

doi: 10.7690/bgzd.2019.07.018

滑翔飞行器再入段弹道特性分析

何 威, 刘国刚, 施臣钢, 刘素云, 陈 健

(上海机电工程研究所, 上海 201109)

摘要: 为解决滑翔飞行器再入段受力复杂、非线性约束条件多、弹道设计难度大的问题, 对平衡滑翔条件下的弹道解析关系进行分析。根据平衡滑翔的概念, 通过简化的动力学微分方程, 对滑翔飞行器再入段弹道影响因素进行分析, 联合大气指数模型, 推导出平衡滑翔条件下的弹道初始参数与速度、射程以及高度的解析关系, 并进行仿真验证。仿真结果表明: 更高的滑翔初速和最优的平衡滑翔初始入射角可以增加滑翔距离, 不同高度再入时对射程影响不大。

关键词: 滑翔; 飞行器; 再入; 弹道; 解析解

中图分类号: TJ14 **文献标志码:** A

Analysis of Trajectory for Glide Reentry Vehicle

He Wei, Liu Guogang, Shi Chengang, Liu Suyun, Chen Jian

(Shanghai Electro-mechanical Engineering Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: In order to solve the problems of complex forces, many nonlinear constraints and difficulties in trajectory design for glide reentry vehicle, the analytical solutions of trajectory are analyzed on equilibrium glide conditions. Based on the concept of equilibrium glide, the influence factors of reentry trajectory of glide vehicle are analyzed by simplified dynamics differential equations. Combined with atmospheric exponential model, the analytic relationship between initial trajectory parameters and velocity, range and altitude under the equilibrium glide conditions is deduced and verified by simulation. The simulation results show that the range of the glide can be increased by higher initial gliding speed and optimal initial incident angle of equilibrium glide, and the impact of reentry at different altitudes is not significant.

Keywords: glide; flight vehicle; reentry; trajectory; analytical solutions

0 引言

临近空间释放的飞行器具有一定的速度和高度, 其优异的大升阻比气动特性可满足长时间、远距离滑翔的目的, 具有速度特性好、容易突破对方防空反导拦截系统的优势^[1]。滑翔飞行器再入大气后, 依靠气动力控制飞行, 通过滑翔增大射程。在整个再入飞行段, 高度与速度跨度大。运动学与动力学模型复杂, 约束条件多, 弹道设计难度也较大。滑翔飞行器弹道全程包括主动助推段、无控自由段、滑翔再入段和俯冲攻击过程。再入段飞行时间最长, 对射程以及速度特性影响最大。再入段弹道主要包括平衡滑翔弹道以及跳跃滑翔弹道, 主要区别是高度缓慢降低以及高度跳跃变化^[2]。对于滑翔飞行器的再入段弹道设计一般通过数值解算的方法, 如可在反馈中引入弹道倾角, 以抑制再入段弹道的跳跃, 达到再入过程时平衡滑翔的目的^[3]。胡锦涛川通过一种分段运动方程解耦和分段求解策略获得运动方程的解析解方法进行弹道快速规划^[4]。

笔者对平衡滑翔弹道特性进行分析, 结合简化的再入段动力学方程, 分析再入段射程和初始滑翔条件的关系, 通过数值仿真计算的方法研究更一般的跳跃滑翔弹道特性。

1 再入段动力学微分方程

考虑到助推滑翔飞行器再入段飞行射程较小, 飞行时间也较短, 在对其弹道特点进行分析时, 可作假设如下:

- 1) 忽略地球转动, 认为地球为均质圆球;
- 2) 仅考虑飞行器在纵平面内飞行, 即侧滑角、侧倾角为零。

则动力学微分方程简化^[5]如下:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\frac{X}{m} - g \sin \Theta; & \frac{d\Theta}{dt} &= \frac{Y}{mv} + \left(\frac{v}{r} - \frac{g}{v} \right) \cos \Theta; \\ \frac{dr}{dt} &= v \sin \Theta; & \frac{dL}{dt} &= R_0 \frac{v}{r} \cos \Theta. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: m 为飞行器的质量; v 为速度; Θ 为飞行器当地弹道倾角; r 为飞行器至地心距离, 飞行器高

收稿日期: 2019-02-21; 修回日期: 2019-03-28

作者简介: 何 威(1986—), 男, 安徽人, 硕士, 工程师, 从事飞行器导引律研究。E-mail: hvv864@163.com。

度为 $H=r-R_0$ ； R_0 为忽略地球扁率的平均半径；

$X=\frac{1}{2}\rho v^2 C_x S$ ， $Y=\frac{1}{2}\rho v^2 C_y S$ 分别为空气阻力和升力； S 是飞行器特征面积， ρ 是空气密度， C_x 、 C_y 为飞行器的气动阻力与升力系数； $g=\frac{\mu}{r^2}$ 为重力加速度， μ 为引力常数。

2 平衡滑翔再入弹道解析分析

平衡滑翔的概念最早于 20 世纪 30 年代在研究超音速升力式飞行时被提出^[6]。平衡滑翔状态是一种在铅垂方向上处于受力平衡的理想状态，即飞行器处于大气层内被动段滑翔时，任一点铅垂方向上的重力、离心力与升力受力平衡^[7]。

平衡滑翔时，作如下假设，以简化问题：

- 1) 弹道倾角较小，即 $\sin\theta \approx \theta$ ， $\cos\theta \approx 1$ 。
- 2) 取指数大气模型即：

$$\rho=\rho_0 e^{-\beta H}, \quad \beta=1/7200。$$

3) 在高马赫情况下，气动特性与马赫数无关，认为攻角对气动系数影响为主要因素，速度和高度对气动系数的影响可忽略^[8]。

4) 地球自转会产生附加力，但是与气动力相比可视为小量^[9]。

根据简化后的动力学微分方程， θ 为常值，即下式成立：

$$\frac{Y}{mv} + \left(\frac{v}{r} - \frac{g}{v} \right) \cos\theta = 0。 \quad (2)$$

根据平衡滑翔假设条件 1，则

$$Y = mg - \frac{mv^2}{r}。 \quad (3)$$

上式称为平衡滑翔条件。其实质为绕地球作圆周运动的飞行器受力平衡方程， Y 为升力， $\frac{mv^2}{r}$ 为向心力， mg 为重力。对于绕地球做圆周运动的卫星，升力 Y 为 0。很显然，助推滑翔再入飞行器速度低于第一宇宙速度，因此，需要升力来平衡重力的影响^[10]。

引入升力计算公式，可得出：

$$\rho v^2 C_y S = 2mg - 2\frac{mv^2}{r}。 \quad (4)$$

对 ρ 求导，可得平衡滑翔条件下，速度 v 与当地高度下空气密度 ρ 的关系：

$$\rho = \frac{2m \left(g - \frac{v^2}{r} \right)}{v^2 C_y S}； \quad (5)$$

$$\frac{dv}{d\rho} = \frac{-v^3 C_y S}{4mg}。 \quad (6)$$

由大气模型可知：

$$d\rho = -\beta\rho dH。 \quad (7)$$

联合式(6)和式(7)得：

$$\frac{dv}{dH} = \frac{-v^3 C_y S \beta \rho}{4mg}。 \quad (8)$$

根据式(1)得：

$$\frac{dv}{dH} = \frac{-\frac{X}{m} - g \sin\theta}{v \sin\theta} \approx \frac{-\frac{X}{m} - g\theta}{v\theta}。 \quad (9)$$

取飞行器升阻比为 $k=Y/X$ ，通过式(3)、式(8)和式(9)得：

$$\theta = \frac{-4gX}{4mg^2 + v^4 C_y S \beta \rho} = \frac{-2gX}{2mg^2 + Yv^2 \beta} = \frac{-2g/K}{2g/(1-v^2/(gr)) + v^2 \beta}。 \quad (10)$$

联合大气指数模型与式(5)，得到平衡滑翔条件下，高度与速度的关系：

$$H = -\frac{1}{\beta} \ln \frac{2m(g - v^2/r)}{v^2 C_y S \rho_0}。 \quad (11)$$

由简化的动力学微分方程以及认为 $R_0 \approx r$ 得：

$$\frac{dL}{dv} = \frac{R_0 \frac{v}{r} \cos\theta}{-\frac{X}{m} - g \sin\theta} \approx \frac{v}{-\frac{X}{m}} = \frac{-kv}{g - v^2/r}。 \quad (12)$$

对上式进行积分，引入再入初始初速度 v_0 ，得射程表达式：

$$L = \frac{1}{2} rk \ln \frac{gr - v^2}{gr - v_0^2} \quad (13)$$

由上式可看出：做平衡滑翔的飞行器，其射程与飞行器的升阻比和滑翔飞行初速度有关。再入初速度相同时，滑翔射程和飞行器的升阻比成正比关系。当需要计算整个滑翔再入射程时，将式(13)的 v 使用截止速度 v_c 即可。

通过上述分析，滑翔再入时的弹道参数、速度、升阻比关系可分别表示为：

$$v = \sqrt{\frac{2mgr}{C_y S \rho_0 e^{-\beta H} r + 2m}}, H = -\frac{1}{\beta} \ln \frac{2m(g - v^2/r)}{v^2 C_y S \rho_0}$$

$$\Theta = \frac{-2g/K}{2g/(1 - v^2/(gr)) + v^2 \beta}, L = \frac{1}{2} r k \ln \frac{gr - v_e^2}{gr - v_0^2} \quad (14)$$

3 仿真分析

令滑翔飞行器的质量 $m=1\ 200\ \text{kg}$ ，参考面积 $S=1\ \text{m}^2$ ，阻力系数 $C_x=0.35$ ，给出飞行器不同升阻比，即可得到如图 1 所示的飞行高度与速度的关系。

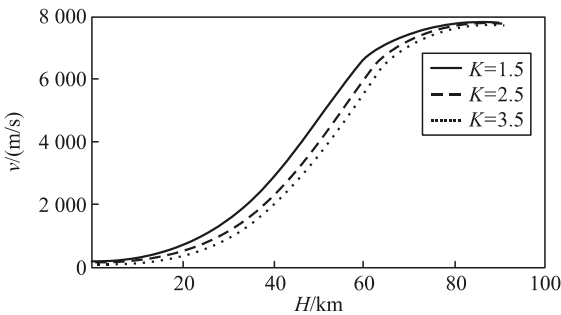


图 1 平衡滑翔下不同升阻比的高度速度对比

飞行高度与弹道倾角关系如图 2 所示。

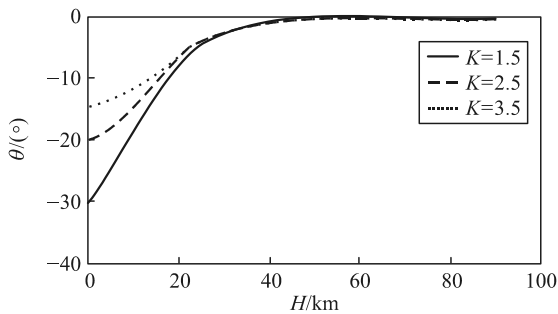


图 2 平衡滑翔下不同升阻比的高度倾角对比

飞行中受到空气阻力的作用，平衡滑翔状态下飞行器的速度是随滑翔高度下降而减小的。在同一高度下，飞行器的平衡滑翔速度与升阻比成反比。升阻比越大，再入时的弹道倾角越小。由图 2 可以看出：升阻比越大，再入时弹道倾角越小，且弹道倾角斜率越小。在滑翔高度在 25 km 以上，飞行速度大于 1 000 m/s，且升阻比大于 1.5 时，再入弹道倾角基本在 $-5^\circ \sim 5^\circ$ 区间，满足之前的小倾角假设。实际上，飞行器的升阻比随攻角可变。飞行器在实际飞行时，可以通过控制系统改变飞行器升阻比来获得平衡滑翔所需的升力。

考虑到平衡滑翔的特殊性质，如果滑翔的初速相同，则升阻比越大，即初始滑翔高度越高，弹道倾角也越小，射程也越远。不同升阻比情况下，取相同初始速度再入，相同的截止速度，射程曲线如图 3 所示。

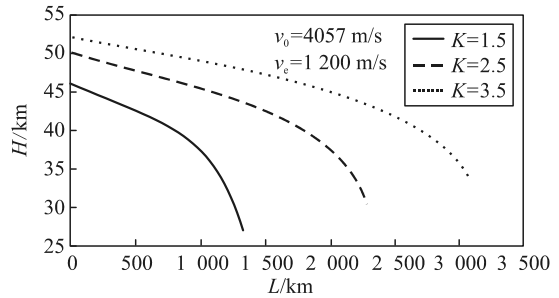


图 3 平衡滑翔下不同升阻比下射程高度对比

图中采用的初始弹道参数并不相同。飞行器再入时能量包括动能和重力势能，在满足平衡滑翔条件时，升阻比越大的飞行器其机械能(动能和势能之和)也最大，且再入倾角也最小，可得出其射程最远。一般情况下，在考虑升阻比对射程的影响时，需要使用相同的初始弹道参数，如相同的再入高度、速度以及再入倾角。根据平衡滑翔的条件，上述参数互相耦合，不能满足在平衡滑翔的条件下，使用相同的初始弹道参数来考虑升阻比对射程的影响。此时的初始再入弹道就是更普遍的高度交替变化的跳跃滑翔弹道。

4 跳跃滑翔弹道

平衡滑翔飞行是一种理论上的理想滑翔状态，由于滑翔再入弹道特性对初始参数极其敏感，一般很难获得平衡滑翔弹道，此时将产生高度交替变化的跳跃滑翔弹道^[11]。在工业上应用时，可通过攻角剖面的设计实现平衡滑翔所需要升阻比，完成不同特性的弹道设计。跳跃滑翔弹道是在机械能的转换过程中形成的，由气动升力、阻力、重力、动能和势能共同作用。滑翔弹道初始段，飞行高度较高，空气密度小，气动力影响远小于重力，受重力影响飞行器向低层稠密大气运动，随着空气密度的增大，升力逐渐等于重力，升力的继续增大产生向上的加速度。向下速度为零后，飞行器开始向上跳跃，升力重新开始减小，直至向上的速度为零，飞行器滑翔到最高点。在重力不断作用下，飞行器实现了跳跃滑翔。由于阻力做负功，飞行器所具有的机械能不断减小，造成水平方向速度也不断减小，跳跃弹道的最高点不断降低，跳跃周期也减小。

影响跳跃滑翔弹道特性的参数主要包括：初始再入高度、再入速度、再入弹道倾角、升阻比、阻力系数、再入飞行质量、特征面积等。将滑翔飞行器初始参数取为：初始高度 $H_0=70\ \text{km}$ ，初始再入速度 $v_0=4.5\ \text{km/s}$ ，初始再入弹道倾角 $\Theta = -10^\circ$ ，阻力系数 $C_x=0.35$ ，再入飞行质量 $m=1\ 200\ \text{kg}$ 、参考面

积 $S=1\text{ m}^2$ 。采用数值仿真积分的方式，根据简化的再入动力学微分方程，得到不同升阻比下的弹道仿真曲线如图 4 所示。

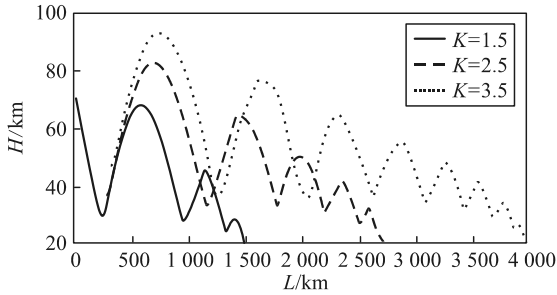


图 4 跳跃滑翔下不同升阻比时射程高度对比

升阻比越大，则弹道跳跃次数越多，跳跃幅度亦越大，射程则越远。

取飞行器升阻比固定为 $k=2.5$ ，而初始速度为 $v_0=4.5\text{ km/s}$ ，再入倾角 $\Theta=0^\circ$ ，得到不同再入高度下的跳跃滑翔弹道仿真曲线如图 5 所示。

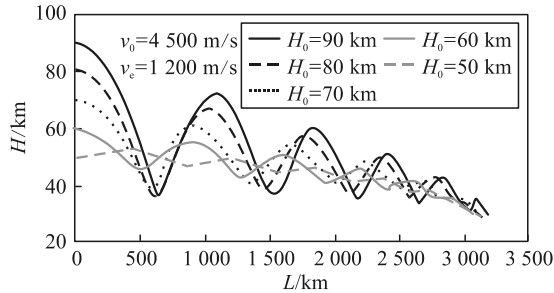


图 5 跳跃滑翔下不同再入高度时射程高度对比

从图中可见：不同高度再入时，跳跃滑翔次数基本相同。初始再入高度越高，跳跃幅度越大，但射程差异不大。考虑到初始高度越高，再入飞行器具有的势能越大，总能量就越大，滑翔射程也稍远。

从飞行器所具有的能量组成也可以得出不同高度再入时射程差异不大的结论。再入飞行器能量包括动能和势能，以图 5 仿真为例，总能量如表 1 (忽略重力加速度变化)。

表 1 不同高度再入时飞行器能量组成

再入高度/km	动能/MJ	势能/MJ	总能量/MJ	势能占比/%
50	12 150	588.0	12 738.0	4.62
60	12 150	705.6	12 855.6	5.49
70	12 150	823.2	12 973.2	6.35
80	12 150	940.8	13 090.8	7.19
90	12 150	1 058.4	13 208.4	8.01

从表中可以看出：势能占总能量百分比比较低，一般不超过 10%。不同高度再入时的飞行器能量差别仅为重力势能差别，以再入高度 50 和 90 km 为例，能量差异仅在 3.7%。这也从能量组成的角度印

证了不同再入高度时射程相差不大的结论。

再入飞行器飞行中需要克服空气阻力做功，具有的总能量随着飞行时间而减少。图 6 为阻力做功随射程的变化曲线。大气密度随指数变化，高度越高，空气密度越低。可以看出，在高度 55~60 km，飞行器所受的阻力很小。初始再入高度越高，跳跃的幅度越大，但每一跳前半部分阻力做功较小，能量损失甚至可以忽略。只有飞行高度降至 55 km 以下时，阻力作用才明显显现出来，这也是跳跃滑翔弹道的一个特征所在。

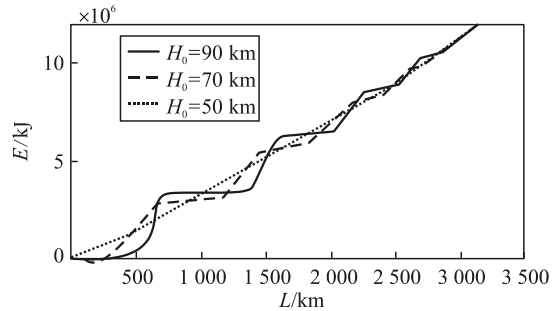


图 6 跳跃滑翔下不同再入高度时克服阻力做功对比

取再入飞行器升阻比固定为 $k=2.5$ ，高度为 $H_0=50\text{ km}$ ，初始速度 $v_0=4\text{ 057 m/s}$ ，截止速度取 $v_e=1.2\text{ km/s}$ ，研究不同初始再入倾角的情况下的再入滑翔曲线。上述高度、初始速度、再入倾角参数是一组满足平衡滑翔初始条件值。

曲线如图 7 所示，其中平衡滑翔(简化后)是按照式(14)计算得到。与数值仿真对比，通过平衡滑翔解析表达式解算的速度、射程以及弹道倾角吻合度较好，精度较高。以射程为例，该例中数值积分射程为 2 337 km，解析计算为 2 271 km，误差在 3% 以内。再入倾角角度绝对值越大，则弹道跳跃幅度越大，沿飞行曲线滑行的距离越远，则速度损失越大，射程也越短。倾角越小，则射程越远。同时可以看出：平衡滑翔对初始再入倾角精度要求较高，只有满足平衡滑翔初始条件时，飞行器才做平衡滑翔飞行。

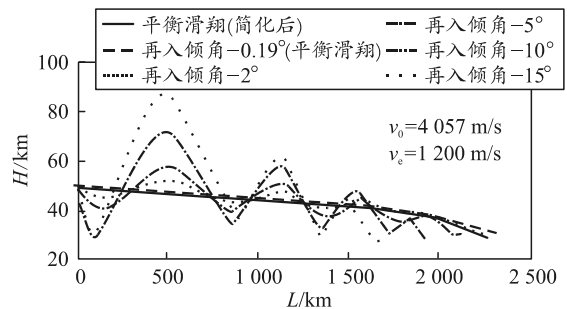


图 7 不同入射倾角下的射程高度对比

了 10.5%，因此在保证电路板尺寸的情况下，可以适当增大防护外壳厚度。

3) 4 种灌封材料，聚氨酯甲酸乙酯防护下峰值应力高于环氧树脂 18.3%，丙烯酸和硅酮防护下峰值应力与环氧树脂比较接近，但是综合考虑材料的特性和发射环境，应选择环氧树脂作为灌封层的首选材料，其次是硅酮和聚氨酯甲酸乙酯，最后是丙烯酸树脂。

参考文献：

[1] 刘国庆. 狙击弹丸/枪相互作用问题研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2015.

[2] 梁增友, 邓德志, 吴鸿超, 等. 泡沫铝与金属管复合结构降低弹载设备过载效能研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(S2): 1-7.

[3] 尹威华, 杨国来, 葛建立, 等. 弹载测试电路模块缓冲防护结构设计及优化[J]. 火炮发射与控制学报, 2016,

37(3): 56-60.

[4] CHAKKA V, TRABIA M B. Modeling and reduction of shocks on electronic components within a projectile[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(11): 1326-1338.

[5] 焦敏, 陈小伟, 阮朝阳, 等. 灌封材料对弹载电子器件的防护仿真研究[J]. 兵工学报, 2014, 35(S2): 51-56.

[6] 靳书云, 靳鸿, 张艳兵, 等. 弹载加速度数据记录仪抗高冲击设计[J]. 传感技术学报, 2014(4): 463-466.

[7] 鲍爱达, 陈员娥, 李长龙, 等. 弹载加速度记录仪在冲击环境下的失效研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(13): 182-186.

[8] 吴晓莉, 张河. 高冲击下电子线路灌封材料的缓冲机理及措施研究[J]. 包装工程, 2004, 25(1): 44-46.

[9] JOHNSON G R, COOK W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains[C]//high strain rates and high temperatures, 1983: 541-548.

[10] SHENG W W, COLINO R P. Power Electronic Modules Design and Manufacture[M]. Crc Press, 200.

(上接第 85 页)

5 结论

笔者分析了滑翔再入飞行器的弹道特性，通过简化的再入段运动学方程，建立平衡滑翔条件下的弹道参数与速度、升阻比的解析关系，通过解析关系仿真验证了平衡滑翔条件下的射程、高度、速度、升阻比等之间的关系。跳跃滑翔弹道则普遍存在，速度以及射程特性上也略差于平衡滑翔弹道。从能量转化的角度，得出了再入高度对射程影响不大的结论。再入飞行器凭借大升阻比气动外形，按照满足平衡滑翔条件的高度、速度、弹道入射角进行滑翔可以显著增大飞行距离。笔者提出的弹道特性研究方法未考虑高空飞行的操控能力、防热设计等，但在工程初期总体参数论证时仍具有参考意义。

参考文献：

[1] 卢宝刚, 傅瑜, 崔乃刚. 基于拟平衡滑翔的数值预测再入轨迹规划算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2015, 47(1), 14-19.

[2] 李瑜, 杨志红, 崔乃刚. 助推-滑翔导弹弹道优化研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(1), 66-71.

[3] 梁巨平, 周韬, 周浩. 再入飞行器平稳滑翔可达区域计算分析[J]. 兵器装备工程学报, 2018, 39(5): 112-116.

[4] 胡锦涛, 张晶, 陈万春. 高超声速飞行器平稳滑翔弹道解析解及其应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(5): 961-968.

[5] 贾沛然, 陈克俊, 何力. 远程火箭弹道学[M]. 长沙: 国防科学技术大学出版社, 1993.

[6] BREDT S, IRENE. The Silver Bird Story[J]. Spaceflight, 1973, 15: 166-181.

[7] 陈小庆. 高超声速滑翔飞行器机动技术研究[D]. 武汉: 国防科学技术大学, 2011.

[8] 瞿章华, 刘伟, 曾明. 高超声速空气动力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2011.

[9] 阮春荣, 大气中飞行的最优轨迹[M]. 茅振东, 译. 北京: 宇航出版社, 1987: 30-35.

[10] 刘欣. 助推-滑翔式飞行器弹道设计与制导技术研究[D]. 武汉: 国防科学技术大学, 2012.

[11] 胡锦涛, 陈万春. 高超声速飞行器平稳滑翔弹道设计方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(8): 1464-1475.