

doi: 10.7690/bgzdh.2016.04.016

轴对称非球面设计参数测试技术

陈智利, 弥 谦, 郭忠达, 阳志强

(西安工业大学光电学院陕西省薄膜技术与光学检测重点实验室, 西安 710032)

摘要: 针对未知设计参数的旋转对称非球面, 讨论了面型参数的拟合方法, 对轴对称非球面设计参数测试技术进行了研究。利用接触式探针轮廓仪的测量数据, 通过多项式拟合给出对称轴和顶点曲率初值, 利用最小二乘法与约束变尺度迭代原理, 对测量数据进行曲线拟合, 获得非球面的设计参数值, 拟合参数计算的面形数据与实测数据相比较, 得到误差曲线及相应得面形误差 PV 值。拟合分析结果表明: 该算法具有收敛速度快、稳定性好的特点, 拟合参数很好地还原了加工曲面的设计参数, 能够满足非球面镜的超精密加工精度要求, 为非球面镜加工质量的评价以及后续修正加工提供了理论依据。

关键词: 非球面检测; 拟合算法; 最小二乘法; 约束变尺度法

中图分类号: TP206 **文献标志码:** A

Testing Technology for Design Parameter of Axial Symmetry Aspheric Surface

Chen Zhili, Mi Qian, Guo Zhongda, Yang Zhiqiang

(Shaanxi Province Key Laboratory of Thin Film Technology & Optical Test, School of Photoelectrical Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)

Abstract: Aiming at the unknown design parameter of rotary symmetry aspheric surface, discuss forming parameter fitting method, research on axial symmetry aspheric design parameter testing technology. Use contact probe filometer to measure data, acquire symmetry axis and end curvatures initial value by polynomial fitting, use least square method and restraint variable-dimension method to carry out curve fitting for measurement data, acquire aspheric surface design parameter, compare fitting parameter forming data with actual measurement data, and acquire PV value of error curve and related forming error. Fitting analysis results show that: the method has advantage of fast convergence speed and high stability, fitting parameter can restore design parameter of machining curve, meet ultra-precision machining requirements of aspheric mirror, and support aspheric mirror machining quality valuation and follow on compensation machining with theoretical basis.

Keywords: aspheric testing; fitting algorithm; least square method; restraint variable-dimension method

0 引言

非球面光学元件相比球面光学元件具有很多优越性, 在系统中使用非球面, 不仅可以减少光学元件的数量、减轻仪器的质量、缩小系统的尺寸、简化系统的结构, 而且有利于校正像差, 改善系统的成像质量; 因此, 在现代光学系统中非球面光学元件得到了广泛应用^[1]。

随着光学设计与制造水平的日益提高, 对高质量的非球面加工和检测均提出了新的要求。目前非球面的检测可分为接触式测量和非接触式测量 2 类。非接触测量方法主要包括原子力显微镜测量法、计算全息法、剪切干涉测量法和子孔径拼接法等。剪切干涉、相位恢复和子孔径拼接等测量方法对小型和大型非球面测量均适用。相位恢复法检测速度较快, 可以实现在位测量, 但其精度需要进一步提

高; 剪切干涉法测量速度也较快, 其通用性好, 测量效率较高, 但测量精度还有待提高; 子孔径拼接法测量精度较高, 但其装置校准和后续图像处理稍显繁琐, 测量速度难以提高。计算全息法具有较高的测量精度, 但需要针对不同类型的非球面制作不同的全息图, 通用性不强; 白光干涉扫描法精度虽高, 但一般只适合测量小型非球面; 原子力显微镜法介于接触法和光学法之间, 测量精度和分辨率都很高, 但测量范围很小, 适合微小非球面镜片的测量; 接触式测量方法主要是接触探针测量法, 比较成熟, 虽然测量速度慢, 是目前非球面面形测量的主力军^[2-5]。

在使用接触式轮廓仪测量、分析非球面面形时, 需要输入非球面方程的设计参数, 再将实测面形曲线和该理论曲线相比较, 才能得到加工误差曲线并

收稿日期: 2016-02-28; 修回日期: 2016-04-06

基金项目: 陕西省教育厅重点实验室科研计划项目(14JS028); 国家科技重大专项经费资助(2013ZX04006011); 西安市技术转移促进工程项目(CXY1441(4)); 陕西省科技攻关项目(2011k09-39)

作者简介: 陈智利(1973—), 男, 陕西人, 博士, 副教授, 从事现代光学制造与检测研究。

对其进行面形修正。针对未知设计参数的旋转对称型非球面，讨论非球面面型方程的拟合方法，获得非球面面形的设计参数，可为非球面镜加工质量的评价以及后续修正加工提供理论依据^[6-8]。

1 非球面的数学描述

目前光学系统应用最广泛的非球面是旋转对称型非球面，其中最基本的面形是二次曲面，高次非球面是在二次曲面基础上，加入了若干个高次项。设光轴为Z轴，非球面的顶点为坐标原点，高次非球面的表达式为：

$$Z = \frac{h^2}{R + \sqrt{R^2 - (1+K)h^2}} + A_2h^2 + A_4h^4 + A_6h^6 + \dots \quad (1)$$

式中： R 是非球面顶点处的曲率； h 是非球面上任一点到光轴Z的距离； K 是二次曲面系数， $K=0$ 时为球面， $K>0$ 时表示椭球面， $-1 \leq K < 0$ 时表示抛物面， $K < -1$ 时表示双曲面； A_i 为高次非球面的多项式系数，表示非球面对基准二次曲面的偏离情况。

2 测量原理

图1为典型轮廓仪的检测原理图。使用接触式轮廓仪进行测量时，测针在测量杆(可动棱镜安装在测量杆的顶端)的带动下沿非球面表面做横向运动，随零件表面轮廓的形状进行纵向扫描，从而改变了测量光路与参考光路之间的光程差，使干涉条纹发生了移动。这些数据送入与其相连的计算机，分析后即可获得探针垂直位移的大小；对测量结果进行分析，可以得到非球面的面形数据及粗糙度等参数。传统的接触式轮廓测量法在检测过程中，只测量若干条经过轴对称光学元件对称轴的子午线。

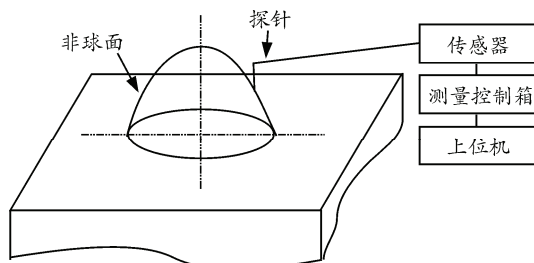


图1 探针测量法原理

通常在分析非球面参数之前，还需要知道非球面的设计参数，这样才可以获得非球面的面形误差及粗糙度数据。研究数据处理及非球面面形拟合算法，可以得到非球面的设计参数。

在接触法测量中，由于测量坐标轴与工件轴不

重合，所以存在切向误差 ΔX 和偏角误差 θ ，误差补偿分析图如图2所示。在图中， X 、 Z 为测量坐标系， X' 、 Z' 为经过旋转平移后的坐标系，可得误差补偿公式：

$$\left. \begin{aligned} X' &= X\cos\theta - Z\sin\theta - \Delta X \\ Z' &= X\sin\theta + Z\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

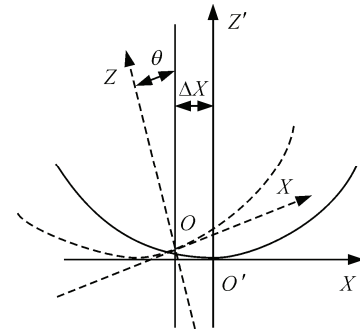


图2 误差补偿分析

3 拟合算法

为了拟合获得非球面的设计参数，可将非球面方程的记为：

$$y_i = f(x_i, \mathbf{B}) + r_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

其中： $\mathbf{B} = (B_1, \dots, B_p)^T$ 是待估计的参数向量， $p < n$ ； x_i 是 n 个输入变量； y_i 是测得的 n 个输出变量； r_i 是 n 个测量误差项。

按最小二乘法原理：

$$Q(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \mathbf{B}))^2 = \min \quad (4)$$

这是一个求解非线性方程组的问题，对 $f(x_i, \mathbf{B})$ 采用线性迭代的方法，即 Gauss-Newton 法进行求解。为简化记号，用 $f_i(\mathbf{B})$ 代替 $f(x_i, \mathbf{B})$ ，根据 Gauss-Newton 算法，其迭代公式为：

$$\mathbf{B}^{(k+1)} = \mathbf{B}^{(k)} - \lambda_k (\mathbf{J}^T(\mathbf{B}^{(k)}) \mathbf{J}(\mathbf{B}^{(k)}))^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{B}^{(k)}) \mathbf{e}(\mathbf{B}^{(k)}) \quad (5)$$

其中 $\mathbf{J}(\mathbf{B}^{(k)})$ 为 $n \times p$ 阶 Jacobi 矩阵：

$$\mathbf{J}(\mathbf{B}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{df_1(\mathbf{B})}{dB_1} & \frac{df_1(\mathbf{B})}{dB_2} & \dots & \frac{df_1(\mathbf{B})}{dB_p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{df_n(\mathbf{B})}{dB_1} & \frac{df_n(\mathbf{B})}{dB_2} & \dots & \frac{df_n(\mathbf{B})}{dB_p} \end{bmatrix}_{\mathbf{B} = \mathbf{B}^{(k)}} \quad (6)$$

式(5)中 λ_k 为正数，称为步长因子，使一元函数 $e(\mathbf{B}^{(k+1)})$ 取最小，可化为

$$B^{(k+1)} = B^{(k)} + \lambda_k P_k \quad (7)$$

其中搜索方向 P_k 满足方程:

$$J^T(B^{(k)})J(B^{(k)})P_k = -J^T(B^{(k)})e(B^{(k)}) \quad (8)$$

当 $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)})$ 在迭代过程中出现奇异时, 无法直接从方程中得出搜索方向, LM 算法解决了此问题^[9]。LM 算法把 $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)})$ 对角线上的元素都加上一个正数 μ , 则搜索方向 P_k 的方程变为:

$$(J^T(B^{(k)})J(B^{(k)}) + \mu I)P_k = -J^T(B^{(k)})e(B^{(k)}) \quad (9)$$

注意到 $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)})$ 是非负定的, $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)}) + \mu I$ 一定正定, 因而从方程中可以解出搜索方向 P_k , 这就是 LM 算法, 也称阻尼最小二乘法。大于零的实数 μ 的选择依赖于法方程的特性, 当 $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)})$ 奇异或病态时, 选择大的 μ 值, 从而保证 $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)}) + \mu I$ 正定, 而当 $J^T(B^{(k)})J(B^{(k)})$ 条件较好时, 选取小的 μ 值, 使得迭代方向趋向于 Gauss-Newton 方向, 从而确保算法的稳定和快速收敛特性^[9-10]。

通常使用的非球面最高次数一般不超过 20 次, 根据标准方程式 (1), 设计变量为 $B=(r, k, A_2, \dots, A_{20})$ 共 13 个参数, 坐标 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, n)$ 轮廓仪测量的数据。拟合时首先根据测量的轮廓数据, 通过多项式拟合找出顶点的坐标, 并计算出顶点曲率半径; 计算出的非球面相对于顶点的坐标

$$(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, n)。$$

给定变量 r, k 以及为高次非球面的多项式系数 A_i 的初始值, 根据 LM 算法进行迭代, 使面形精度 $PV < 0.5 \mu\text{m}$ 。拟合方程由公式 (1) 给定, LM 拟合算法流程如图 3 所示。其中 K 为循环迭代次数; MaxIter 为最大迭代次数; SSE 是偏差的平方和; OldSSE 上轮迭代偏差平方和; r 为偏差矩阵。

4 实验结果分析

对于非球面镜这种超精密加工工件, 测量时采集的数据点很多, 通常每 $1 \mu\text{m}$ 采集 1 个数据, 对于 $\phi 10 \text{ mm}$ 的非球面, 可采集 1 万多个测量数据。为了验证设计的有效性, 对 2 个已知参数的非球面进行反算验证, 其设计参数如表 1 所示, 而表 2 给出了 LM 优化算法的拟合结果, 图 4 和图 5 给出了测量结果和拟合参数面形的偏差曲线。从表 2 中可以看出: 测量面形和理想面形的偏差 (PV) 分别为 $0.74 \mu\text{m}$ 和 $0.79 \mu\text{m}$, 而拟合参数面形与测量结果的偏差分别为 $0.89 \mu\text{m}$ 和 $0.92 \mu\text{m}$, 此结果表明拟合参数很好地还原了加工曲面, 以拟合参数进行加工, 能够满足非球面镜的超精密加工精度要求。由于一个面形可以有多种参数与之对应, 有时设计参数和拟合参数并不相同, 但其曲线坐标非常接近, 用此拟合参数也能很好地满足使用要求。

计算实例证明: 本算法是正确有效的, 对于多参数优化的适应性和灵活性均更好, 且计算时间短, 收敛速度快, 拟合次数少, 稳定性好, 可为非球面加工质量的评价提供良好的理论依据, 此应用还可用来进行未知参数的非球面的加工。

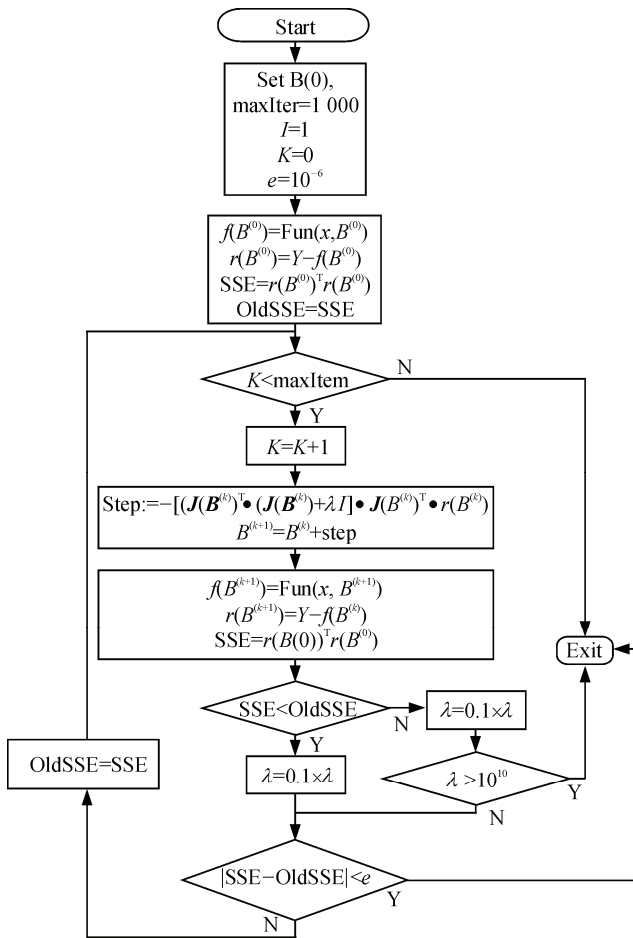


图 3 算法流程

表 1 非球面的设计参数

面型 参数	Samples		面型 参数	Samples	
	1#	2#		1#	2#
D	$\phi 52.6$	$\phi 120$	A_{10}	$-6.393\ 210\text{e}-016$	0
R	40.775	323.32	A_{12}	0	0
k	$0.192\ 830\ 4$	-1	A_{14}	0	0
A_{02}	0	0	A_{16}	0	0
A_{04}	$-3.520\ 791\text{e}-006$	0	A_{18}	0	0
A_{06}	$-2.293\ 164\text{e}-009$	0	A_{20}	0	0
A_{08}	$5.152\ 245\text{e}-013$	0			

表2 非球面的拟合参数

面型 参数	Samples		面型 参数	Samples	
	1#	2#		1#	2#
R	40.781 0	323.61	A_{14}	0	0
k	0.198 3	-0.950 0	A_{16}	0	0
A_{02}	0	0	A_{18}	0	0
A_{04}	-3.503 2e-006	0	A_{20}	0	0
A_{06}	-2.302 9e-009	0	Time/s	57	42
A_{08}	4.946 8e-013	0	Fitting:PV/ μm	0.74	0.79
A_{10}	-6.489 5e-016	0	Measure:PV/ μm	0.89	0.92
A_{12}	0	0			

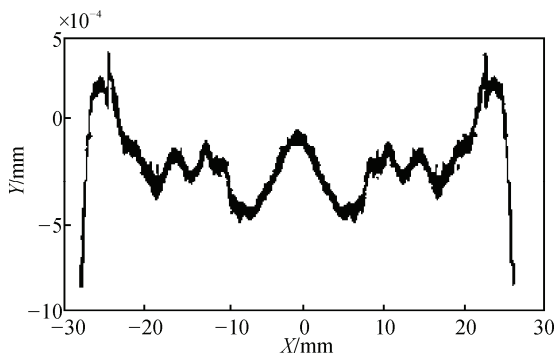


图4 1#拟合面形与测量结果的偏离

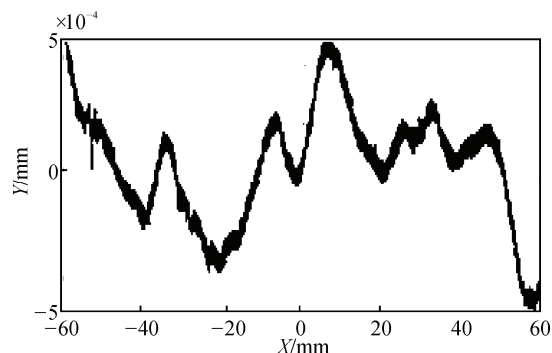


图5 2#拟合面形与测量结果的偏离

5 结论

非球面零件面形的检测以及相应的数据分析处理技术是制造过程可靠性和定量校正的重要保证。目前，非球面多采用表面轮廓仪来检测，在使用轮廓仪检测非球面面形时，需要先输入非球面方程的所有设计参数，再将实测面形曲线和该理论曲线相比较，得到误差曲线及相应的面形参数。

针对未知设计参数的旋转对称型非球面，利用 Talysurf 轮廓仪的测量数据，通过多项式拟合给出对称轴和顶点曲率初值，根据获得的顶点坐标，分析测量数据得到面形坐标值；设定拟合阶次、顶点曲率半径 r 和二次曲面系数 k 参数的估计值，利用最小二乘法与约束变尺度迭代算法，对测量数据进行曲线拟合，可以获取非球面参数值的最佳解及面形误差的 PV 值，方便进行非球面分析和评价。拟合分析结果表明：该算法具有收敛速度快、稳定性好的特点，拟合参数很好地还原了加工曲面的设计参数，能够满足非球面镜的超精密加工精度要求，为非球面镜加工质量的评价以及后续补正加工提供了理论依据。

参考文献：

- [1] 师途, 杨甬英, 张磊, 等. 非球面光学元件的面形检测技术[J]. 中国光学, 2014, 7(1): 26-46.
- [2] 朱勇建, 潘卫清. 非球面面形测量技术[J]. 激光与光电子学进展, 2010, 47(1): 011202.
- [3] 宋强, 杨宝喜, 袁乔, 等. 大口径凸非球面面形检测方法研究[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0408003.
- [4] 贺俊, 陈磊. 使用红外干涉仪测量非球面面形[J]. 光学精密工程, 2010, 18(1): 69-74.
- [5] 张峰. 高精度离轴凸非球面反射镜的加工及检测[J]. 光学精密工程, 2010, 18(12): 2557-2563.
- [6] 杜建祥, 宗肖颖. 轴对称二次非球面镜面几何参数的算法[J]. 应用光学, 2015, 36(6): 900-905.
- [7] 谢枫, 郝群, 朱秋东. 基于斜率非球面度的非球面最近比较球面定义[J]. 光学学报, 2010, 30(11): 3197-3202.
- [8] 袁巨龙, 吴喆, 吕冰海, 等. 非球面超精密抛光技术研究现状[J]. 机械工程学报, 2012, 48(23): 167-177.
- [9] Ouyang M A, Li G Q, Chen X D. Error Analysis and Study for Ultra-precision Aspheric Lens Based on Levenberg-marquardt Algorithm[J]. Machine Design and Research, 2007, 23(1): 83-87.
- [10] 尤越, 王乔方, 字正华. 一种基于 Matlab 的非球面光学元件面形参数测试技术[J]. 红外技术, 2014, 36(4): 331-335.