

doi: 10.7690/bgzdh.2018.09.009

强跟踪 UKF 在高动态组合导航中的应用

陈书磊, 汤霞清, 武 萌, 高军强

(装甲兵工程学院控制工程系, 北京 100072)

摘要: 为解决载体在高动态下大幅度运动出现的滤波发散问题, 提出强跟踪无迹卡尔曼滤波 (strong tracking uncensored Kalman filter, STUKF) 算法。分析组合导航模型和研究经典的无迹卡尔曼滤波 (uncensored Kalman filter, UKF) 算法, 将强跟踪 UKF 算法应用于 SINS/GNSS 组合导航系统, 并与经典 UKF 算法和衰减记忆 UKF 算法进行比较。分析结果表明: 该强跟踪 UKF 算法性能较好, 能明显缩短滤波时间, 减小速度误差和位置误差, 从而提高组合导航的准确性和稳定性。

关键词: 非线性滤波; 组合导航; 高动态; 强跟踪 UKF

中图分类号: TJ02 **文献标志码:** A

Application of Strong Tracking UKF in High Dynamic Integrated Navigation

Chen Shulei, Tang Xiaqing, Wu Meng, Gao Junqiang

(Department of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

Abstract: In order to solve the problem about filtering divergence of carrier under high dynamic motion, put forward strong tracking uncensored Kalman filter (STUKF) algorithm. Analyze the combined navigation model and classic uncensored Kalman filter (UKF) algorithm, use the STUKF algorithm in SINS/GNSS combined navigation system, and compared it with classic UKF algorithm and attenuation memory UKF algorithm. The analysis results show that the strong tracking UKF algorithm has good performance, can significantly shorten the filter time, reduce the speed error and position error, so it could improve the accuracy and stability of integrated navigation.

Keywords: nonlinear filtering; integrated navigation; high dynamic; STUKF

0 引言

由于惯导系统误差会随时间发散和卫星导航系统信号极易被干扰的缺陷, 将两者有机地组合起来, 形成优势互补的 SINS/GNSS 组合导航系统。实践结果证明, 组合导航系统不仅克服了单独导航的缺陷, 各方面性能也有大幅度提高^[1]。

经典的卡尔曼滤波只能处理线性问题, 而扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF) 处理非线性问题达不到预期的效果^[2], 从而提出了基于 UT 变换的 UKF 算法, UKF 不存在对量测方程及状态方程的线性化问题和高阶项的截断误差, 因此其滤波精度比 EKF 更高。当组合导航系统状态的维数增加时, UKF 误差变大。针对这种情况, 将强跟踪滤波和 UKF 滤波相结合提出 STUKF 算法。文献[3]研究了强跟踪 UKF 在故障诊断中的应用; 文献[4]研究了其在捷联惯导初始对准方面的应用; 文献[5]研究了其在组合导航中的应用, 但只研究了方位角并且动态不高; 文献[6]改进了强跟踪 UKF 滤波, 使其在系统状态异常时仍能保持工作; 文献[7]将强

跟踪 UKF 与强跟踪粒子滤波相结合, 使滤波具有较强的鲁棒性; 文献[8]提出一种改进的强跟踪平方根 UKF 算法, 在卫星自主导航中有较好的效果。

笔者针对载体在高动态大机动角度下的运动条件, 采用 SINS/GNSS 组合导航, 分别运用经典 UKF、衰减记忆 UKF 和强跟踪 UKF 进行滤波。仿真结果表明: 强跟踪 UKF 滤波即使在复杂的运动状态下依然能保持较好的跟踪性能, 并且耗费时间最短、误差最小, 具有较高理论应用价值。

1 组合导航系统建模

SINS/GNSS 组合导航主要用于环境复杂的场所, 除了需要考虑自身的非线性因素外, 还要考虑外部大量噪声的干扰。笔者基于载体数学平台失准角、加性四元数误差的非线性模型, 对组合导航系统进行建模, 有利于更好地分析系统的状态, 以及滤波算法的选择和改进。

加性四元数误差可以表示为:

$$\delta Q = \hat{Q}_b^n - Q_b^n = [\delta q_0 \quad \delta q_1 \quad \delta q_2 \quad \delta q_3]^T \quad (1)$$

收稿日期: 2018-06-05; 修回日期: 2018-07-05

作者简介: 陈书磊(1992—), 男, 山东人, 硕士研究生, 从事组合导航研究。

式中： \hat{Q}_b^n 为计算四元数； Q_b^n 为真实四元数。

状态方程中的观测量为 SINS 的误差方程，用加性四元数表示其误差方程列写如下。

姿态误差方程：

$$\delta\dot{Q} = \frac{1}{2}\langle\omega_{ib}^b\rangle\delta Q - \frac{1}{2}\left[\omega_{in}^n\right]\delta Q + \frac{1}{2}(U\delta\omega_{ib}^b - Y\delta\omega_{in}^n)。 \quad (2)$$

式中： ω_{ib}^b 为 b 系（机体系）对 i 系（惯性系）的角速度在 b 系上的投影； ω_{in}^n 为 n 系（导航系）对 i 系的角速度在 n 系上的投影； $\delta\omega_{ib}^b$ 和 $\delta\omega_{in}^n$ 为惯性元件测量误差。 ω_{ib}^b 、 ω_{in}^n 、 U 和 Y 的具体表述见文献[9]。

速度误差方程可以为：

$$\begin{aligned} \delta\dot{V}^n = & -2\left[\hat{C}_b^n \hat{f}^b\right] \times Y^T(\hat{Q})\delta Q + 2\hat{C}_b^n \hat{f}^b \hat{Q}^T \delta Q - \\ & Y^T(\delta Q)U(\delta Q)\hat{f}^b + C_b^n \nabla^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \\ & \delta V - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times V^n。 \quad (3) \end{aligned}$$

式中： $\delta\dot{V}$ 为速度误差向量； \hat{C}_b^n 为姿态阵的计算值； \hat{f}^b 为加速度计的测量值； \hat{Q} 为计算四元数； ∇^b 为计算四元数误差； ω_{ie}^n 为 e 系（地球坐标系）相对 i 系的角速度在 n 系中的投影， $\delta\omega_{ie}^n$ 为其误差； ω_{en}^n 为 n 系相对 e 系的角速度在 n 系中的投影， $\delta\omega_{en}^n$ 为其误差； V^n 为载体的速度相对于 e 系在 n 系中的投影。 $Y^T(\delta Q)U(\delta Q)\hat{f}^b$ 为非线性项，在失准角较大时，其呈非线性，具体表达式见文献[9]。

位置误差方程可以表示为：

$$\begin{aligned} \delta\dot{L} = & -\frac{\dot{L}}{R_M+h}\delta h + \frac{1}{R_M+h}\delta v_N, \\ \delta\dot{\lambda} = & \dot{\lambda} \tan L \cdot \delta L - \frac{\dot{\lambda}}{R_N+h}\delta h + \frac{\sec L}{R_N+h}\delta v_E, \\ \delta\dot{h} = & \delta v_U。 \quad (4) \end{aligned}$$

惯性元件即加速度计和陀螺仪在东北天方向上的误差方程为：

$$\dot{\nabla}_x = 0, \dot{\nabla}_y = 0, \dot{\nabla}_z = 0, \dot{\varepsilon}_x = 0, \dot{\varepsilon}_y = 0, \dot{\varepsilon}_z = 0。 \quad (5)$$

因此，系统的状态变量为：

$$\begin{aligned} x = & \left[x_a^T, x_e^T\right]^T。 \\ x_a = & [\delta L \quad \delta\lambda \quad \delta h \quad \delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U \quad \delta q_0 \quad \delta q_1 \quad \delta q_2 \quad \delta q_3]^T \\ x_e = & \left[\nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z\right]^T。 \quad (6) \end{aligned}$$

式中： $\{\delta L \quad \delta\lambda \quad \delta h\}^T$ 为位置误差； $\{\delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U\}^T$ 为速度误差； $\{\delta q_1 \quad \delta q_2 \quad \delta q_3 \quad \delta q_4\}^T$ 为加性四元数误

差； $\{\nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z\}^T$ 为惯性传感器加速度计误差；

$\{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z\}^T$ 为惯性传感器中陀螺仪误差。

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + w(t)。 \quad (7)$$

式中： f 为非线性函数； w 为系统的白噪声。将其写为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_N & F_S \\ 0_{6 \times 10} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_e \end{bmatrix} + q(x, t) + GW。 \quad (8)$$

式中系数矩阵 F_N 、 F_S 和噪声转移矩阵由文献[9]具体描述；系统噪声为：

$$W = [\omega_{\nabla_x} \quad \omega_{\nabla_y} \quad \omega_{\nabla_z} \quad \omega_{\varepsilon_x} \quad \omega_{\varepsilon_y} \quad \omega_{\varepsilon_z}]^T。 \quad (9)$$

式中元素分别为加速度计和陀螺仪的随机误差。

量测方程中的观测量为 SINS 和 GNSS 输出的位置之差和速度之差，速度量测方程可以表示为：

$$z = Hx + v； \quad (10)$$

$$z = \begin{bmatrix} L_1 - L_G \\ \lambda_1 - \lambda_G \\ h_1 - h_G \\ v_{1E} - v_{1G} \\ v_{1N} - v_{1G} \\ v_{1U} - v_{1G} \end{bmatrix}。 \quad (11)$$

量测矩阵可以表示为：

$$H = [I_{6 \times 6} \quad 0_{6 \times 10}]。 \quad (12)$$

量测噪声为：

$$v = [v_{\delta L} \quad v_{\delta\lambda} \quad v_{\delta h} \quad v_{vE} \quad v_{vN} \quad v_{vU}]^T。 \quad (13)$$

式中： $v_{\delta L}$ 、 $v_{\delta\lambda}$ 、 $v_{\delta h}$ 为位置量测噪声； v_{vE} 、 v_{vN} 、 v_{vU} 为速度量测噪声。

2 经典 UKF 算法

经典 UKF 算法的核心是 UT 变换。由于近似高斯分布比非线性函数容易，UT 生成一组 sigma 点，使其逼近真实信息的方差和均值，并将这些 sigma 点进行非线性变换后去计算变换点的方差和均值^[10]。

考虑如下非线性系统

$$\begin{cases} x_k = f(x_{k-1}) + w_k \\ z_k = Hx_k + v_k \end{cases}。 \quad (14)$$

式中： x_k 和 z_k 分别为状态向量和量测向量； $f(\cdot)$ 为非线性函数； w_k 和 v_k 为互补相关的高斯白噪声序列，则经典 UKF 的算法如下：

1) 初始化：

$$\hat{x}_0 = E[x_0]; \quad (15)$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(\hat{x}_0 - x_0)^T]. \quad (16)$$

2) $2n+1$ 个 sigma 点计算:

$$\xi_{(0)} = \hat{x}_{k-1}; \quad (17)$$

$$\xi_{(i)} = \hat{x}_{k-1} + (a\sqrt{nP_{k-1}})_i, i=1,2,\dots,n; \quad (18)$$

$$\xi_{(i+n)} = \hat{x}_{k-1} - (a\sqrt{nP_{k-1}})_i, i=n+1,n+2,\dots,2n. \quad (19)$$

式中: a 为调节参数, 通常为一个小的正值; $(\sqrt{nP_{k-1}})_i$ 为矩阵 nP_{k-1} 均方根的第 i 列。

3) 时间更新:

$$\zeta_{k/k-1} = f(\zeta_{i,k-1}), \quad i=0,1,\dots,2n; \quad (20)$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i f(\zeta_{i,k-1}); \quad (21)$$

$$P_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \omega_i (\zeta_{i,k/k-1} - \hat{x}_{k/k-1})(\zeta_{i,k/k-1} - \hat{x}_{k/k-1})^T + Q_k; \quad (22)$$

$$\hat{z}_{k/k-1} = H_k \hat{x}_{k/k-1}. \quad (23)$$

其中权值 ω_i 的选择如下:

$$\left. \begin{aligned} \omega_i &= 1 - \frac{1}{a^2} & i=0 \\ \omega_i &= \frac{1}{2na^2} & i=1,2,\dots,2n \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

4) 量测更新:

$$P_{\hat{z}_{k/k-1}} = H_k P_{k/k-1} + R_k; \quad (25)$$

$$P_{\hat{x}_{k/k-1} \hat{z}_{k/k-1}} = P_{k/k-1} H_k^T; \quad (26)$$

$$K_k = P_{\hat{x}_{k/k-1} \hat{z}_{k/k-1}} P_{\hat{z}_{k/k-1}}^{-1}; \quad (27)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k/k-1}); \quad (28)$$

$$P_k = P_{k/k-1} - K_k P_{\hat{z}_{k/k-1}} K_k^T. \quad (29)$$

3 强跟踪 UKF 算法

组合导航系统通常用于载体在高动态或者干扰较多的复杂环境, 除去系统本身的非线性因素外, 还会存在大量的量测噪声, 经典的 UKF 已经不能满足适应需求, 因此提出强跟踪 UKF。

为了在状态突然改变时仍然可以保持信息的跟踪, 引入可变化的渐消因子削弱旧观测量对当前结果的影响, 并且增加了当前观测量的影响力, 渐消因子可以调整 K_k , 使滤波器满足下列条件:

$$\left. \begin{aligned} E[x_k - \hat{x}_k][x_k - \hat{x}_k]^T &= \min & k=1,2,\dots \\ E[\varepsilon_k^T \times \varepsilon_{k+j}] &= 0 & j=1,2,\dots \end{aligned} \right\}. \quad (30)$$

式中: 第 1 个公式为滤波器输出是最优估计的指标;

第 2 个公式中 ε_k 表示滤波器输出的残差序列, 并且 $\varepsilon_k = z_k - \hat{z}_{k/k-1}$, 此处残差序列处处保持正交, 其意义是当载体状态改变较大或者干扰较强时, 系统状态可以通过残差序列表现出来, 从而一直跟踪系统信息。

系统的预测协方差阵为:

$$P_{k/k-1} = \lambda_k \sum_{i=0}^{2n} \omega_i (\xi_{i,k/k-1} - \hat{x}_{k/k-1})(\xi_{i,k/k-1} - \hat{x}_{k/k-1})^T + Q_k. \quad (31)$$

式中 λ_k 为时变的渐消因子, 其取值范围为 $\lambda_k \geq 1$ 。在系统实际运行过程中, 最优渐消因子的计算十分复杂, 很难保证其实时性, 所以通常采用次优的渐消因子, 其确定方法如下:

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_0 & \lambda_k \geq 1 \\ 1 & \lambda_k < 1 \end{cases} \quad \lambda_0 = \frac{tr(N_k)}{tr(M_k)}. \quad (32)$$

式中 $tr(\cdot)$ 意为计算矩阵的迹。并且:

$$N_k = v_k - R_k - H_k Q_k H_k^T; \quad (33)$$

$$M_k = H_k \sum_{i=0}^{2n} \omega_i (\xi_{i,k/k-1} - \hat{x}_{k/k-1})(\xi_{i,k/k-1} - \hat{x}_{k/k-1})^T H. \quad (34)$$

v_k 滤波器实际输出的残差序列中的协方差阵, 其值未知, 只能用下式进行估计:

$$v_k = \begin{cases} \varepsilon_0 \varepsilon_0^T & k=1 \\ (\rho v_{k-1} + \varepsilon_k \varepsilon_k^T) / (1 + \rho) & k=2 \end{cases}. \quad (35)$$

式中 ρ 为遗忘因子, 其取值范围为 $0 < \rho < 1$, 其值的有效设置能够提高滤波器对系统信息的跟踪能力。设置的遗忘因子的值越大, 在 k 时刻前的信息对滤波器的影响越小, 而当前残差序列信息对滤波结果的影响越大, 此处设置遗忘因子为 0.95。

强跟踪 UKF 算法对系统的跟踪能力极强, 能够在恶劣条件下保持系统的稳定, 下一步将对这一算法在高动态条件下进行仿真验证。

4 仿真与分析

4.1 仿真实验

仿真软件模拟载体高动态下的运动。笔者采用组合导航对其进行导航, 并对笔者提出的强跟踪 UKF 算法进行仿真验证, 同时与衰减记忆 UKF 和经典 UKF 算法的仿真结果进行对比。

假设使用飞行器作飞行, 载体起始点为东经 116.178°, 北纬 39.848°, 海拔高度约 300 m, 飞行过程中含有加速、减速、俯冲、爬升、倾斜飞行和平直飞行等大机动的飞行状态, 飞行最高时速可达

400 m/s 以上，飞行轨迹如图 1 所示。仿真共进行 2 600 s，惯导系统的采样周期为 0.02 s，等效加速度计零偏为 $10^{-4} g$ ，随机游走为 $10^{-5} g$ ，等效陀螺漂移为 $0.1(^{\circ})/h$ ，加速度一阶马尔可夫过程相关时间为 1 800 s，陀螺一阶马尔可夫过程相关时间为 3 600 s，并且在运行过程中对惯导系统进行闭环修正；卫星接收机的滤波和输出周期均为 1 s，在水平方向和高度方向上的方差分别为 5 和 10 m，速度误差为 0.1 m/s，速度方差为 0.1 m/s。

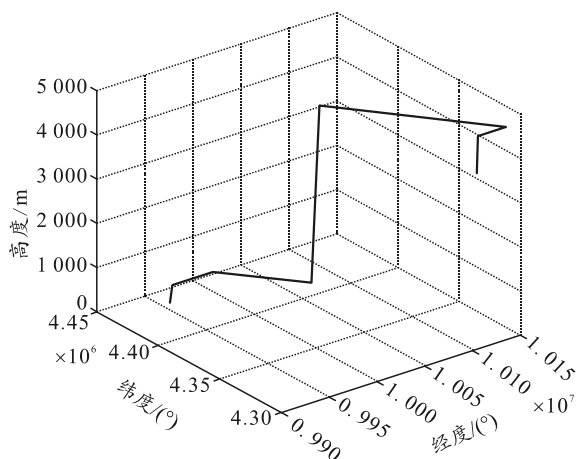


图 1 飞行轨迹

4.2 仿真结果分析

由于在飞行过程中只有航向角有较大的波动，所以只分析航向角的误差来评价滤波算法的跟踪效果。航向角误差如图 2 所示。

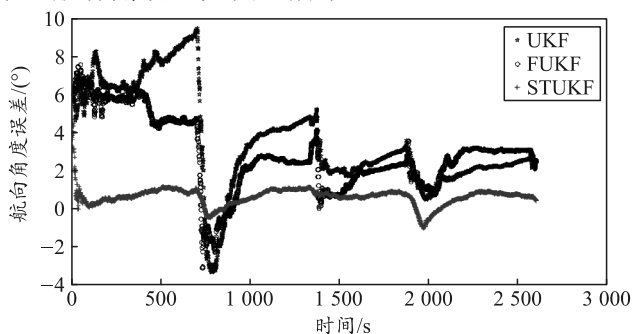


图 2 航向角误差

仿真结果表明：当载体在高动态条件下做各种大幅度动作时，经典的 UKF 算法产生的误差较大，甚至有发散的情况，滤波结果极不稳定，会使导航精度下降。衰减记忆 UKF 作为另一组对照，误差较大，但误差随着时间推移而有所收敛。笔者提出的强跟踪 UKF 滤波导航效果最好，在各个时间段都能保持对姿态信息的跟踪，在误差敏感的航向角方面收敛性最好。由于强跟踪 UKF 能根据残差变化来求出新消因子，所以相较于经典 UKF 和衰减记忆 UKF

算法有极强的跟踪能力和稳定性，有较好的动态性能，使导航系统精度大大提高。

为了进一步分析强跟踪 UKF 算法的滤波能力，笔者将经典 UKF、衰减记忆 UKF 和强跟踪 UKF 3 种滤波的速度误差和位置误差进行比较。图 3 为 3 种滤波的速度误差。图 4 为 3 种滤波的位置误差。

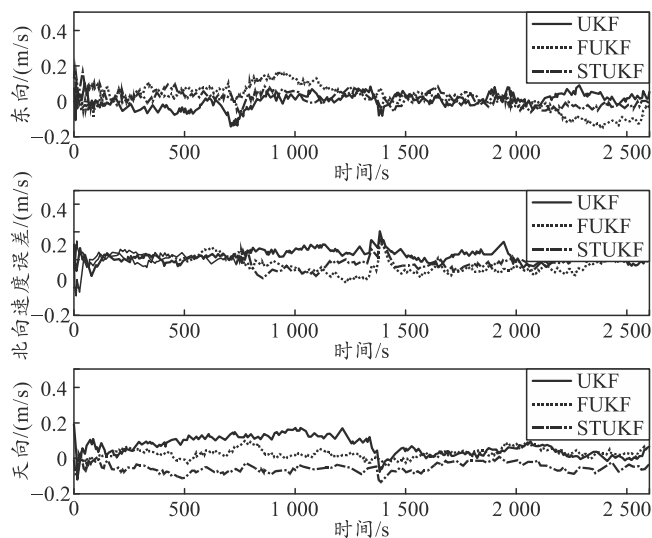


图 3 滤波的速度误差

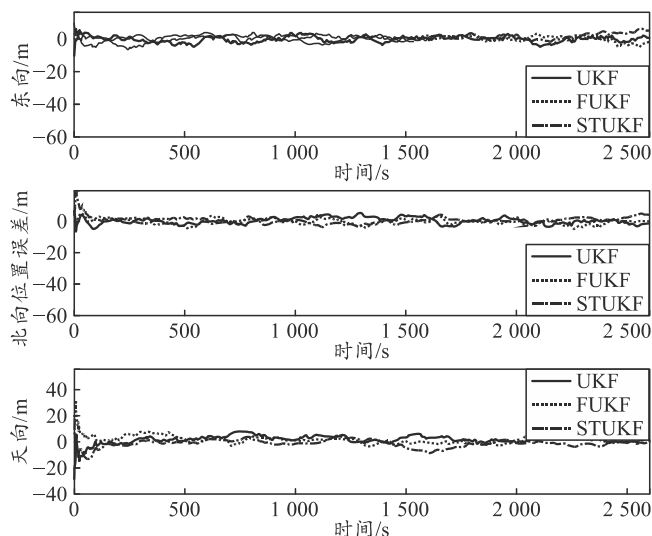


图 4 UKF、FUKF、STUKF 位置误差

从图 3、图 4 中可以看出：强跟踪 UKF 算法的速度误差和位置误差较其他 2 种滤波算法都小，滤波过程中能够保持较好的稳定性，不会出现大幅的波动，原因在于其强跟踪滤波的特性，能够更好地逼近非线性模型的函数。

为了直观地比较几种滤波算法的精度差异，表 1 定量地给出了 3 种滤波算法的速度、位置误差的方差，并且将 3 种算法在 2 800 s 的导航过程中滤

波所需的时间进行比较。

表 1 不同算法的性能比较

算法	位置误差/m		速度误差/(m/s)		计算时间/s
	东向	北向	东向	北向	
UKF	7.433 6	7.503 4	0.001 5	0.001 0	21.584 5
FUKF	7.452 9	8.438 6	0.002 3	0.001 4	19.272 4
STUKF	5.582 9	5.899 7	0.01 40	0.001 2	17.701 9

从表 1 可以看出:在相同的参数下,强跟踪 UKF 的位置误差和速度误差明显小于经典 UKF 和衰减记忆 UKF, 并且其运算时间比经典 UKF 算法缩短了 18%。在实际的导航环境下, 系统运行的时间更长, STUKF 的优势越明显, 特别是面对变化较大的非线性数学模型、外部环境有较大干扰、参数未知和噪声的测量不准确时, 使用 STUKF 将会保证系统的稳定性和精确性。

通过仿真实验数据可以看出:强跟踪 UKF 算法在高动态组合导航方面有着巨大的优势, 验证了其有效性和正确性, 对 SINS/GNSS 组合导航的发展具有指导意义。

5 结论

为了提高组合导航系统的精确性和稳定性, 笔者给出了组合导航的状态方程和观测方程, 推导了经典 UKF 算法的基本运算过程, 并结合强跟踪滤波算法, 提出强跟踪 UKF 算法, 从算法上阐述了强跟踪 UKF 的优势。通过设计飞行器在高动态下大机动的运动轨迹, 笔者使用 UKF、FUKF 和 STUKF 进行对照。仿真结果表明:强跟踪 UKF 提高了组合导航系统在突变运动状态下的跟踪能力, 对非线性数学模型有更好的稳定性和准确性, 并且极大地缩短

了滤波时间, 能够更好地适应高动态环境。

笔者研究的 STUKF 有极高的工程应用价值。对于实际的长时间恶劣环境的导航, STUKF 将会发挥更大的优势和作用。

参考文献:

- [1] 杨波, 秦永元, 柴艳. UKF 在 INS/GPS 直接法卡尔曼滤波中的应用[J]. 传感技术学报, 2007, 20(4): 842-846.
- [2] 王小旭, 赵琳, 夏全喜. 基于 Unscented 变换的强跟踪滤波器[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1063-1067.
- [3] 程洪炳, 倪世宏, 黄国荣. UKF 强跟踪滤波在组合导航故障诊断中的应用[J]. 压电与声光, 2011, 33(6): 901-905.
- [4] 郭泽, 缪玲娟, 赵洪松. 一种改进的强跟踪 UKF 算法及其在 SINS 大方位失准角初始对准中的应用[J]. 航空学报, 2014, 35(1): 203-213.
- [5] 薛海建, 王解, 郭晓松. SINS 非线性自对准中的强跟踪 UKF 算法设计[J]. 上海交通大学学报, 2015, 49(9): 1429-1434.
- [6] 胡高歌, 刘逸涵, 高社生. 改进的强跟踪 UKF 算法及其在 INS/GPS 组合导航中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(5): 364-639.
- [7] 杨丽华, 葛磊, 李保林. 强跟踪 UKF 粒子滤波算法[J]. 计算机工程与设计, 2015, 36(9): 2432-2436.
- [8] 李敏, 王松艳, 张迎春. 改进的强跟踪平方根 UKF 在卫星导航中应用[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(8): 1858-1865.
- [9] 全伟, 刘百奇, 宫晓琳. 惯性/天文/卫星组合导航技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 120-123.
- [10] 胡建宇, 侯书铭. UKF 在 INS/GPS 组合导航直接法滤波中的应用[J]. 计算机与数字工程, 2015, 43(2): 252-255.