

doi: 10.7690/bgzd.2018.05.005

基于 D-S 证据理论的预警卫星探测效能评估方法

李迎春, 李新明

(装备学院复杂电子系统仿真重点实验室, 北京 101416)

摘要: 为减少预警探测卫星探测效能评估中的不确定性, 弥补模糊层次分析法等传统评估方法在处理不确定问题上的不足, 提出了一种基于 D-S 证据理论(Dempster-Shafer 证据理论)的效能评估方法。该方法将评估指标和评估信息看作是 D-S 证据理论中的焦元和证据源, 再利用 Dempster 聚合规则进行聚合。结果表明: 此方法比传统的模糊 AHP 法具有更强的处理不确定性信息的能力, 可以提高评估的精度。

关键词: D-S 证据理论; 不确定性; 预警卫星; 效能评估; 基本概率分配

中图分类号: TJ765.4 **文献标志码:** A

An Evaluation Method of Early Warning Satellite Detection Efficiency Based on D-S Evidence Theory

Li Yingchun, Li Xinming

(Complex Electronic System Simulation Key Laboratory, Equipment Academy, Beijing 101416, China)

Abstract: In order to decrease the uncertainty on the efficiency evaluation of early warning satellite detection, and compensate for the deficiencies of traditional methods such as FAHP (fuzzy analytic hierarchy process) when dealing with uncertain problem, this paper proposed an evaluation method based on D-S evidence theory. This method regards evaluation indexes and evaluation information as focal elements and evidence source in D-S evidence theory, and then use Dempster fusion rule to fuse evaluation information. It can be concluded in the result that compared with conventional FAHP, the method in this paper has stronger ability to deal with the uncertain information, which can improve the evaluation accuracy.

Keywords: D-S evidence theory; uncertainty; early warning satellite; efficiency evaluation; BPA

0 引言

预警卫星担负着发现目标、定位目标和跟踪目标的战略任务, 是我军预警探测系统中的重要节点, 因此精确评估其探测效能具有重要意义。预警卫星对地侦察的客观条件如气候条件等的未知性与随机性, 导致评估过程中存在很多不确定因素。目前经常使用的效能评估方法如 ADC 模型(availability dependability capacity model)、层次分析法(analytic hierarchy process, AHP)、模糊层次分析法(fuzzy analytic hierarchy process, FAHP)等处理不确定问题方面的能力欠佳。研究不确定性的数学方法主要有概率方法和非概率方法^[1]。概率方法包括经典概率理论、数理统计和贝叶斯统计等; 非概率方法主要有模糊数学方法、区间理论法和证据理论等。由于证据理论在处理不确定问题时满足比贝叶斯更弱的条件, 更受专家学者的青睐。笔者提出基于 D-S 证据理论的预警卫星探测效能评估方法, 并用算例验证该方法的有效性。

1 预警卫星探测系统

1.1 预警卫星

预警卫星又称导弹预警卫星, 是实现导弹预警、监视、发现和跟踪敌方弹道导弹发射, 并发出警告的侦察卫星^[2]。预警卫星探测系统通常是由多颗卫星组成的预警网, 利用卫星所载红外等探测器, 发现并跟踪导弹发动机尾焰或弹体的红外辐射, 并向地面质控中心发送探测信号, 以便地面指挥中心及时组织战略防御和反击。对预警卫星探测效能的评估, 应从探测能力、识别能力和跟踪能力等几个方面进行构建指标体系, 目前对于不同类型的预警卫星, 指标体系不尽相同, 笔者将用最基本的效能构建指标树。

1.2 D-S 证据理论的引进

预警卫星探测效能评估指标随机性大, 很多指标的估值需随着气候、卫星位置、仰角等条件变化而相应改变, 由于知识不足、经验缺乏和测量的随

收稿日期: 2018-03-29; 修回日期: 2018-04-11

作者简介: 李迎春(1993—), 男, 湖北人, 硕士, 从事电子信息装备系统的建模与评估研究。

机性带来的不确定因素很大,如果忽略不计,将会带来评估误差。以往使用的方法,以模糊 AHP 法为例,处理不确定性问题时,将不确定性当作评估等级,然后乘以评估者的权重^[3],评估结果中的不确定性为各个指标不确定性的加权叠加,不能减少甚至消除评估中的不确定因素^[4]。这些不确定因素直接影响评估的精度和置信度。

D-S 证据理论旨在利用自身优势,在聚合概率分配函数过程中减少不确定因素,在系统评估中有很大的应用前景^[5-7]。D-S 证据理论的聚合规则将评估信息看作证明命题为真的证据,综合处理来自各个信息源的信息以削弱不确定因素,得出较为精确的结论^[8]。在预警卫星的探测系统效能评估中,来自各指标的评价信息可以看作证明系统效能的证据,该指标的评价等级隶属度可以看作是概率分配函数,经过 D-S 和聚合规则聚合后将减少整个效能评估的不确定性,得到更精确的评估结果。

2 D-S 证据理论

D-S 证据理论又称为 Dempster-Shafer 理论或者信任 (Belief) 函数理论,是经典概率理论的扩展。这一理论于 20 世纪 60 年代由 Dempster 提出并由他的学生 Shafer 补充完善,由于它不需要先验概率作为基础进行推理,并且能够很好地区分“不确定”和“不知道”,从而在多源信息融合^[9]、人工智能^[10]和网络分析^[11-12]等方面得到广泛应用。

D-S 证据理论中,一个样本空间称为一个辨识框架 (discernment frame),用 $\Theta=(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ 表示,对于每个 Θ 的子集,可以指派一个概率,称为基本概率分配 (basic probability assignment, BPA)^[13]。

设 Θ 为辨识框架,映射 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 称之为概率分配函数或者 mass 函数,也是 A 的 BPA,假设对于空集 \emptyset , $m(\emptyset)=0$; 对于 2^Θ 中元素 A , 有

$$\sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1. \quad (1)$$

D-S 证据理论的基本策略是将来自不同侧面对辨识框架的独立认知,通过 D-S 聚合规则组合起来,以减少部分判断的不确定性,概率分配函数聚合规则如下:

组合规则: 设 m_1, m_2, \dots, m_n 是 Θ 上的概率分配函数, A_1, A_2, \dots, A_j 表示框架 Θ 的子集,多个概率分配函数的正交和 $m = m_1 m_2, \dots, \oplus m_n$ 定义为:

$$m(A) = \begin{cases} c^{-1} \sum_{\bigcap_{i=1}^n A_i} \prod_{i=1}^n m_i(A_j), & A \neq \emptyset \\ 0, & A = \emptyset \end{cases}. \quad (2)$$

同理,其中

$$c = \sum_{\bigcap_{i=1}^n A_i \neq \emptyset} \prod_{i=1}^n m_i(A_j) = 1 - \sum_{\bigcap_{i=1}^n A_i = \emptyset} \prod_{i=1}^n m_i(A_j). \quad (3)$$

c 称作一致性因子, $0 < c < 1$, c 越大,证据间一致性越大,相反,则冲突越大。

3 基于 D-S 的预警卫星探测效能评估方法

3.1 构建评价等级

定义 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_h, \Theta\}$ 为对每个指标或者准则的评语集, x_1, x_2, \dots, x_h 为按顺序排列的具体评语,如优、良、中、差、极差等; Θ 是评语集中的不确定因素,是测量、仿真中该指标评价由于各种原因带来的不确定成分,或由于专家经验不足、知识缺乏带来的不确定成分。

定义 $P(X)=(P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_h))$ 为专家对每个具体评语所认同的价值向量, $0 \leq P(x_k) \leq 1$, ($k=1, 2, \dots, h$)。

从常理上来说, $P(x_k)$ 值一般均匀分布在 $[0, 1]$ 之间,可由公式给出 $P(x_k) = \frac{2k-1}{2h}$ ($k=1, 2, \dots, h$), 如当 $h=5$, $P(X)=\{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$; 当 $h=10$, $P(X)=\{0.05, 0.15, 0.25, 0.35, 0.45, 0.55, 0.65, 0.75, 0.85, 0.95\}$ 。

3.2 评价等级隶属度矩阵

通过实际测量、仿真实验、专家打分和评分合成等方法得出该指标体系每个指标的评价,利用隶属度函数将其归一化为某一评价等级的隶属度,并看作是 D-S 证据中概率分配函数,表示信任该评价等级的程度,这是一个类似于概率的百分制数字。对于任意一个准则 i , 给出该准则下评语等级隶属度矩阵,即每个指标隶属于各个评价等级概率分配函数矩阵。

$$R_i(X) = \begin{bmatrix} m_{i1}(x_1) & m_{i2}(x_1) & \dots & m_{in}(x_1) \\ m_{i1}(x_2) & & & \dots \\ \vdots & & & \vdots \\ m_{i1}(x_h) & & \dots & m_{in}(x_h) \\ m_{i1}(\Theta) & & \dots & m_{in}(\Theta) \end{bmatrix}.$$

式中: $R_i(X)$ 为第 i 个准则概率分配函数矩阵; $m_{ij}(x_n)$ 为第 i 个准则中的 j 个指标属于第 n 个评价等级的概率分配函数; $m_{ij}(\Theta)$ 为第 i 个准则中第 j 个指标不确定成分的概率分配函数。

3.3 D-S 聚合规则

利用 AHP 法得出各指标的相对权重向量，并进行一致性检验，直接给出个准则和指标的相对权重向量。准则层权重向量为 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\dots,\omega_n)$ ，指标层以第 i 个准则下属的指标为例，并设第 i 个准则层下属有 l 个指标 $\omega_i=(\omega_{i1},\omega_{i2},\dots,\omega_{il})$ 。

利用 D-S 证据理论聚合规则，将某一准则内的所有指标的概率分配函数进行聚合，由于在未改进的 D-S 聚合规则中，充分相信了每一个信息源，并未对信息源分配信度或概率，只是仅仅对信息源提供的信息分配了信度或概率，评估中体现在充分肯定每个指标的重要性，不对任何指标分配权重，这是不符合实际的。因此，须对 D-S 聚合规则中的概率分配函数乘上指标的权重，再进行聚合^[14]。聚合结果得到每个准则关于各个评价等级的概率分配函数向量 $M_i(X)=(m_i(x_1),m_i(x_2),\dots,m_i(x_h),m_i(\Theta))$ ，共 $h+1$ 项，其中：

$$\left. \begin{aligned} m_i(x_k) &= [\omega_{i1} \cdot m_{i1}(x_k)] \oplus [\omega_{i2} \cdot m_{i2}(x_k)] \cdots \oplus \\ & \quad [[\omega_{il} \cdot m_{il}(x_k)], k=1,2,\dots,h; \\ m_i(\Theta) &= [\omega_{i1} \cdot m_{i1}(\Theta)] \oplus [\omega_{i2} \cdot m_{i2}(\Theta)] \cdots \oplus \\ & \quad [\omega_{il} \cdot m_{il}(\Theta)] \end{aligned} \right\}。$$

同理再利用 D-S 证据理论聚合规则，将各个准则关于各评价等级的概率分配函数进行聚合，得到该系统关于各评价等级的概率分配函数向量 $M(X)=[\omega_1 \cdot M_1(X)] \oplus [\omega_2 \cdot M_2(X)] \cdots \oplus [\omega_n \cdot M_n(X)]$ ，得到 $M(X)=(m(x_1),m(x_2),\dots,m(x_h),m(\Theta))$ 。其中向量的聚合，等价于向量中每个对应位置元素的聚合。

由于在量化各评价值给系统效能最终评估带来的影响时，无法确定不确定因素带来的影响，应将不确定因素的概率按比例重新分配给确定因素，得到新的概率分配函数向量 $M'(X)=(m'(x_1),m'(x_2),\dots,m'(x_h))$ ，共有 h 项。其中 $m'(x_k) = \frac{m(x_k)}{\sum_{k=1}^h m(x_k)}$ ， $k=1,2,\dots,h$ 。

3.4 最终结果

最终评估效能为 $E = M'(X) \cdot P(X)^T$ 。E 是一个百分制数字，其对应的评价等级表示该评估对象的评价等级。

4 具体算例

国内某预警卫星探测效能指标主要由 3 个准则

层组成^[15]：探测能力、识别能力和跟踪能力，以此为基础建立预警卫星二级指标树，如图 1。

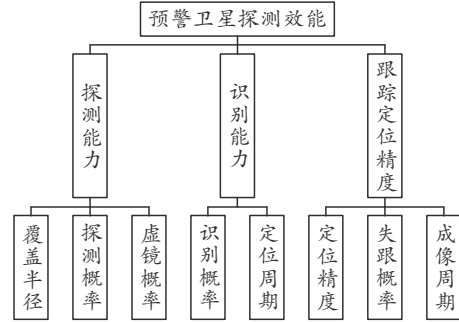


图 1 预警卫星探测效能指标

本例中设 $h=5$ ，即评价等级向量 $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \Theta\}$ 。

根据相对权重矩阵，利用 AHP 法计算每个指标的权重向量，准则层 $\omega=(0.51, 0.23, 0.24)$ ，指标层 $\omega_1=(0.29, 0.39, 0.32)$ ， $\omega_2=(0.82, 0.18)$ ， $\omega_3=(0.35, 0.45, 0.20)$ 。验证其一致性，给出权重如表 1。

表 1 预警卫星探测效能权重

目标层	准则层权重 ω_i	准则层	指标权重 ω_{ij}	指标层
预警卫星 探测效能 指标	0.51	探测能力 a_1	0.29	覆盖半径 a_{11}
			0.39	探测概率 a_{12}
			0.32	虚警概率 a_{13}
	0.23	识别能力 a_2	0.82	识别概率 a_{21}
			0.18	识别周期 a_{22}
	0.24	跟踪定位精度 a_3	0.35	定位精度 a_{31}
			0.45	失跟概率 a_{32}
			0.20	成像周期 a_{33}

通过仿真实验得到该预警卫星探测效能评估数据，由于仿真环境与真实环境的差距，每组仿真数据都带有一定的不确定性，体现在不确定项内。将数据归一化^[16]为每个指标对于每个评价等级的隶属度矩阵，即 3 个准则的概率分配函数矩阵如下：

$$R_1(X) = \begin{bmatrix} m_{11}(x_1) & m_{12}(x_1) & m_{13}(x_1) \\ m_{11}(x_2) & m_{12}(x_2) & m_{13}(x_2) \\ m_{11}(x_3) & m_{12}(x_3) & m_{13}(x_3) \\ m_{11}(x_4) & m_{12}(x_4) & m_{13}(x_4) \\ m_{11}(x_5) & m_{12}(x_5) & m_{13}(x_5) \\ m_{11}(\Theta) & m_{12}(\Theta) & m_{13}(\Theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.10 & 0.00 \\ 0.15 & 0.30 & 0.20 \\ 0.35 & 0.25 & 0.25 \\ 0.30 & 0.05 & 0.20 \\ 0.10 & 0.00 & 0.15 \\ 0.10 & 0.30 & 0.20 \end{bmatrix};$$

$$R_2(X) = \begin{bmatrix} m_{21}(x_1) & m_{22}(x_1) \\ m_{21}(x_2) & m_{22}(x_2) \\ m_{21}(x_3) & m_{22}(x_3) \\ m_{21}(x_4) & m_{22}(x_4) \\ m_{21}(x_5) & m_{22}(x_5) \\ m_{21}(\Theta) & m_{22}(\Theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.20 \\ 0.10 & 0.25 \\ 0.13 & 0.18 \\ 0.35 & 0.10 \\ 0.10 & 0.00 \\ 0.32 & 0.27 \end{bmatrix};$$

$$R_3(X) = \begin{bmatrix} m_{31}(x_1) & m_{32}(x_1) & m_{33}(x_1) \\ m_{31}(x_2) & m_{32}(x_2) & m_{33}(x_2) \\ m_{31}(x_3) & m_{32}(x_3) & m_{33}(x_3) \\ m_{31}(x_4) & m_{32}(x_4) & m_{33}(x_4) \\ m_{31}(x_5) & m_{32}(x_5) & m_{33}(x_5) \\ m_{31}(\Theta) & m_{32}(\Theta) & m_{33}(\Theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.12 & 0.00 \\ 0.32 & 0.18 & 0.28 \\ 0.20 & 0.30 & 0.30 \\ 0.07 & 0.10 & 0.28 \\ 0.00 & 0.05 & 0.13 \\ 0.31 & 0.25 & 0.01 \end{bmatrix}.$$

则先算出 c : $c = \sum_{\bigcap_{k=1}^3 \gamma_k \neq \emptyset} \prod_{j=1}^3 m_{1j}(x_k) = 0.2315$.

由式(4)可得出 $m_1(x_1), \dots, m_1(x_5), m_1(\Theta)$ 。即准则 1 的概率分配向量为 $M_1(X) = (m_1(x_1), m_1(x_2), m_1(x_3), m_1(x_4), m_1(x_5), m_1(\Theta)) = (0.009, 0.233, 0.456, 0.212, 0.065, 0.026)$ ，同理得到准则 2、3 的概率分配向量 $M_2(X) = (0.109, 0.225, 0.198, 0.275, 0.046, 0.147)$ ， $M_3(X) = (0.003, 0.478, 0.327, 0.143, 0.047, 0.003)$ 。

同样利用 D-S 聚合规则，得到 $M(X) = [\omega_1 \cdot M_1(X)] \oplus [\omega_2 \cdot M_2(X)] \cdots \oplus [\omega_n \cdot M_n(X)] = (0.0019, 0.3958, 0.4682, 0.1264, 0.0077, 0.0001)$ 。

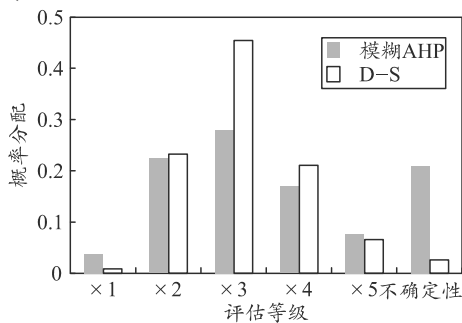


图 2 准则 1 各评价等级概率分配

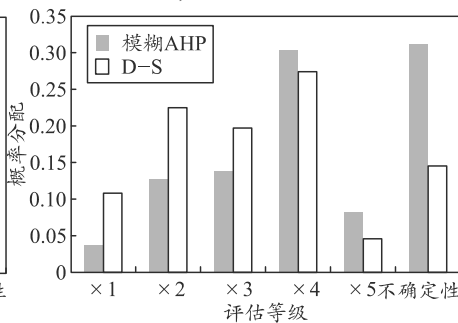


图 3 准则 2 各评价等级概率分配

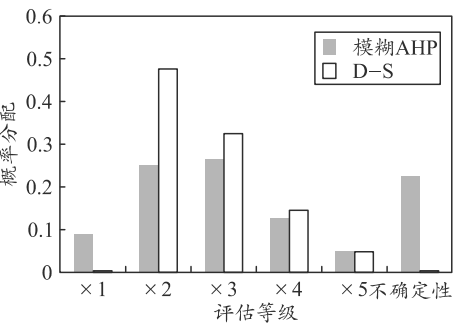


图 4 准则 3 各评价等级概率分配

图 5 是目标层中各评价等级的概率分配分布图。由图可以看出：D-S 证据理论法综合各方面因素后，不确定性大大减少，且概率分配更加集中，评估精度高于模糊 AHP 法，有利于准确了解该装备的性能，对指挥决策具有更大的参考性。

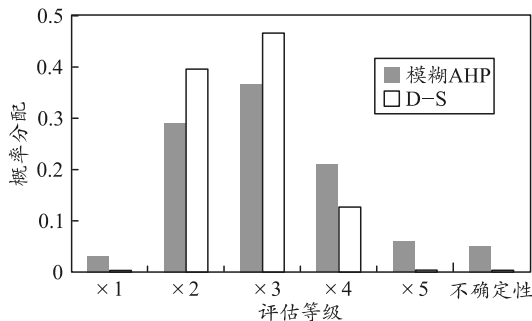


图 5 目标层各评价等级概率分配

5.2 讨论 D-S 证据理论一票否决的问题

单纯的 D-S 证据理论自身存在严重的缺陷，即一票否决问题^[17-19]。当一致性因子 c 接近 0 时，证

可以看出：不确定性的概率分配函数 $m(\Theta)$ 非常小，重新分配概率不改变其他评价等的概率分配值。最终的效能评估值 $E = M'(X) \cdot P(X)^T = (0.0019, 0.3958, 0.4682, 0.1264, 0.0077) \cdot (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9)^T = 0.4484$ 。

5 结果讨论

5.1 与模糊 AHP 评估法的结果比较

D-S 证据理论的优势在于其处理不确定因素的能力。下面给出模糊 AHP 法和 D-S 证据理论方法的结果比较。图 2—图 4 是准则层各个指标概率分配分布图，函数值表示该方法得出的结果在各个评价等价以及不确定因素方面的分布。从图中可以看出，D-S 证据理论方法的结果中不确定性的概率分配普遍低于模糊 AHP 方法的结果。这表示通过 D-S 聚合规则之后，各评价等级的不确定性降低了，说明 D-S 证据理论法能够综合各个方面的不确定因素进行判断，以减少评估中的不确定性。

据聚合后常常产生有悖常理的结论，甚至当 $c=0$ 时，证据理论不再有效。除此之外，证据理论聚合规则的计算量和复杂度随着证据的增多会急剧增加，导致其无法应用到指标过于复杂的系统效能评估中，说明该理论还需要根据应用条件适当改进。目前对 D-S 证据理论的改进主要有证据源的预处理和聚合规则本身的改进^[20-21]，之后将这些改进运用到评估环境中，以改善目前的评估精度和尽可能消除评估中的不确定性因素。

6 结束语

笔者提出一种基于 D-S 证据理论的预警卫星探测效能评估方法。该方法比传统模糊 AHP 方法处理不确定因素的能力更强，评估结果显示 D-S 证据理论方法通过评估信息的聚合，几乎消除了不确定性，而模糊 AHP 还有很高的不确定性；D-S 证据理论方法结果中各评价等级的概率分配较模糊 AHP 更加集中，说明该方法具有更高的精确度。

参考文献:

[1] 向前芳. 基于不确定性的可信度评估方法及其应用研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2015: 1-6.

[2] 叶庆, 汪亚夫, 邵立, 等. DSP 预警卫星探测能力评估[J]. 光电工程, 2010, 37(6): 65-72.

[3] 郑玉军, 田康生, 陈果, 等. 基于灰色 AHP 的反导预警雷达作战效能评估[J]. 装备学院学报, 2016, 27(1): 111-115.

[4] 闫利军, 吴彩鹏, 孙玉杰, 等. 基于模糊 AHP 和证据理论的混合决策模型[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(18): 232-236.

[5] 张琳, 刘婧文, 王汝传, 等. 基于改进 D-S 证据理论的信任评估模型[J]. 通信学报, 2013, 34(7): 167-173.

[6] 高会生, 朱静. 基于 D-S 证据理论的网络安全风险评估模型[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(6): 157-168.

[7] WANG C, ZHANG Y K. Network Security Situation Evaluation Based on Modified D-S Evidence Theory [J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2014, 19(5): 409-416.

[8] QU Z Y, LI Y Y, LI P. A Network Security Situation Evaluation Method Based On D-S Evidence Theory[C]. Environmental Science and Information Application Technology (ESIAT), 2010 International Conference. 2010: 496-499.

[9] SHAFER G. A mathematical theory of evidence [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976: 21-50.

[10] 杨露菁. 多源信息融合理论与应用[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2006: 52-59.

[11] 段新生. 证据理论与决策、人工智能[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1993: 13-34.

[12] 叶清, 吴晓平, 刘玲艳. 基于 BP 神经网络的 D-S 证据理论及其应用[J]. 海军工程大学学报, 2007, 19(2): 63-67.

[13] 吴晓平, 叶清, 刘玲艳. 基于改进的 BP 网络的 D-S 证据理论及其应用[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(8): 158-161.

[14] SUN R, HUANG H Z, Miao Q. Improved information fusion approach based on DS evidence theory [J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2008, 22(12): 2417-2425.

[15] 胡磊, 李昊, 闫世强, 等. 导弹预警卫星探测效能评估指标体系构建[J]. 空军预警学院学报, 2014, 28(2): 97-99.

[16] 齐照辉, 刘雪梅, 梁伟. 基于证据理论的导弹对抗防御雷达作战效能评估方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(1): 173-177.

[17] 李斌, 陈以, 韩元杰. 模糊证据理论综述[J]. 兵工自动化, 2005, 24(3): 79-81.

[18] 刘永安, 程哲, 徐保国. 信息融合的 D-S 证据理论综述 [C]//2007 中国控制与决策学术年会论文集, 沈阳: 东北大学出版社, 2007: 626-633.

[19] SUN Q, YE X Q, GU W K. A New Combination Rule of Evidence Theory[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(8): 117-119.

[20] 陈炜军, 景占荣, 袁芳菲, 等. D-S 证据理论的不足及其数学修正[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2010, 31(2): 161-168.

[21] 王品, 尚朝轩, 韩壮志. 改进的证据组合方法[J]. 探测与控制学报, 2016, 38(1): 76-80.

(上接第 7 页)

表 1 目标距离 30 km 同时弹着情况

炮弹	射角/(°)	飞行时间/s
第 1 发	29.0	73.2
第 2 发	26.1	68.2
第 3 发	—	—

表 2 目标距离 35 km 同时弹着情况

炮弹	射角/(°)	飞行时间/s
第 1 发	44.0	103.9
第 2 发	41.1	98.9
第 3 发	38.2	93.9

4 结论

水面舰艇装备的火炮数量有限, 单炮多发同时弹着射击能够有效提高火力密度, 对提高舰炮打击能力具有重要的意义。目前, 关于舰炮单炮多发同时弹着的研究较少, 笔者建立了一种单炮多发同时弹着火控算法, 仿真验证了算法的可行性, 可为后续研究提供参考。

参考文献:

[1] 王中原, 史金光, 李铁鹏. 弹道修正中的控制算法[J]. 弹道学报, 2011, 23(2): 19-21, 27.

[2] 谢黎焱, 廖瑞, 王雪琴. 信息化条件下单炮多发同时弹着研究[J]. 指挥控制与仿真, 2009, 31(4): 30-32.

[3] 黄义, 汪德虎, 汪江川. 舰炮发射一维修正弹多发同时弹着研究[J]. 弹箭与制导学报, 2012, 32(5): 127-129.

[4] 刘剑威, 王海川. 增程修正弹单炮多发同时弹着火控技术研究[J]. 指挥控制与仿真, 2012, 34(1): 70-73, 77.

[5] 黄义, 汪德虎, 杨绍清. 舰炮一维修正弹校正诸元误差和预测误差试射[J]. 指挥控制与仿真, 2015, 37(1): 120-123.

[6] 黄义, 汪德虎, 王建明. 舰载跟踪雷达测量弹道修正弹坐标转换模型[J]. 兵工自动化, 2012, 31(8): 3-5.

[7] 李元生, 陈礼国. 舰炮一维弹道修正弹校射方法研究[J]. 弹道学报, 2016, 28(2): 25-28.

[8] 柏迅, 魏志芳, 李瑞静, 等. 基于蒙特卡罗法的枪弹弹头外弹道散布特性分析[J]. 兵工自动化, 2017, 36(5): 54-56.