

doi: 10.7690/bgzd.2018.10.001

## 基于 AHP 和雷达图的效能评估方法

赵忠文<sup>1,2</sup>, 于尧<sup>1</sup>, 郭皇皇<sup>1</sup>, 李张元<sup>1</sup>

(1. 航天工程大学复杂电子系统仿真实验室, 北京 101416;

2. 北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

**摘要:** 针对效能评估中的复杂性和不确定性因素导致的专家评判信息难以合理融合、难以满足判断矩阵的一致性, 以及单一化作战效能评估得分难以做出准确评价等问题, 提出了基于 AHP 和雷达图的效能评估方法。该方法在 AHP 法的基础上融入区间理论, 通过欧式距离计算得到信息置信度, 依托信息置信度融合专家信息, 提升专家打分融合的可信性, 并引入弱一致性检验剔除区间不一致信息, 根据等比思想强化专家第一想法的作用。将 AHP 得到的主权重以及离差法处理得到的仿真数据通过雷达图法进行综合评估分析, 使得评估结果能够更直观反映各方案得分及方案结构的优劣程度, 以便更准确做出整体性评价。

**关键词:** AHP 法; 雷达图法; 欧氏距离; 弱一致性; 理想值; 离差法

**中图分类号:** TJ765.4 **文献标志码:** A

## Effectiveness Evaluation Method Based on AHP and Radar Chart

Zhao Zhongwen<sup>1,2</sup>, Yu Yao<sup>1</sup>, Guo Huanghuang<sup>1</sup>, Li Zhangyuan<sup>1</sup>

(1. Complex Electronic System Simulation Laboratory, Aerospace Engineering University, Beijing 101416, China;

2. School of Information & Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** The complexity and uncertainty of effectiveness evaluation are increasing. In allusion to the problem of the judgment matrix which exists the unreasonable information and is difficult to meet the consistency, and the single evaluation score which is difficult to make accurate decision, this paper proposes an effectiveness evaluation method based on AHP and Radar Chart. It introduces the interval theory and Euclidean distance to calculate the confidence coefficient of information, improving converged scores' credibility, getting rid of the inconsistency information of the judgment matrix, heightening the impact of expert first ideal value. Finally, in order to make a holistic evaluation, the radar chart method was used to achieve a comprehensive assessment according to the subjective weight from the experts and the simulation data processed by the deviation method. This effectiveness evaluation method can not only reflect the scores of programs more intuitively, but also reflect the advantages of the program's structure.

**Keywords:** AHP method; radar chart; Euclidean distance; weak consistency; ideal value; deviation method

### 0 引言

随着装备体系日益体现出的复杂性与不确定性, 效能评估的难度不断增加。其中模糊 AHP 法 (analytic hierarchy process, AHP) 如三角模糊数<sup>[1-2]</sup>、灰色层次分析法<sup>[3-4]</sup>及区间决策法<sup>[5]</sup>等能够较好解决不确定性因素较多带来的判断矩阵不一致性问题, 但存在专家的打分融合权重不科学、融合后的判断矩阵存在不一致信息、区间评估过于模糊, 从而忽略了专家打分的第一想法 (即理想值) 以及没有充分利用仿真数据的问题。雷达图<sup>[6-8]</sup> (radar chart, RC) 进行可视化分析, 具有完整、清晰和直观的优点, 但各指标轴之间的夹角只是简单的等分关系而且没有体现权重的影响。

因此, 笔者采用差异度思想<sup>[5,9]</sup>对专家打分进行

融合, 认为应遵循多数专家的意见, 不要迷信权威。对融合后的判断矩阵用区间理论对区间判断矩阵进行弱一致性检验<sup>[10-12]</sup>, 从而剔除不确定信息, 注重专家的第一想法, 并按照等比的思想对理想值投影, 还原专家的第一想法得到新的理想值, 利用新的理想值判断矩阵确定主观权重。为更充分发挥仿真数据的作用, 对仿真数据进行离差处理<sup>[13]</sup>, 放大由数据产生的差异。最后采用改进的雷达图进行综合分析, 不仅能够反映最终评估结果, 还可以直观地发现方案、结构的优劣, 更准确做出整体性的评价。

### 1 基础理论介绍

#### 1.1 AHP 的基本原理

层次分析法是将分析的问题层次化, 形成多层

收稿日期: 2018-06-25; 修回日期: 2018-09-05

作者简介: 赵忠文 (1974—), 男, 山西人, 硕士, 副研究员, 从事信息系统技术与应用研究。

次的结构模型，再根据因素的标度，两两对比因素的重要程度形成判断矩阵。然后对判断矩阵进行一致性检验，通过一致性检验后求出矩阵的最大特征值和相应的特征向量，并对最大特征向量进行归一化处理，得到个指标的权重向量  $\omega$ 。

### 1.2 雷达图法的基本原理

雷达图法是一种图形分析的综合评价方法，通过绘制各待评方案的雷达图，更易于观察得出各方案优劣的定性评价结果。雷达图有面积和周长 2 个重要特征。其中：面积越大表示该方案的总体评价越高；当面积一定时，其周长越小越趋近于圆，即评价方案各方面的发展越均衡。

## 2 改进区间 AHP 法研究

区间 AHP 法能够较好解决不确定性因素带来的判断矩阵不一致性问题，笔者分别从 3 个方面对区间 AHP 法进行了相应的改进：1) 利用差异度融合规则，对一些偏离大多数专家意见的信息给予较小置信度，而不是根据专家的权威性确定置信度，虽然可能会降低某些权威很高专家的意见，但本质上克服了层次分析法中个人的主观性。在不确定性较高的问题上，这种方法能起到很好的作用。2) 利用区间理论的弱一致性检验方法，剔除各个专家融合后的区间判断矩阵存在的信息，减少了区间估计的误差。3) 根据等比的原则从区间内还原专家的第一想法，弥补了区间法过于模糊而损失的专家的第一想法信息，即专家的理想值。

### 2.1 区间判断矩阵的打分

专家在进行指标两两比较时，打分结果不仅要给出区间，还要给出最可能的值作为理想值，即形如  $(a^-, a^+, a^i)$ ，其中  $a^-$  与  $a^+$  为区间的两端， $a^i$  为专家  $i$  认为的理想值，收集所有信息。

### 2.2 对专家对指标两两比较融合权重的计算

#### 1) 差异度计算。

对于调查中的“指标  $m_1$  比  $m_2$  重要”，不同专家对此的打分可能不同，需要知道专家判断差异的大小，以此进行得分融合，进而形成最终的判断矩阵。由于欧氏距离能够体现个体数值特征的绝对差异，所以专家判断的差异性可采用欧氏距离度量的方法进行计算。如式(1)所示，其中对于“指标  $m_1$  比  $m_2$  重要”，专家  $i$  和专家  $j$  的打分区间分别为  $(a_{m_1}^-, a_{m_1}^i, a_{m_1}^+)$ 、 $(a_{m_2}^-, a_{m_2}^j, a_{m_2}^+)$ ，式(1)中的  $d_{ij}(m_{12})$  表

示专家  $i$  和专家  $j$  的差异度。

$$d_{ij}(m_{12}) = \sqrt{(a_{m_2}^i - a_{m_2}^j)^2 + (a_{m_1}^+ - a_{m_1}^+)^2 + (a_{m_1}^i - a_{m_1}^j)^2} \quad (1)$$

#### 2) 置信度计算。

假定有  $n$  位专家参与决策形成的  $n$  个判断矩阵，判断矩阵某一项的比较打分与其他专家对该项打分的相似度越高，则认为比较信息的置信度越高，在判断矩阵融合时发挥的作用就越大。对于“指标  $m_1$  比  $m_2$  重要”，专家  $i$  和专家  $j$  相似度公式为

$$s_{ij}(m_{12}) = \frac{1}{1 + d'_{ij}(m_{12})} \quad (2)$$

$$\text{令 } s_i(m_{12}) = \sum_{j=1, j \neq i}^n s_{ij}(m_{12}) \quad (3)$$

式(3)中的  $s_i(m_{12})$  反映了专家  $i(i=1,2,3,\dots,n)$  与其他专家对该项比较打分的相似程度之和。对于“指标  $m_1$  比  $m_2$  重要”专家  $i$  的置信度为

$$w_i(m_{12}) = \frac{s_i(m_{12})}{\sum_{i=1}^n s_i(m_{12})} \quad (4)$$

则该项融合后的打分区间为  $(\sum_{i=1}^n a_{m_2}^i \cdot w_i(m_{12}),$

$\sum_{i=1}^n a_{m_1}^i \cdot w_i(m_{12}), \sum_{i=1}^n a_{m_2}^+ \cdot w_i(m_{12}))$ ，以此类推，对判断矩阵所有项进行融合。

### 2.3 判断矩阵的区间进行弱一致性检验

由于融合后的判断矩阵内存在不一致性信息，属于弱一致区间。含有弱一致区间的判断矩阵被称为弱一致区间判断矩阵。为避免不一致信息对评估的影响，需要进行弱一致性检验消除不一致信息。

设  $A=(A_{ij})_{n \times n}$  为弱一致区间判断矩阵，根据区间理论可得

$$A_{ij}^{(r)} = \bigcap_{k=1}^n (A_{ik}^{(r-1)} A_{kj}^{(r-1)}) \quad (5)$$

式中的  $r$  指第  $r$  次弱一致检验。其中  $A_{ij}^0=A_{ij}$  即  $A^0=A(i, j=1, \dots, n)$ ，如果存在正整数  $R$ ，使  $A^R=A^{R+1}$ ，则当  $r>R$  时， $A^r$  为一致区间判断矩阵且  $A^r=A^R$ ，推导过程见文献[11]。由式(5)可以计算出第一次进行弱一致检验后的区间如下式所示：

$$a_{ij}^r = a_{ik}^{(r-1)} a_{kj}^{(r-1)} = [(a_{ik}^{(r-1)} a_{kj}^{(r-1)})^-, (a_{ik}^{(r-1)} a_{kj}^{(r-1)})^+] \quad (6)$$

令  $a = \max[(a_{ik}^{(r-1)} a_{kj}^{(r-1)})^-]$ ， $b = \min[(a_{ik}^{(r-1)} a_{kj}^{(r-1)})^+]$ ，设  $a_{ij}^{(r)}=(a, b)$ ， $a_{ij}^{(r-1)}=(c, d)$ ，给定一个允许误差  $\delta$ ，使

得  $|a-c| \leq \delta$ ,  $|b-d| \leq \delta$  如果误差满足要求, 则  $a_{ij} = a_{ij}^{(r-1)} = (c, d)$  为所求, 依此类推, 求调整判断矩阵的区间。

### 2.4 建立理想值判断矩阵

专家打分的理想值在区间的位置, 反映了该理想值在区间的可能性大小, 因此根据等比原则, 可将理想值修正为

$$a_{m_{12}}^{i'} = \frac{(d-c)(a_{m_{12}}^{i+} - a_{m_{12}}^{i-})}{(a_{m_{12}}^{i+} - a_{m_{12}}^{i-})} + c \quad (7)$$

根据式(7)形成理想值判断矩阵。

### 2.5 指标权重的确定

将理想值从区间判断矩阵提出, 形成理想值判断矩阵, 根据 AHP 法的方法对理想值判断矩阵求得主观权重  $w_k (k=1,2,3,\dots)$ 。

## 3 基于改进的雷达图的战斗力的综合评估

雷达图常用于多项指标的全面分析, 具有完整、清晰和直观的优点, 因此笔者将雷达图引入到导弹突防效能评估中, 改进了各指标轴之间的夹角只是简单的等分关系, 加入了评估指标权重的影响, 将各指标权重值换算成角度, 将仿真数据换算成测度值。为了最大程度反映数据差异对效能评估的影响, 对仿真数据进行离差化处理。最后利用雷达图进行综合进行分析, 不仅能够反映最终评估结果, 而且可以直观地发现什么指标造成所有方案的优劣, 更准确地做出整体性评价。

### 3.1 测度值的计算

通过装备数据库或情报可了解突防对象以及己方导弹各项指标的标称数据。通过对雷达对抗下的导弹突防过程建模仿真, 将获得的各项数据作为单项性能指标的得分。建模仿真本篇不予介绍。

仿真数据标准化采用离差化的思想, 对此评价指标可分为敌方有利型和我方有利型 2 类。对于我方有利型指标, 如果与标称数据相差比较大, 说明我方受到敌方较强的干扰, 则不利于导弹突防, 如果与标称数据相差比较小, 说明我方受到敌方较弱的干扰, 则有利于导弹突防; 而敌方有利型指标则正好相反, 如果与标称数据相差比较大, 说明敌方装备在我方战术方案下性能急剧下降, 有利于导弹突防, 如果与标称数据相差比较小, 说明敌方装备在我方战术方案下性能下降不明显, 导弹突防效

果不显著。其中, 例如毁伤概率和导弹命中率属于我方有利型指标, 其余指标属于敌方有利型指标。敌方有利型指标和我方有利型指标分别按照式(8)、(9)作标准化处理:

$$z_{ij} = \frac{|y_{ij} - v_j|}{\sum_{i=1}^m |y_{ij} - v_j|} \quad (8)$$

$$z_{ij} = \frac{|1/(y_{ij} - v_j)|}{\sum_{i=1}^m |1/(y_{ij} - v_j)|} \quad z_{ij} = \frac{|1/(y_{ij} - v_j)|}{\sum_{i=1}^m |1/(y_{ij} - v_j)|} \quad (9)$$

式(9)中的  $v_j$  表示指标  $j$  的标称数据,  $y_{ij}$  表示方案  $i$  中指标  $j$  的数值。形成的标准化测度矩阵为  $Z = (z_{ij})_{n \times m}$ 。

### 3.2 雷达图的角度换算

将第 2 节确定的主观权重  $w_k$  依次转化为雷达图中各指标的对应夹角权重, 计算公式为

$$\theta_j = 2\pi w_k \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (10)$$

### 3.3 雷达图的绘制

根据  $\theta_j$  和  $w_j$  绘制雷达图, 以 1 为半径画圆, 以  $\theta_j$  为角度分割圆周, 每个角度的角平分线为该指标的测度轴, 测度值  $w_j$  在该轴进行标注, 并将测度值依次连接成一个封闭多边形, 如图 1 所示。

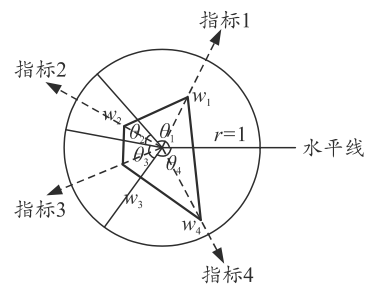


图 1 雷达分析图

### 3.4 构造评估函数

根据几何理论计算每个方案的雷达图面积和周长  $L_i$ , 构造评估函数如式(11)所示。式(11)中  $S_i / S_{\max}$  为雷达图的相对大小, 体现的是该方案下的相对效能;  $4\pi S_i / L_i^2$  为雷达图面积和具有同周长圆面积的比值, 反映了各指标的协调程度, 体现的是方案的均衡性。

$$f_i(S_i, L_i) = \sqrt{\frac{S_i}{S_{\max}} \cdot \frac{4\pi S_i}{L_i^2}} \quad (11)$$

### 4 算例分析

现以导弹突防效能计算为例，具体指标体系构建见文献[5]，其中对抗预警雷达评估指标里包含检测概率  $u_1$ 、预警时间  $u_2$ 、稳定跟踪概率  $u_3$ 、识别概率  $u_4$  项性能指标，现对该指标的评估计算如下：

仿真数据标准化处理后得到表 1，并请 3 个专家分别对  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$ 、 $u_4$  4 个指标进行两两比较打分，按照区间理想值判断矩阵的要求打分，并收集所有信息，此只给出 3 个专家对“ $u_1$  比  $u_3$  重要”的专家打分信息以及分数融合，分别为(1.3,1.6,2.1)，(1.2,1.9,2.5)，(2.1,2.7,3.1)。

$$A = \begin{bmatrix} [1,1,1] & [2.512,3.011,4.511] & [1.496,1.987,2.494] & [1.021,1.993,2.509] \\ [0.222,0.332,0.398] & [1,1,1] & [2.497,0.506,0.900] & [0.203,0.297,0.516] \\ [0.400,0.503,0.668] & [1.111,1.976,0.400] & [1,1,1] & [0.392,0.503,1.209] \\ [0.398,0.502,0.979] & [1.937,3.367,4.926] & [0.827,1.989,2.551] & [1,1,1] \end{bmatrix}$$

#### 4.2 判断矩阵的弱一致性检验

根据式(6)对得到的判断矩阵区间进行弱一致性检验，这里只给出  $a_{44}^{(1)}$  计算过程(右上标代表第 1 次迭代)。令  $\delta = 0.001$ ，经过反复迭代，在第 4 次

$$A' = \begin{bmatrix} [1,1,1] & [2.512,3.011,4.511] & [1.496,1.987,2.494] & [1.021,1.993,1.251] \\ [0.222,0.332,0.398] & [1,1,1] & [2.497,0.506,0.900] & [0.222,0.333,0.508] \\ [0.400,0.503,0.668] & [1.111,1.976,0.400] & [1,1,1] & [0.392,0.442,0.833] \\ [0.799,0.502,0.979] & [1.968,3.003,4.504] & [1.200,2.262,2.551] & [1,1,1] \end{bmatrix}$$

#### 4.3 雷达图的综合分析

现在 Matlab2013a 版本下进行程序设计，通过对数据的输入，以得到 4 个方案雷达图，如图 2 所示，其中  $u_1, u_2, u_3, u_4$  指标权重分别为 0.364, 0.106, 0.183, 0.347，权重的角度数据  $\theta_1 = 131.04^\circ$ ， $\theta_2 = 38.16^\circ$ ， $\theta_3 = 65.88^\circ$ ， $\theta_4 = 124.92^\circ$ 。

评估结果  $f_1 = 0.365$ ， $f_2 = 0.372$ ， $f_3 = 0.365$ ， $f_4 = 0.512$ ，比较 4 个方案的  $\frac{4\pi S_i}{L_i^2}$  值依次为 0.771, 0.609, 0.719, 0.748。可以得出：方案 1 和方案 3 虽然得分相同，但是方案 1 突防的指标更为均衡；方案 4 的突防效果最好，而且方案的结构相比之下也比较均衡，并有一定的提升空间，在方案中可以适当考虑如何降低敌方对我方导弹的识别概率，提高我方的突防效能。

表 1 导弹突防仿真标准化数据

$x$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$
$x_1$	0.398	0.479	0.478	0.312
$x_2$	0.456	0.332	0.341	0.816
$x_3$	0.357	0.393	0.431	0.545
$x_4$	0.679	0.675	0.688	0.352

#### 4.1 融合判断矩阵计算

已知 3 个专家对“ $u_1$  比  $u_3$  重要”的打分信息，由式(1)分别求出 3 个专家的差异度为  $d_{12}(u_1, u_3) = 0.510$ ， $d_{13}(u_1, u_3) = 1.688$ ， $d_{23}(u_1, u_3) = 1.345$ ，根据式(3)、式(4)可求出对“ $u_1$  比  $u_3$  重要”，专家的置信度分别为  $w_{12}(u_1, u_3) = 0.453$ ， $w_{13}(u_1, u_3) = 0.255$ ， $w_{23}(u_1, u_3) = 0.292$ ，融合区间为 (1.501, 1.997, 2.494)，最终的融合矩阵为

弱一致性检验结束，剔除了不一致信息，其中  $a_{44}^{(4)} = [1.021, 1.251]$ ，理想值的计算可根据式(7)得到，弱一致性检验后提出不一致信息后的判断矩阵为

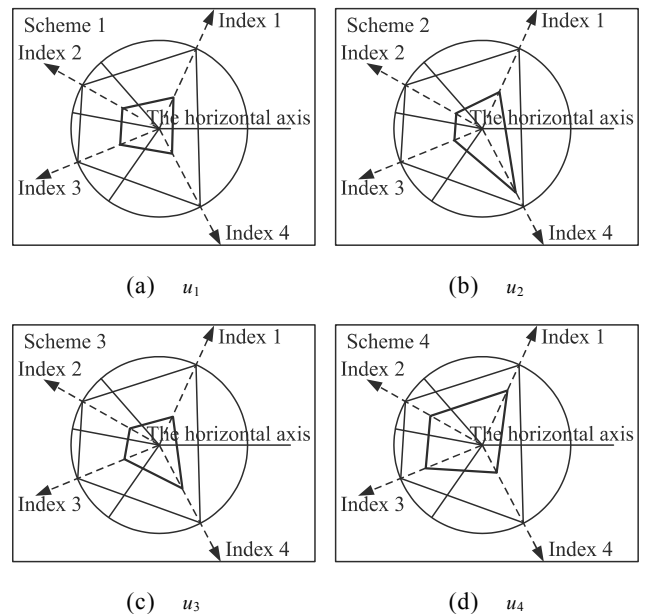


图 2 对抗雷达侦察的导弹突防效能的雷达图

[26] 黄文新, 张兰红, 胡育文. 18 kW 异步电机高压直流启动发电系统设计与实现[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(12): 52-58.

[27] 臧克茂. 陆战平台全电化技术研究综述[J]. 装甲兵工程学院学报, 2011, 25(1): 1-7.

[28] 张兵志, 陈文英, 魏巍, 等. 未来装甲装备发展及全电化技术支撑[C]//第三届特种车辆全电化技术发展论坛论文集. 北京: 中国特种车辆研究所, 2014: 18-22.

[29] 毛明, 韩政达, 刘翼. 论全电车辆的能量管理和功率管理[C]//第三届特种车辆全电化技术发展论坛论文集. 北京: 中国特种车辆研究所, 2014: 162-168.

[30] 可荣硕. 车辆综合电力系统能量管理控制策略研究[D]. 北京: 装甲兵工程学院, 2014: 1-3.

[31] 尹安东, 李领领. 车用 ISG 技术及其国内外发展现状[J]. 汽车科技, 2011(5): 1-6.

[32] 张英男, 陆春, 刘桂彬. 48 V 系统对于电动汽车安全要求国家标准适用性分析[J]. 汽车实用技术, 2015(5): 108-110.

[33] 资新运, 边浩然, 曾繁琦, 等. 军用车辆 48 V 混合动力技术研究[J]. 军事交通学院学报, 2017, 19(8): 31-36.

[34] WEI L. 混合动力汽车系统建模与控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015: 4.

[35] CHAN C C. The state of the art of electric and hybrid vehicles[J]. Proceedings of the IEEE, 2002, 90(2): 247-275.

[36] POWERS W F, NICASTRI P R. Automotive vehicle control challenges in the 21st century[J]. Control Engineering Practice, 2000, 8(6): 605-618.

[37] 周夏威, 朱昌吉, 曲大为. 基于 ADVISOR 的汽车 48 V 动力系统仿真及特性分析[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(27): 283-285, 290.

[38] 肖磊, 韩雪峰, 陈锐, 等. 基于启动发电一体机的车用混合动力总成控制策略研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(9): 1799-1804.

[39] ANTONIOU A, KOMYATHY J, BENCH J, et al. Modeling and simulation of various hybrid electric configurations of the high-mobility multipurpose wheeled vehicle (HMMWV)[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2007, 56(2): 459-465.

[40] 石兆勇. 一款军用混合动力车[J]. 专用汽车, 2013(5): 90-92.

\*\*\*\*\*

(上接第 4 页)

### 5 结束语

军事装备体系中的效能评估一直是军方十分关心的技术难题, 针对效能评估存在较强不确定性和复杂性的问题, 笔者采用的区间理论能够更科学地融合专家打分意见, 并能剔除区间不一致信息, 从而更容易满足判断矩阵的一致性, 通过等比思想的引入还原了专家第一想法。采用雷达图效能评估的方法, 将区间 AHP 计算得到的主观权重与处理后的仿真数据的结合, 更加直观地反映了方案及结构的优劣程度, 从而更准确地做出整体性评价。应用该方法对实际算例进行分析计算的结果表明, 评估结果符合指战员的方案选择, 能够直观可靠地分析出方案的优缺点, 具有一定的实用价值。

### 参考文献:

[1] 王金燕, 陈卫兵, 周颖, 等. 改进的三角模糊数互反判断矩阵排序算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(19): 214-216.

[2] ZHU G N, HU J, QI J, et al. An integrated AHP and VIKOR for design concept evaluation based on rough number[J]. Advanced Engineering Informatics, 2015, 29(3): 408-418.

[3] ZHU J Q, ZHANG Q, ZHAO X. On the Multiplicative Consistency of Fuzzy Number Complement Judgment Matrix[J]. Operations Research & Management Science, 2013, 22(1): 29-35.

[4] 刘勇, 管利荣, 刘思峰. 杂合灰色聚类与变精度粗糙模糊集的概率决策方法[J]. 管理工程学报, 2013, 27(3): 89-95.

[5] 齐照辉, 王祖尧, 张为华. 基于区间数多属性决策的导弹突防效能评估方法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(11): 1700-1703.

[6] 基于雷达图法的防空武器系统战斗力可视化评估[Z].

[7] 成洪俊, 朱雪平. 基于雷达图法的防空武器系统战斗力可视化评估[J]. 火力与指挥控制, 2015, 40(5): 124-127.

[8] 郑燕山, 李琳琳, 夏冰. 基于改进雷达图 C<sup>4</sup>ISR 结构效能综合评估方法[J]. 计算机应用研究, 2017, 34(8): 2389-2394.

[9] 王军武, 王旭东, 王全新. 一种基于 AHP 以及欧氏距离的权重分配新途径[J]. 土木工程与管理学报, 2007, 24(4): 26-27.

[10] 韦兰用. 区间数判断矩阵的一致性及其判别法[J]. 广西师范大学学报(自然科学版), 2001, 19(4): 40-46.

[11] 韦兰用. 弱一致区间数判断矩阵的一致性逼近[J]. 广西科技大学学报, 2003, 14(1): 15-17.

[12] 覃菊莹, 吕跃进. 灰色判断矩阵的弱一致性、一致性定义及其性质[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(3): 159-165.

[13] JI Y, HUANG G H, SUN W. Risk assessment of hydropower stations through an integrated fuzzy entropy-weight multiple criteria decision making method: A case study of the Xiangxi River[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(12): 5380-5389.