doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.02.009

基于混合验前分布的小子样维修性验证试验方法研究

张喆，冯静
（国防科学技术大学 信息系统与管理学院，湖南 长沙 410073）

摘要：针对小子样维修性验证试验方法进行研究。首先，采用 Matlab 工具箱中的秩和方法对验前数据进行一致性检验，再使用基于权重因子的信息融合方法确定混合验前分布，最后，运用概率似然比方法得出混合验前分布下的小子样维修性验证试验方案。实例证明，该方法可以减少现场试验样本量，降低试验费用，缩短试验周期，提高军事经济效益。

关键词：维修性验证；混合验前分布；小子样；平均修复时间；Bayes 方法
中图分类号：TP206+.1　　**文献标识码**：A

Research on Method of Small Sample Maintainability Verification Test Based on Mixed Prior Distribution

ZHANG Zhe, FENG Jing
(School of Information System & Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Research on method of small sample maintainability verification test. Firstly take the prior data into identity check by use of rank test in Matlab toolbox; Secondly use the method of information amalgamation based on weighting factor to confirm the mixed prior distribution; Finally will get the scheme of small sample maintainability verification test based on the mixed prior distribution by use of probability likelihood radio method. Examples show that the method can reduce the field test sample size, lower test cost and shorten the test cycle, to improve military economic benefit.

Keywords: Maintainability verification; Mixed prior distribution; Small sample; MTTR; Bayes method

0 引言

维修性试验与评定是评价装备维修性的重要手段，其中最重要的是维修性验证，因它是对装备维修性的定量评定，关系到装备能否通过验证和定型的问题。在维修性验证试验当中，由于试验费用和试验时间有限，现场试验样本量少，这就让依靠大样本试验数据进行统计推断的经典维修性试验验证方法不再适用。实际中，平均修复时间的验前分布往往不是单一分布类型，而是某些分布的混合分布。

1 基于混合验前分布的小子样维修性验证试验方法

该方法是建立在验前分布为混合分布下的维修性验证试验方法。它利用验前信息，运用假设检验方法根据概率似然比确定出最小现场试验样本量。基本步骤：1) 基于 Matlab 工具的数据一致性检验；2) 混合验前分布的确定；3) 运用小子样维修性验证试验确定样本量及给出判定产品合格的标准。

1.1 基于 Matlab 的一致性检验

由于验前信息可能是来自于各种相似型号装备或不同试验环境以及不同维修水平的人员的维修数据，需要对其进行一致性检验。如果检验一致性程度好，则可以视为同分布下的数据，合为一起使用；如果无法通过检验，则需要进行数据融合处理。

使用秩和检验方法进行一致性检验。Matlab 工具箱中的[p,h,stats]=ranksum(x,y,alpha)函数可以便捷地提供秩和检验结果。

1.2 混合验前分布的确定

以 2 个不同来源的维修时间数据为例，当它们没有通过一致性检验时，应进行平均修复时间的分布模型检验（采用皮尔逊 χ^2 检验[5]），再融合处理。

常用的信息融合技术有最大熵法、证据推理、模糊逻辑推理方法等等。此主要应用基于权重因子的信息融合算法[1]。该方法首先通过确定不同验前分布的合理权重得到初始验前分布，这种融合算法充分利用了所有的验前信息。

设 θ 为未知参数，其初始分布有 m 个信息源即 $x_1^{(i)},\cdots,x_{n_i}^{(i)}, i=1,2,\cdots,m$，$\pi_i(\theta)$ 为通过验前信息源 i 得到的验前分布，融合后的验前分布记为 $\pi(\theta)$。

收稿日期：2009-09-26；修回日期：2009-11-11
作者简介：张喆（1980-），男，江苏人，工程师，硕士，国防科学技术大学在读研究生，从事装备系统工程研究。

$$\pi(\theta)=\sum_{i=1}^{m}w_i\pi_i(\theta) \tag{1}$$

其中，w_i 为第 i 个信息源的权重因子，$\sum_{i=1}^{m}w_i=1$。

令 $S_i=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}(x_j^{(i)}-\bar{x})^2$，其中 $\bar{x}=(\sum_{i=1}^{m}n_i)^{-1}\cdot\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}x_j^{(i)}$，显然，$S_i$ 的大小可以代表第 i 个信息源的波动程度，偏差小表明数据的可靠性越高，可信度也就高。那么令 $t_i=\frac{1}{1+S_i}$，则有：

$$w_i=t_i\cdot(\sum_{k=1}^{m}t_k)^{-1} \tag{2}$$

设 $X\sim N(\theta,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，或由资料得到其精度的估计值；X 为维修时间经过对数转换后的数据；θ 为总体分布参数。在这里，主要讨论一下当 θ 的验前分布为 2 个信息源验前信息融合后的混合分布的情况（更多数据源方法与此同）。

假设根据信息源 a 确定 θ 的验前分布为 $N(\mu_1,\upsilon_1^2)$，由信息源 b 中确定 θ 的验前分布为 $N(\mu_2,\upsilon_2^2)$。经过基于权重因子方法融合后，可得到 θ 的验前分布为混合分布：

$$\omega_1N(\mu_1,\upsilon_1^2)+\omega_2N(\mu_2,\upsilon_2^2) \tag{3}$$

1.3 小子样维修性验证试验方法

一般的，验后似然比验证方法[2-4]的前提是验前分布为单分布，此将针对验前分布为混合分布的情况推导维修性验证试验方案。

按合同给出平均修复时间MTTR的指标值 θ_0，承制方风险 α 和订购方风险 β。可以通过如下方法对平均修复时间进行验证，作如下假设：

$H_0:\theta=\theta_0;H_1:\theta=\theta_1=\lambda\theta_0>\theta_0\ \lambda>1$

其中 λ 为检出比，由承制方和订购方商定，一般说 $1.2<\lambda<1.5$。计算 2 种假设的验前概率比：

$$\frac{p(\theta=\theta_1)}{p(\theta=\theta_0)}=\frac{p'(\theta_1)}{p'(\theta_0)}=\frac{\frac{w_1}{\sigma_1}e^{-\frac{(\theta_1-\mu_1)^2}{2\nu_1^2}}+\frac{w_2}{\sigma_2}e^{-\frac{(\theta_1-\mu_2)^2}{2\nu_2^2}}}{\frac{w_1}{\sigma_1}e^{-\frac{(\theta_0-\mu_1)^2}{2\nu_1^2}}+\frac{w_2}{\sigma_2}e^{-\frac{(\theta_0-\mu_2)^2}{2\nu_2^2}}}=$$

$$\frac{\frac{w_1}{\sigma_1}e^{-\frac{(\lambda\theta_0-\mu_1)^2}{2\nu_1^2}}+\frac{w_2}{\sigma_2}e^{-\frac{(\lambda\theta_0-\mu_2)^2}{2\nu_2^2}}}{\frac{w_1}{\sigma_1}e^{-\frac{(\theta_0-\mu_1)^2}{2\nu_1^2}}+\frac{w_2}{\sigma_2}e^{-\frac{(\theta_0-\mu_2)^2}{2\nu_2^2}}}=A \tag{4}$$

由 Bayes 公式及上式可计算 2 种假设的验后似然比为：

$$\frac{p(H_1/X)}{p(H_0/X)}=\frac{L(X/\theta_1)P(\theta=\theta_1)}{L(X/\theta_0)P(\theta=\theta_0)}=Ae^{\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left[(x_i-\theta_0)^2-(x_i-\lambda\theta_0)^2\right]} \tag{5}$$

于是，当 $\frac{p(H_1/X)}{p(H_0/X)}>1$，即 $\bar{X}>\frac{\sigma^2\ln\left(\frac{1}{A}\right)}{\theta_0 n(\lambda-1)}+\frac{\theta_0(\lambda+1)}{2}$，

$$\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}>\frac{\sigma\ln\left(\frac{1}{A}\right)}{\theta_0\sqrt{n}(\lambda-1)}+\frac{\theta_0(\lambda+1)\sqrt{n}}{2\sigma}=T \tag{6}$$

成立时，认为备择假设成立，拒绝原假设。即认为MTTR不符合要求。反之，接受原假设。

由于 $X\sim N(\theta,\sigma^2/n)$，则有：

$$f(t\mid H_0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(t-\frac{\sqrt{n}\theta_0}{\sigma}\right)^2}\text{；}f(t\mid H_1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(t-\frac{\lambda\sqrt{n}\theta_0}{\sigma}\right)^2} \tag{7}$$

其中 $t=\frac{\bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}$。由两类风险的定义：

$$\alpha=P_0\int_T^{\infty}f(t/H_0)\,\mathrm{d}t=P_0\left(1-\Phi\left(T-\frac{\sqrt{n}}{\sigma}\theta_0\right)\right)$$

$$\beta=P_1\int_{-\infty}^{T}f(t/H_1)\,\mathrm{d}t=P_1\Phi\left(T-\frac{\lambda\sqrt{n}}{\sigma}\theta_0\right) \tag{8}$$

其中，P_0、P_1 分别为 H_0 和 H_1 成立的验前概率。

$$P_0=\int_{-\infty}^{\theta_0}\frac{w_1}{\sqrt{2\pi}\nu_1}e^{-\frac{(\theta-u_1)^2}{2\nu_1^2}}\mathrm{d}\theta+\int_{-\infty}^{\theta_0}\frac{w_2}{\sqrt{2\pi}\nu_2}e^{-\frac{(\theta-u_2)^2}{2\nu_2^2}}\mathrm{d}\theta,\quad P_1=1-P_0$$

两式联立消去 T，有：

$$n=\left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{P_0}}+Z_{1-\frac{\beta}{P_1}}}{\theta_1-\theta_0}\sigma\right)^2 \tag{9}$$

从而可得拒绝域为：

$$\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}>\frac{\sigma\ln\left(\frac{1}{A}\right)}{\theta_0\sqrt{n}(\lambda-1)}+\frac{\theta_0(\lambda+1)\sqrt{n}}{2\sigma}=T\text{。}$$

若 $\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}>\frac{\sigma\ln\left(\frac{1}{A}\right)}{\theta_0\sqrt{n}(\lambda-1)}+\frac{\theta_0(\lambda+1)\sqrt{n}}{2\sigma}=T$，则认为该装备符合维修性要求而接受，否则拒绝。

由于 $\alpha < \frac{\alpha}{P_0}$，$\beta < \frac{\beta}{P_1}$，故由 $Z_{1-\frac{\alpha}{P_0}} < Z_{1-\alpha}$，$Z_{1-\frac{\beta}{P_0}} < Z_{1-\beta}$，有：

$$\left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{P_0}} + Z_{1-\frac{\beta}{P_1}}}{\theta_1 - \theta_0}\sigma\right)^2 < \left(\frac{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}{\theta_1 - \theta_0}\sigma\right)^2 \quad (10)$$

上式的右端是前面所列计量抽样检验所需的试验样本量。故综合实验前信息可使现场样本量减少。

2　实例分析

此所研究的 XX 装甲装备的维修性数据来源于装备的定型试验，该试验分 2 台样车在不同地点、不同试验场地同时进行试验。试验详细记录了每次故障发生后，排除故障所用的维修时间。表 1、表 2 为历史数据（维修时间单位：min）。

表 1　第 1 辆车的维修时间历史数据

维修序号	维修时间	维修序号	维修时间	维修序号	维修时间	维修序号	维修时间	维修序号	维修时间
1	41	11	110	21	59	31	83	41	109
2	109	12	33	22	58	32	79	42	83
3	157	13	149	23	113	33	52	43	72
4	83	14	138	24	93	34	58	44	76
5	107	15	84	25	96	35	65	45	48
6	80	16	65	26	108	36	42	46	55
7	102	17	139	27	74	37	87	47	50
8	79	18	97	28	86	38	185	48	55
9	126	19	75	29	115	39	61	49	103
10	99	20	88	30	75	40	92	50	88

表 2　第 2 辆车的维修时间历史数据

维修序号	维修时间	维修序号	维修时间	维修序号	维修时间	维修序号	维修时间	维修序号	维修时间
1	128	11	161	21	120	31	161	41	157
2	101	12	103	22	149	32	144	42	114
3	238	13	82	23	97	33	219	43	104
4	63	14	127	24	74	34	145	44	121
5	122	15	70	25	180	35	147	45	72
6	133	16	130	26	75	36	217	46	131
7	270	17	90	27	80	37	88	47	85
8	76	18	103	28	161	38	108	48	86
9	118	19	141	29	96	39	112	49	144
10	257	20	133	30	117	40	99	50	58

由 matlab 秩和检验结果表明，2 组数据非出自同一总体。

根据皮尔逊 χ^2 检验[5]，得出第 1 辆车的平均维修时间的分布为 $N(4.4109, 0.966)$；第 2 辆车的平均维修时间分布为 $N(4.7707, 0.9669)$。

由权重因子计算法得到权系数分别为：

$\omega_1 = 0.4998$，$\omega_2 = 0.5002$

按合同给出 MTTR 的指标值 $\theta_0 = \ln 120$（已经对数变换），承制方风险 $\alpha = 0.05$ 和订购方风险 $\beta = 0.05$。检出比由承制方和订购方商定为 $\lambda = 1.08$，即 $\theta_1 = \lambda\theta_0$。则

$$p_0 = \omega_1\phi\left(\frac{\ln 120 - 4.4109}{0.9829}\right) + \omega_2\phi\left(\frac{\ln 120 - 4.7707}{0.9833}\right) = 0.5780$$

，$p_1 = 1 - p_0 = 0.4220$。

传统的 σ^2=0.45，由此可得：

$$n = \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{P_0}} + Z_{1-\frac{\beta}{P_1}}}{\theta_1 - \theta_0}\sigma\right)^2 = 19.8729 \approx 20$$

而 $\left(\frac{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}{\theta_1 - \theta_0}\sigma\right)^2 = 5.7619 \times 5.7619 = 33.1995$。

可见，使用 Bayes 方法后的试验量明显减小。接下来需要确定维修时间均值 $\overline{X}$ 的判别标准：

首先需要确定 A 的值：

$$A = \frac{p(\theta = \theta_1)}{p(\theta = \theta_0)} = 0.8618$$

可得：$\overline{X} > \frac{\sigma^2 \ln\left(\frac{1}{A}\right)}{\theta_0 n(\lambda - 1)} + \frac{\theta_0(\lambda + 1)}{2} = 5.0576$（$\overline{X}$ 为对数转换后的维修时间的平均数）。

判决规则为，若现场 20 次维修时间的对数均值 $\overline{X} > 5.0576$，则认为该装备不符合维修性要求而拒绝，否则接受。

3　结论

通过实例分析，证明了该方法可减少现场试验样本量，从而降低了试验费用，缩短了试验周期，提高了军事经济效益。目前对于小子样维修性试验与评定还处于起步阶段，还需要分析更充分的数据。

参考文献：

[1] 王静. 装甲装备维修性小子样验证方法研究[D]. 硕士学位论文, 长沙: 国防科学技术大学, 2007.

[2] 周忠宝, 严利珍, 武小悦. 基于 Bayes 理论的平均维修时间验证方法[C]. 中国宇航学会无人飞行器学会第十二届学术年会论文集, 2002: 308-311.

[3] James O Berger. Statistical decision theory and Bayesian analysis(second edition)[M]. New York:Springer –Verlag Inc., 1985.

[4] 唐义良, 王景芹, 陆俭国. 基于 Bayes 的量度继电器成功率可靠性验证试验[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(8): 60-63.

[5] 吴翊, 等. 应用数理统计[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2005: 98-99.

[6] 王海涛, 阳平华. 基于主成分分析法的装备维修资源保障能力评估[J]. 四川兵工学报, 2008(2): 30-32.