵 $C_b^n(0)$ ，进而利用式(1)计算当前时刻的姿态矩阵 $C_b^n(t)$    |
| 8  | 返回 step1 直至对准满足一定精度，递推结束  |

### 3 实验仿真分析

仿真选取中等精度的惯性测量组件，其性能指标设置如下：陀螺常值漂移  $0.01$  ( $^\circ$ )/h，随机漂移  $0.01$  ( $^\circ$ )/h；加速度计常值零偏  $1 \times 10^{-4}g$ ，随机漂移  $1 \times 10^{-4}g$ ；SINS 的初始位置为东经  $118^\circ$ ，北纬  $40^\circ$ ，高程  $400$  m；里程计的刻度系数误差为  $0.2\%$ 。在行进间对准过程

中，由于受路面不平、阵风和人为操作等因素的影响，假设载体的姿态角和速度均具有周期性的变化，变化情况分别如图 1 和图 2 所示。

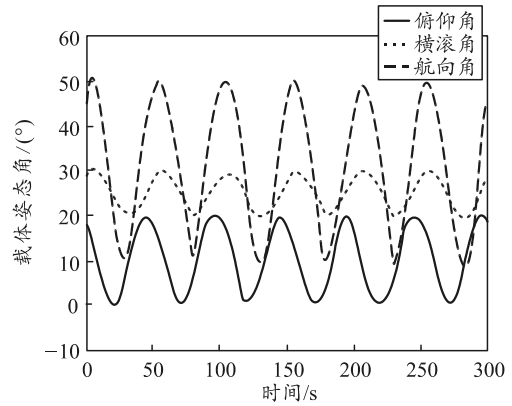


图 1 仿真环境下的真实姿态角

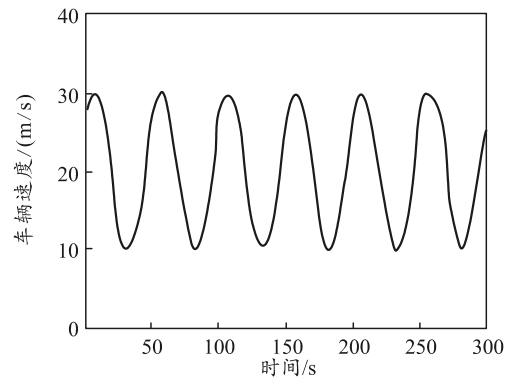


图 2 仿真环境下的真实速度

仿真总时间为  $300$  s，为更好地验证算法的有效性，设计 3 种情况对算法进行仿真：

情况 1，仿真使用理想的传感器（惯性测量组件不包含误差，里程计无测量误差）；

情况 2，在情况 1 的基础上考虑算法中计算  $\alpha_v(t_k)$  和  $\beta_v(t_k)$  时被忽略的部分 ( $\omega_{ie}^b \times V_{en}^b, \omega_{ie}^n \times V_{en}^n$  等)；

情况 3，仿真使用包含测量误差的传感器。

共进行 30 次仿真实验，其统计特性结果如表 2 所示，3 种情况下的 30 次行进间对准平均姿态误差曲线如图 3 所示。

表 2 行进间对准仿真实验结果统计特性

( $^\circ$ )

| 统计参数              | 俯仰角误差    |          |          | 横滚角误差     |           |           | 航向角误差     |           |          |
|-------------------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
|                   | 情况 1     | 情况 2     | 情况 3     | 情况 1      | 情况 2      | 情况 3      | 情况 1      | 情况 2      | 情况 3     |
| 平均值               | 0.005 67 | 0.001 43 | 0.011 13 | -0.005 39 | -0.001 56 | -0.011 54 | 0.017 79  | 0.003 16  | 0.048 13 |
| 最大值               | 0.005 80 | 0.001 60 | 0.012 50 | -0.005 20 | -0.001 40 | -0.011 30 | 0.021 80  | 0.003 50  | 0.071 60 |
| 最小值               | 0.005 40 | 0.001 20 | 0.010 20 | -0.005 60 | -0.001 70 | -0.011 80 | -0.029 50 | -0.002 60 | -0.023 0 |
| 标准差 ( $1\sigma$ ) | 0.000 16 | 0.000 15 | 0.000 87 | 0.000 18  | 0.000 09  | 0.000 19  | 0.017 9   | 0.002 3   | 0.029 50 |

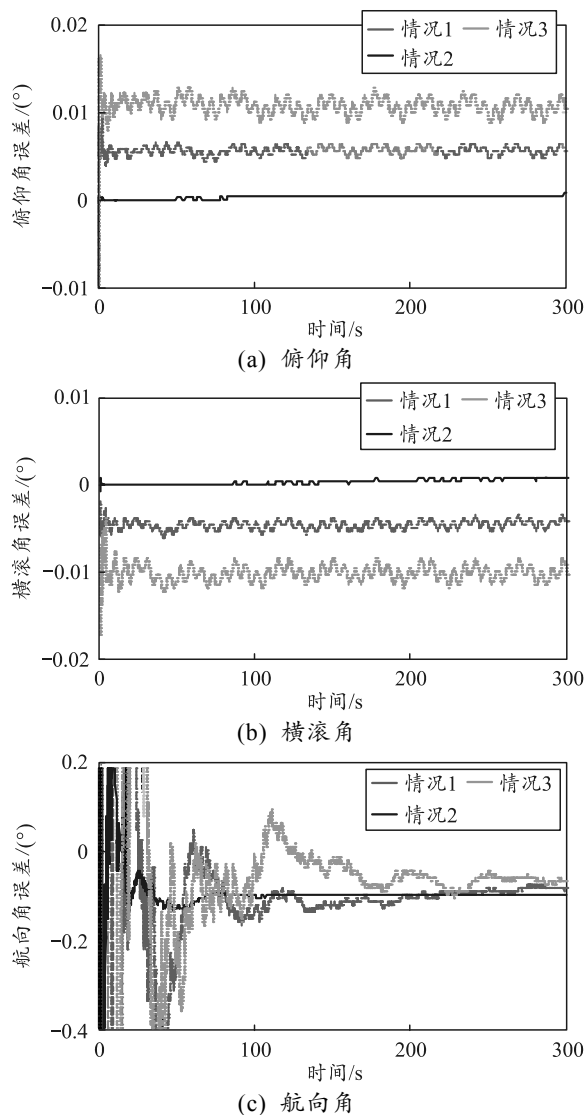


图 3 3 种情况下的 30 次行进间对准平均姿态误差

由表 2 和图 3 可以看出：3 种情况下的水平姿态误差角收敛速度都比较快（10 s 以内），误差均优于  $0.015^\circ$ ；航向误差角收敛速度稍慢，在 200 s 左右完全收敛，情况 1 条件下的航向误差角优于  $0.03^\circ$ ，充分验证了算法的有效性。情况 2 条件下的仿真结果优于情况 1，这是由于考虑了对准算法中被忽略的部分。然而在实际对准过程中，传感器是不可能没有测量误差的，而被忽略的部分由于需要知道载体坐标系下的地球自转角速度值 ( $\omega_{ie}^b$ ) 和导航坐标系下的速度值 ( $V_{en}^n$ )，也无法被计算出，进而有情况 3 条件下的仿真，由于传感器误差和被忽略部分的影响，其对准误差要大于情况 1 和情况 2 条件下的对准结果，但 30 次仿真结果中，航向角误差的最大值仍然优于  $0.08^\circ$ ，能够满足车载武器系统的行进间对准要求。

## 4 结束语

笔者提出的里程计辅助的 SINS 行进间自主式对准方法，在推导载体坐标系下的速度积分方程的基础上，将初始对准问题转化为初始姿态的最优确定问题，进而采用 QUEST 算法求解，并给出了离散化递推模型，工程实现简单，实时性高。仿真结果表明：该算法在无需任何先验姿态信息的条件下能够实现 SINS 的行进间快速、高精度对准，并摆脱了对 GPS 的依赖，具有良好的工程实用价值。

## 参考文献：

- [1] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology (2nd ed)[M]. London: The Institution of Electrical Engineers, 2004: 1-17.
- [2] 周姜滨, 袁建平, 岳晓奎, 等. 一种快速精确的捷联惯性导航系统静基座自主对准新方法研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 133-137.
- [3] FANG J, WAN D. A fast initial alignment method for strapdown inertial navigation system on stationary base[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(4): 1501-1504.
- [4] SCHIMELEVICH J, NAOR R. New approach to coarse alignment[C]//in proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium (PLANS'96), 1996: 324-327.
- [5] 王立冬, 蔡玲, 鲁军. 车载捷联惯导系统静止条件下的初始对准方法研究[J]. 中国惯性技术学报, 2004, 12(2): 1-12.
- [6] XIONG J, GUO H, YANG Z H. A two-position SINS initial alignment method based on gyro information[J]. Advance in Space Research, 2014, 53: 1657-1663.
- [7] 肖焯, 王清哲, 付梦印, 等. 里程计辅助陆用惯导行进间对准方法[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(2): 140-145.
- [8] 韩勇强, 陈家斌, 孙寿才, 等. 基于电子地图和激光捷联惯组的运动基座初始对准方法[J]. 北京理工大学学报, 2012, 32(6): 585-589.
- [9] ZHANG Y G, HUANG Y L, WU Z M, et al. Moving state marine SINS initial alignment based on high degree CKF[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, Article ID 546107, 8.
- [10] MEI C B, QIN Y Y, YOU J C. SINS in-flight alignment algorithm based on GPS for guided artillery shell[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(1): 51-57.
- [11] PETER M G S. Coarse alignment of a ship's strapdown inertial attitude reference system using velocity loci[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(6): 1930-1941.
- [12] WU Y, PAN X. Velocity/position integration formula part

I: application to in-flight coarse alignment[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1006-1023.

[13] CHANG L B, LI J S, CHEN S Y. Initial alignment by attitude estimation for strapdown inertial navigation systems[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2015, 64(3): 784-794.

[14] 赵小明, 赵帅, 郭永刚, 等. 基于强跟踪滤波的车载行进间对准[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(2): 141-144.

[15] HONG W, HAN K, LEE C, et al. Three stage in-flight alignment with covariance shaping adaptive filter for the strapdown inertial navigation system (SDINS) [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Toronto, Ontario, Canada, 2010: 355-361.

[16] 王跃刚, 杨家胜, 蔚跃, 等. 基于里程计辅助的 SINS 动基座初始对准方法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(5): 1060-1063.

[17] WAHBA G. A Least squares Estimate of Spacecraft Attitude[J]. SIAM Review, 1965, 7(3): 409-411.

[18] SHUSTER M D, OH S D. Three-axis Attitude Determination From Vector Observations[J]. Guidance and Control, 1981, 4(1): 70-77.

[19] WU M, WU Y, HU X, et al. Optimization-Based Alignment for Inertial Navigation Systems: Theory and algorithm[J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(1): 1-17.

\*\*\*\*\*

(上接第 4 页)

[4] 钱鑫, 蔡忠春. 军用飞机飞行员操纵品质评估数学模型[J]. 兵工自动化, 2014, 33(8): 16-18.

[5] 刘莉雯, 张天伟, 茹斌. 多参数融合的飞行品质评估模型的建立[J]. 计算机工程与科学, 2016, 38(6): 1263-1265.

[6] 倪世宏, 史忠科, 王彦鸿, 等. 军用战机驾驶员操纵品质评估系统研究[J]. 空军工程大学学报, 2004, 5(6): 7-10.

[7] 郭亚军. 综合评价理论、方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 121-139.

[8] 王明涛. 多指标综合评价中权系数确定的一种综合分解方法[J]. 系统工程, 1999, 17(2): 56-61.

[9] 王书吉, 姚兰, 李飞, 等. 综合赋权法在灌水区改造评价中的应用[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2008, 27(4): 614-616.

[10] 宋冬梅, 刘春晓, 沈晨, 等. 基于主客观赋权法的多目标多属性决策方法[J]. 山东大学学报, 2015, 45(4): 1-8.

[11] 邓宝. 基于组合赋权法的指标权重确定方法研究与应用[J]. 电子信息对抗技术, 2016, 31(1): 12-16.

[12] XU Z S. Study on method of combination weighting[J]. Chinese Journal of Management Science, 2002, 10(2): 84-87.

[13] 陈雷, 王延章. 基于熵权系数与 TOPSIS 集成评价决策方法的研究[J]. 控制与决策, 2003, 2(7): 456-459.