

doi: 10.7690/bgzdh.2016.05.010

基于 RAEKF 和 DGPS 的航母姿态测量方法

高绍忠¹, 王毅², 孙媛²

(1. 中国人民解放军 91697 部队, 山东 青岛 266405; 2. 海军航空工程学院兵器科学与技术系, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对现有基于差分 GPS (differential global position system, DGPS) 的定姿算法无法解决 GPS 信号受干扰时无解的问题, 且容易受 GPS 数据中粗大误差的影响, 提出一种基于自适应抗差卡尔曼滤波 (robust adaptive extended Kalman filter, RAEKF) 和 DGPS 的航母姿态测量方法。研究载波相位差分 GPS 的测姿原理, 详细分析现有定姿算法的原理并分别指出他们存在的缺陷, 提出不受 GPS 数据缺失和粗大误差影响的 RAEKF 算法。结果表明: 该算法能充分利用航母的运动信息, 提高 GPS 定姿的精度和可靠性。

关键词: 航母姿态; 差分 PGS; 自适应抗差卡尔曼滤波; 定姿算法; 坐标系

中图分类号: TP206 **文献标志码:** A

Method of Carrier Attitude Measurement Based on RAEKF and DGPS

Gao Shaozhong¹, Wang Yi², Sun Yuan²

(1. No. 91697 Unit of PLA, Qingdao 266405, China;

2. Department of Ordnance Science & Technology, Naval Aeronautical Engineering Academy, Yantai 264001, China)

Abstract: The existing attitude determination algorithm cannot solve the problem that the algorithm got no solution when GPS signal was disturbed. The algorithm would be influenced by the gross error in GPS data. According to the problems mentioned above, this paper put forward a kind of carrier attitude measurement method based on robust adaptive extended Kalman filter (RAEKF) and DGPS. First introduced the principle of carrier phase differential GPS attitude measurement, then analyzed the three kinds of attitude determination algorithms existing and pointed out their weaknesses. Finally, we put forward a robust adaptive Kalman filter algorithm which is not affected by missing and gross error of GPS data. As the experiments show, the algorithm can improve the accuracy and reliability of the GPS by using the motion data of carrier.

Keywords: carrier attitude; DGPS; RAEKF; attitude determination algorithm; coordinate system

0 引言

航母在海上航行时受到海浪和海风的影响会产生摇摆运动, 航母的摇摆运动会严重影响舰载机的起飞和降落以及舰载雷达的测量精度^[1-3]; 因此, 实时测定航母的姿态以采取相应的措施减小航母摇摆的影响至关重要。现在的姿态测量手段主要是惯导测量, 但是当航母连续航行时间较长时, 惯导的累积误差较大^[4], 需要另外一种测量方式来弥补惯导的不足。近几年差分 GPS (differential global position system, DGPS) 发展比较快, 具有体积小、精度高、没有累积误差等优点, 因此被广泛地应用于载体姿态测量^[5-6]。利用差分 GPS 测量航母姿态的内容, 包括天线布局设计、整周模糊度解算和航母姿态解算等, 其中最核心的部分是姿态解算方法, 合适的姿态解算方法不仅能提高测姿精度和可靠性, 还能提高测姿的实时性。目前常见的姿态解算方法包括三参数迭代最小二乘法、九参数最小二乘法和直接计算法^[7], 这 3 种方法求解载体姿态角的原理在本

质上是一样的, 只不过计算方法不同, 所以他们存在共同的缺点: 一是没有充分利用运动载体的速度和加速度信息; 二是容易受 GPS 数据中的粗大误差的影响; 三是当 GPS 信号受干扰而缺少某些历元的观测数据时, 这 3 种方法都可能陷入无解。因此, 为了解决 GPS 姿态解算方法中的这些问题, 提高 GPS 的姿态测量可靠性和精度, 更好地实现航母姿态实时测量, 笔者提出了一种基于自适应抗差卡尔曼滤波 (robust adaptive extended Kalman filter, RAEKF) 的 GPS 定姿算法。

1 坐标系及其转换关系

1.1 当地水平坐标系

当地水平坐标系的原点 O_l 定义为航母摇摆运动中心在甲板上的投影点, X_l 轴平行于当地水平面指向东, Y_l 轴平行于当地水平面指向北, Z_l 轴垂直于 X_l 、 Y_l 轴指向上, X_l 轴, Y_l 轴和 Z_l 轴组成右手坐标系^[8], 其下坐标用 (x_l, y_l, z_l) 表示, 如图 1。

收稿日期: 2016-01-13; 修回日期: 2016-02-26

作者简介: 高绍忠(1963—), 男, 山东人, 本科, 高工, 从事武器系统标校技术研究。

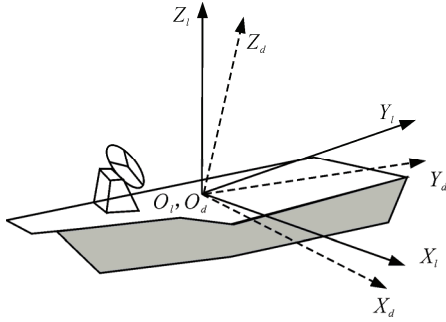


图 1 坐标系示意图

1.2 航母甲板坐标系

航母甲板坐标系原点 O_d 位于航母摇摆运动中在甲板上的投影点, Y_d 轴平行于航母艏艉线指向舰尾, X_d 轴平行于航母甲板且垂直于 Y_d 轴指向左舷, Z_d 轴垂直于甲板平面指向上组成右手直角坐标系。该坐标系不是惯性坐标系, 它随着航母的六自由度运动而运动, 其下坐标用 (x_d, y_d, z_d) 表示, 如图 1 所示。

1.3 坐标间转换关系

如图 2 所示, 当地水平坐标系和航母甲板坐标系的原点重合, 两者之间没有平移变换, 只存在角度的旋转, 而引起这种旋转的原因是航母的 3 个姿态角, 即横摇角 r 、纵摇角 p 和艏摇角 y , 根据三

维坐标系的变换关系, 从当地水平坐标系到航母甲板坐标系的转换可以由 3 次绕坐标轴的旋转实现, 而绕轴旋转相当于原坐标值左乘一个旋转矩阵。右手坐标系中沿 X 、 Y 和 Z 轴旋转的旋转矩阵如下。

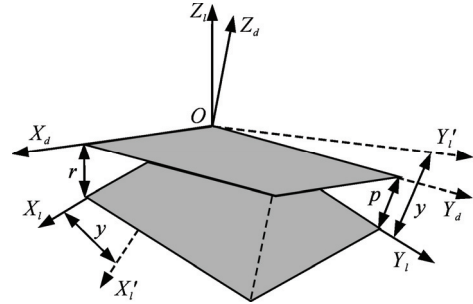


图 2 坐标系间的转换示意图

两直角坐标系间变换时旋转次序有多种, 但是根据文献[8]的研究, 由当地水平坐标系转换到航母甲板坐标系的旋转顺序必须为先绕 X 轴旋转, 再绕 Y 轴旋转, 最后绕 Z 轴旋转。所以, 当航母的横摇角、纵摇角和艏摇角分别为 r 、 p 、 y 时, 当地水平坐标系到航母甲板坐标系的变换公式如下:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} = T_{ld} \cdot \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

$$T_{ld} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos r \cos y & \cos p \sin y + \sin r \sin p \cos y & \sin p \sin y - \cos p \cos y \sin r \\ -\cos r \sin y & \cos p \cos y - \sin r \sin p \sin y & \sin p \cos y + \sin r \cos p \sin y \\ \sin r & -\cos r \sin p & \cos r \cos p \end{bmatrix} \quad (2)$$

T_{ld} 矩阵又称姿态转换矩阵^[1]。

2 载波相位差分 GPS 测姿原理

根据计算出的整周模糊度和各天线测量的 GPS 载波信号相位差来确定基线向量的当地水平坐标值, 再由姿态转换矩阵和姿态角的关系计算得到姿态角, 或者根据基线向量的地理坐标值到甲板坐标值的坐标变换关系, 直接计算得到姿态角, 这就是 GPS 测姿原理^[9-10]。

如图 3 所示, 把连接 GPS 接收机 2 个天线 A 和 B 的线段称为基线, 基线的方向和长度是可以测量的; 所以这个基线也叫基线向量, 记作 \mathbf{b} 。由于基线长度远小于接收机和卫星之间的距离, 所以接收机天线 A 和 B 指向同一颗 GPS 卫星的单位向量可以看作是相同的, 于是可以把 GPS 信号的波前看作平面波。由图 3 可以看出:

$$\rho = \rho_a^m - \rho_b^m = |\mathbf{b}| \cdot \cos \phi = \mathbf{H}_a^m \cdot \mathbf{b} \quad (3)$$

其中: ρ_a^m 、 ρ_b^m 分别为接收机 A 、 B 到 GPS 卫星 m 的距离; \mathbf{H}_a^m 为从接收机 A 到 GPS 卫星 m 的单位视向量; ϕ 为基线向量 \mathbf{b} 与单位视向量 \mathbf{H}_a^m 的夹角。

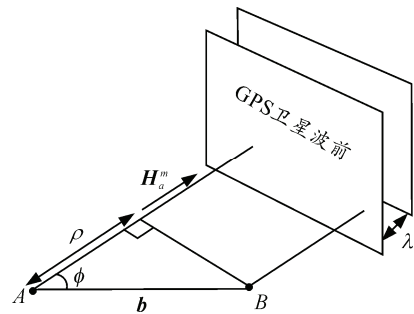


图 3 DGPS 测姿原理示意图

根据站际单差原理^[7]可得:

$$\lambda \phi_{ab}^m = (\rho_a^m - \rho_b^m) - \lambda N_{ab}^m + c(dt_a - dt_b) - \rho_{ab}^m(\text{ion}) + \rho_{ab}^m(\text{trop}) + \varepsilon_1 \quad (4)$$

由于基线长度相对与站星距离很小, 所以可以认为从 GPS 卫星 m 到达接收机 A 和 B 的电磁波是平

行波，并且他们的传播环境是一样的，其受电离层和对流层的延迟影响也相同，进而式 (4) 可简写为：

$$\lambda\varphi_{ab}^m = (\rho_a^m - \rho_b^m) - \lambda N_{ab}^m + c(dt_a - dt_b) + \varepsilon_1 \quad (5)$$

由式 (3) 和式 (5) 可得：

$$\lambda\varphi_{ab}^m = \mathbf{H}_a^m \cdot \mathbf{b} - \lambda N_{ab}^m + c(dt_a - dt_b) + \varepsilon_1 \quad (6)$$

同理，对 GPS 卫星 n 也有类似的等式：

$$\lambda\varphi_{ab}^n = \mathbf{H}_a^n \cdot \mathbf{b} - \lambda N_{ab}^n + c(dt_a - dt_b) + \varepsilon_2 \quad (7)$$

将式 (6) 减去式 (7) 得到双差载波相位姿态测量方程^[7]：

$$\lambda\varphi_{ab}^{mn} = (\mathbf{H}_a^m - \mathbf{H}_a^n) \cdot \mathbf{b} - \lambda N_{ab}^{mn} + \varepsilon_3 \quad (8)$$

其中： φ_{ab}^{mn} 可由各个载波相位接收机测得的小数部分波长做差得到； \mathbf{H}_a^m 和 \mathbf{H}_a^n 可通过主接收机坐标和从导航电文中提取的卫星坐标做差后标准化得到。

如果接收机 A 和 B 能同时观测到 5 颗或 5 颗以上的卫星 (这里假设观测到 5 颗卫星，其编号为 1~5，1 号为主卫星)，就可以形成由 4 个双差载波相位观测方程组成的方程组，忽略残差的影响并写成矩阵的形式：

$$\lambda \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{ab}^{12} \\ \varphi_{ab}^{13} \\ \varphi_{ab}^{14} \\ \varphi_{ab}^{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_a^1 - H_a^2 \\ H_a^1 - H_a^3 \\ H_a^1 - H_a^4 \\ H_a^1 - H_a^5 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{b} - \lambda \begin{bmatrix} N_{ab}^{12} \\ N_{ab}^{13} \\ N_{ab}^{14} \\ N_{ab}^{15} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中解算出整周模糊度后，就可以确定基线向量 \mathbf{b} 的地心坐标值，然后根据向量 \mathbf{b} 在 2 个坐标系下的函数关系可以确定载体的姿态角。注意，如果只有一条基线只能确定载体的 2 个姿态角；所以，如果想要确定载体的 3 个姿态角至少需要 2 条不平行的基线。

3 经典姿态解算方法

3.1 直接计算法

直接计算法是根据基线的当地水平坐标值和航母甲板坐标值以及两坐标系间的转换关系直接求解载体的姿态角，首先根据某条基线解算出载体的 3 个姿态角中的 2 个，然后根据第二条不平行的基线解算出第 3 个姿态角^[11]。假设航母上按照图 4 所示的位置关系装有 3 幅 GPS 天线，其中位于航母甲板坐标系原点的天线 1 为主天线，天线 2 位于航母甲板坐标系的 Y 轴上，天线 3 位于航母甲板坐标系的 X 轴上。天线 1 和天线 2 之间的连线向量记作 L_{12} ，天线 1 和天线 3 之间的连线向量记作 L_{13} ，这 2 条基线的长度和方向是可以精确测量的。

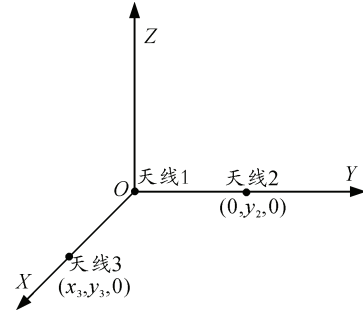


图 4 天线配置示意图

直接算法的具体计算流程如下：

1) 根据 GPS 伪距单点定位方式或者某种差分方式测量出主天线的地心坐标，同时利用 GPS 的载波相位差分方式测量出其他天线相对于主天线在地心坐标系下的基线解：

$$d\mathbf{X}_{EE} = \begin{bmatrix} dx_{E,2} & dx_{E,3} \\ dy_{E,2} & dy_{E,3} \\ dz_{E,2} & dz_{E,3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 E 表示地心坐标系。

2) 按照式 (11) 将式 (10) 的地心坐标系下的解转换成当地水平坐标系下的解：

$$d\mathbf{X}_{LL} = \mathbf{T}_{el} \cdot d\mathbf{X}_{EE} \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_{el} = \begin{bmatrix} \sin b_1 \cos l_1 & -\sin b_1 \sin l_1 & \cos b_1 \\ \cos b_1 \cos l_1 & \cos b_1 \sin l_1 & \sin b_1 \\ -\sin l_1 & \cos l_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中： L 表示当地水平坐标系； l_1 和 b_1 分别表示天线 1 的经度和纬度。

3) 根据坐标系间的转换关系推导出航母甲板坐标与当地水平坐标的函数关系：

$$d\mathbf{X}_{LL} = \mathbf{T}_{ld} \cdot d\mathbf{X}_{BB} \quad (13)$$

式中： \mathbf{T}_{ld} 如式 (2)； B 表示航母甲板坐标系。

4) 把基线 L_{12} 的当地水平坐标系的解 $d\mathbf{X}_{LL} = [dx_{L,2}, dy_{L,2}, dz_{L,2}]^T$ 和航母甲板坐标系的解 $d\mathbf{X}_{BB} = [0, L_{12}, 0]^T$ 同时代入式 (13)，得

$$\begin{bmatrix} dx_{L,2} \\ dy_{L,2} \\ dz_{L,2} \end{bmatrix} = L_{12} \begin{bmatrix} \cos p \sin y \\ \cos p \cos y \\ \sin p \end{bmatrix} \quad (14)$$

由式 (14) 可解得：

$$y = \arctan(dx_{L,2} / dy_{L,2}) \quad (15)$$

$$p = \arctan(dz_{L,2} / \sqrt{dx_{L,2}^2 + dy_{L,2}^2}) \quad (16)$$

5) 再将基线 L_{13} 的已知地心坐标 $d\mathbf{X}_{LL} = [dx_{L,3}, dy_{L,3}, dz_{L,3}]^T$ 和航母甲板坐标

$dX_{BB} = [L_{13}, 0, 0]^T$, 以及由式 (14) 求得的 p 、 y 同时代入式 (13), 则可得

$$r = \arcsin\left(\frac{\sin p \cos y L_{13} - dz_{L,3}}{\cos p \sin y L_{13}}\right) \quad (17)$$

3.2 九参数最小二乘法

九参数最小二乘法的姿态确定原理与直接计算方法一样, 只不过它的解算手段不同, 它不直接解算姿态角, 而是根据最小二乘原理解算出了姿态转换矩阵的 9 个元素, 然后根据这 9 个元素与姿态角之间的关系解算出 3 个姿态角, 其计算步骤为:

1) 与直接算法相同, 利用 GPS 载波相位差分方式测量副天线相对于主天线的基线解, 推导当地水平坐标系和航母甲板坐标系的函数关系, 得到姿态转换矩阵。

2) 根据最小二乘平差原理求解转换矩阵 T_{ld} 的 9 个矩阵元素:

$$T_{ld} = dX_{LL}^T dX_{BB} (dX_{BB} dX_{BB}^T)^{-1} \quad (18)$$

3) 推导姿态转换矩阵的各个元素和姿态角之间的关系如式 (18), 根据上一步解算的矩阵元素求解航母的 3 个姿态角。

$$\left. \begin{aligned} r &= \arctan\left(\frac{-T_{ld}(3,1)}{-T_{ld}(3,3)}\right) \\ p &= \arcsin(T_{ld}(3,2)) \\ y &= \arctan\left(\frac{T_{ld}(1,2)}{T_{ld}(2,2)}\right) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

3.3 三参数迭代最小二乘法

由于姿态转换矩阵 T_{ld} 中只有 r 、 p 、 y 3 个独立的参数, 因此三参数迭代最小二乘法根据基线的 2 个坐标解直接解算这 3 个参数, 具体方法如下:

1) 根据姿态角的近似解 r_0 、 p_0 、 y_0 , 对某一历元建立如下观测方程:

$$A\hat{\delta} - L = V, P \quad (20)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{ld}}{\partial r} dX_{B,2} & \frac{\partial T_{ld}}{\partial p} dX_{B,2} & \frac{\partial T_{ld}}{\partial y} dX_{B,2} \\ \frac{\partial T_{ld}}{\partial r} dX_{B,3} & \frac{\partial T_{ld}}{\partial p} dX_{B,3} & \frac{\partial T_{ld}}{\partial y} dX_{B,3} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} \partial r \\ \partial p \\ \partial y \end{bmatrix}; \quad (22)$$

$$L = \begin{bmatrix} dX_{L,2} - T_{ld}(r_0, p_0, y_0) dX_{B,2} \\ dX_{L,3} - T_{ld}(r_0, p_0, y_0) dX_{B,3} \end{bmatrix}; \quad (23)$$

$$P = \begin{bmatrix} \Sigma_{dX_{L,2}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{dX_{L,3}} \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中: Σ 为协方差; V 为残差。

2) 根据最小二乘平差法计算出 3 个姿态角的改正值:

$$\hat{\delta} = [A^T P A]^{-1} [A^T P L] \quad (25)$$

3) 判断改正值和限定值的关系, 如果改正值小于限定值, 则停止运算, 得到最终结果; 如果改正值大于限定值, 则把改正值作为新近似值迭代计算。

3.4 3 种定姿算法分析

通过对 3 种定姿算法的原理分析, 可以看出他们既有相同点又有区别。相同点是他们的定姿原理相同, 都是根据坐标转换矩阵 T_{ld} 求解载体的姿态角; 区别是他们解算方法不同, 直接算法根据姿态角和转换矩阵的关系直接求解姿态角, 其优点是计算过程简单直观, 解算速度快, 缺点是无法利用多条基线的冗余信息; 因此, 其估计值是次优的。九参数最小二乘法先根据最小二乘原理计算出转换矩阵 T_{ld} 的 9 个元素, 然后根据这 9 个元素与姿态角的关系解算姿态角, 其优点是可以根据最小二乘原理同时利用所有基线的冗余信息来估算姿态角, 其结果的可靠性和精度更高; 缺点是转换矩阵 T_{ld} 中只有 3 个独立参数却求解了 9 个值, 计算量大且不是最优估计; 三参数迭代最小二乘法, 根据最小二乘原理直接把 3 个姿态角作为待估值进行迭代解算, 其估计值在理论上是最优的, 但算法的迭代过程复杂, 且需要精确的初始解。

4 基于 RAEKF 的 GPS 定姿算法

卡尔曼滤波在 GPS 定位中的应用可以使定位精度有很大提高, 但是利用 GSP 进行姿态测量时, 卡尔曼滤波还是不能满足定姿的精度要求, 并且, GPS 定姿过程中出现的系统噪声和测量噪声是未知的, 这会导致卡尔曼滤波发散。而自适应卡尔曼滤波可以解决普通卡尔曼滤波存在的问题, 当目标变化时自动判断这种变化是噪声还是真实的变动, 从而决定把这种变化当作噪声滤除还是对模型进行修正。当噪声方差未知或近似已知时, 根据观测数据不断地估计和修正滤波器增益, 以减小状态估计误差, 提高滤波器的精度。在航母姿态解算中, 系统

的模型噪声和观测噪声是未知的，并且观测值中存在野值，从而会使滤波发散。为了解决上述问题，笔者提出了一种基于自适应抗差卡尔曼滤波的姿态解算方法，它可以自适应地调整状态预测向量与观测值之间的权比，从而根据观测值自身的信息做出合理的估计。算法的原理和步骤如下：

假设航母甲板上安装了 n 个 GPS 天线，这些天线属于同一个 GPS 接收机，这样的优势是不用考虑时间对齐问题，利用天线间的载波相位差来测量航母姿态。选取位于航母甲板坐标系原点的那个天线作为主天线，则主天线与其他天线可构成 $n-1$ 条独立的基线。首先，用高精度设备测量出各基线在航母甲板坐标系下的向量解 dX_{BB}^k ：

$$dX_{BB}^k = [dX_{B,2}^k, \dots, dX_{B,i}^k, \dots, dX_{B,n}^k]。 \quad (26)$$

式中： B 为甲板坐标系； i 为基线编号； k 为历元号。

在航母运动过程中，利用 GPS 差分方式或者伪距定位方式测量出主天线的地心坐标，同时，利用载波相位差分方式测量出基线在地心坐标系下的向量解 dX_{EE}^k ，根据相关资料^[5]，采用 GPS 载波相位差分方式测姿时，主天线的位置误差在 100 m 之内时，定姿误差可以保持在毫米内。

$$dX_{EE}^k = [dX_{E,2}^k, \dots, dX_{E,i}^k, \dots, dX_{E,n}^k]。 \quad (27)$$

然后把地心坐标值转换成当地水平坐标值：

$$dX_{LL}^k = T_{el} \cdot dX_{EE}^k。 \quad (28)$$

其中 T_{el} 如式 (12)。

再根据旋转矩阵 T_{ld} 得到每条基线 2 种坐标系下的关系式：

$$dX_{L,i}^k = T_{ld} dX_{B,i}^k \quad (i = 2, \dots, n)。 \quad (29)$$

其中 T_{ld} 如式 (2)。

显然，式 (29) 是一个关于 r 、 p 、 y 的非线性表达式，不能直接用卡尔曼滤波进行参数估计。为了将式 (29) 线性化，根据泰勒级数展开，保留一阶项，得到式 (30)。根据九参数最小二乘算法得到某一近似解 r_0 、 p_0 、 y_0 。

$$A_i^k \delta \tilde{X}^k - K_i^k = V_i^k, P_i^k。 \quad (30)$$

其中：

$$A_i^k = \left[\frac{\partial T_{ld}}{\partial r} dX_{B,i}^k, \frac{\partial T_{ld}}{\partial p} dX_{B,i}^k, \frac{\partial T_{ld}}{\partial y} dX_{B,i}^k \right]; \quad (31)$$

$$\delta \tilde{X}^k = \begin{bmatrix} \partial r^k \\ \partial p^k \\ \partial y^k \end{bmatrix}; \quad (32)$$

$$L_i^k = [dX_{L,i}^k - B_i^k dX_{B,i}^k]; \quad (33)$$

$$B_i^k = T_{ld}(r_0, p_0, y_0); \quad (34)$$

$$P_i^k = \left(\sum dX_{L,i}^k \right)^{-1}; \quad (35)$$

$$\tilde{X}_k = X_0^k + \delta \tilde{X}_k。 \quad (36)$$

式中： $\sum dX_{L,i}^k$ 表示 $dX_{L,i}^k$ 的协方差矩阵； B_i^k 为初始解； V_i^k 为残差。

计算 $n-1$ 条基线的最小二乘解和协方差：

$$A_k \delta \tilde{X}^k - L_k = V_k, P_k; \quad (37)$$

$$\sum_{\tilde{X}^k} = [A_k^T P_k A_k]^{-1}; \quad (38)$$

$$\tilde{X}_k = X_0^k + \delta \tilde{X}_k。 \quad (39)$$

式中：

$$A_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{ld}}{\partial r} dX_{B,2}^k & \frac{\partial T_{ld}}{\partial p} dX_{B,2}^k & \frac{\partial T_{ld}}{\partial y} dX_{B,2}^k \\ \frac{\partial T_{ld}}{\partial r} dX_{B,i}^k & \frac{\partial T_{ld}}{\partial p} dX_{B,i}^k & \frac{\partial T_{ld}}{\partial y} dX_{B,i}^k \\ \frac{\partial T_{ld}}{\partial r} dX_{B,n}^k & \frac{\partial T_{ld}}{\partial p} dX_{B,n}^k & \frac{\partial T_{ld}}{\partial y} dX_{B,n}^k \end{bmatrix}; \quad (40)$$

$$L_k = \begin{bmatrix} dX_{L,2}^k - B_2^k dX_{B,2}^k \\ L \\ dX_{L,i}^k - B_i^k dX_{B,i}^k \\ L \\ dX_{L,n}^k - B_n^k dX_{B,n}^k \end{bmatrix}; \quad (41)$$

$$P_k = \begin{bmatrix} \sum dX_{L,2}^k & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \sum dX_{L,i}^k & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \sum dX_{L,n}^k \end{bmatrix}。 \quad (42)$$

由于航母姿态的测量过程是动态的，所以可以利用航母的角速度信息，来辅助当前状态的估计，假设航母的单程摇摆是常速的，则有：

$$\bar{X}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} + W_k; \quad (43)$$

$$\sum_{\bar{X}_k} = \Phi_{k,k-1} \sum_{\hat{X}_{k-1}} \Phi_{k,k-1}^T + \sum W_i。 \quad (44)$$

式中：

$$\bar{X}_k = [\bar{r}_k, \bar{p}_k, \bar{y}_k, \bar{v}_{r_k}, \bar{v}_{p_k}, \bar{v}_{y_k}]^T; \quad (45)$$

$$\hat{X}_{k-1} = [\hat{r}_{k-1}, \hat{p}_{k-1}, \hat{y}_{k-1}, \hat{v}_{r_{k-1}}, \hat{v}_{p_{k-1}}, \hat{v}_{y_{k-1}}]^T; \quad (46)$$

$$\Phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (47)$$

$$\sum W_k = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2Q\Delta t^3 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 \\ 3Q\Delta t^2 & 2Q\Delta t^3 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 \\ 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 2Q\Delta t^3 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 \\ 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 2Q\Delta t^3 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 \\ 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 2Q\Delta t^3 & 3Q\Delta t^2 \\ 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 3Q\Delta t^2 & 2Q\Delta t^3 \end{bmatrix}. \quad (48)$$

式中： \bar{X}_k 为历元 k 的预报值； \hat{X}_{k-1} 为历元 $k-1$ 的估计值； v 为姿态角速度； Δt 为历元间隔； W_k 为动态噪声； $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵； Q 为姿态角速度功率谱密度。那么，基于卡尔曼滤波的递推解为：

$$\tilde{X}_k = \bar{X}_k + K_k (L_k - A_k \bar{X}_k); \quad (49)$$

$$K_k = \sum_{\bar{X}_k} A_k^T (A_k \sum_{\bar{X}_k} A_k^T + P_k^{-1})^{-1}; \quad (50)$$

$$\sum_{\hat{X}_k} = [I - K_k A_k] \sum_{\bar{X}_k}. \quad (51)$$

经过矩阵演算得到另一种形式的滤波解：

$$\hat{X}_k = [A_k^T P_k A_k + P_{\bar{X}_k}]^{-1} [A_k^T P_k L_k + P_{\bar{X}_k} \bar{X}_k]; \quad (52)$$

$$\sum_{\hat{X}_k} = (A_k^T P_k A_k + P_{\bar{X}_k})^{-1}; \quad (53)$$

$$P_{\bar{X}_k} = (\sum_{\bar{X}_k})^{-1}. \quad (54)$$

进一步演算出 RAEKF 的解：

$$\hat{X}_k = [A_k^T \bar{P}_k A_k + \alpha P_{\bar{X}_k}]^{-1} [A_k^T \bar{P}_k L_k + \alpha P_{\bar{X}_k} \bar{X}_k]; \quad (55)$$

$$\sum_{\hat{X}_k} = (A_k^T \bar{P}_k A_k + \alpha P_{\bar{X}_k})^{-1}; \quad (56)$$

$$\bar{P}_k = \gamma P_k. \quad (57)$$

$$\gamma = \begin{cases} 1 & \bar{v} \leq k_0 \\ \frac{k_0}{|\bar{v}|} \left(\frac{k_1 - |\bar{v}|}{k_1 - k_0} \right)^2 & k_0 < \bar{v} \leq k_1 \\ 0 & \bar{v} > k_1 \end{cases}. \quad (58)$$

$$\alpha = \begin{cases} 1 & |\Delta \tilde{X}_t| \leq c_0 \\ \frac{c_0}{|\Delta \tilde{X}_t|} \left(\frac{c_1 - |\Delta \tilde{X}_t|}{c_1 - c_0} \right)^2 & c_0 < |\Delta \tilde{X}_t| \leq c_1 \\ 0 & |\Delta \tilde{X}_t| > c_1 \end{cases}. \quad (59)$$

式中： α 为自适应参数； γ 为降权参数； c_0 、 c_1 为

常数，一般 $c_0=1.0\sim 1.5$ ， $c_1=3.0\sim 4.5$ ； $\Delta \tilde{X}_t$ 按下式求取：

$$\Delta \tilde{X}_t = \frac{\|\tilde{X}_t - \bar{X}_t\|}{\sqrt{\text{tr}(\sum_{\bar{X}_t})}}. \quad (60)$$

至此，基于自适应抗差卡尔曼滤波的 DGPS 航母姿态解算方法推导完毕，当 GPS 接收机连续测量出各基线在地心坐标系下的解，即可按照上述方法求解出航母的姿态角。

5 仿真实验

假定海上某平台开始做匀速航行，采样时间为 1 s，平台发生机动的时间与加速度如表 1 所示，对平台纵摇角进行仿真结果如图 1、图 2 所示。

加速度	目标发生机动的时间/s						
	31	38	49	61	65	66	81
X方向	0	5	8	-5	-8	3	5
Y方向	0	-5	-5	8	8	8	8

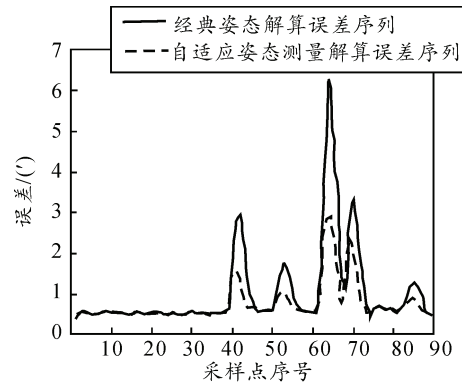


图 1 纵摇角误差曲线

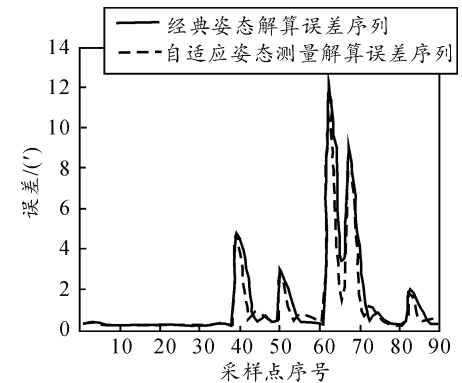


图 2 横摇角误差曲线

从仿真图中可以看出：以纵摇角为例，当平台不发生机动匀速运动在 31 s 时，经典姿态解算模型和自适应姿态解算模型的纵摇角误差分别是：0.525 9'、0.538 1'，横摇角误差为：0.386 5'、0.453 6'。