

doi: 10.7690/bgzd.2019.09.012

# 基于组合策略的装备物资定点精确投放的研究

许 飞

(陆军装甲兵学院基础部, 北京 100072)

**摘要:** 为解决装备物资空投中精度差、设备易损坏、搜集困难的问题, 对投放组合策略下的投放轨迹自主优化进行研究。根据最优控制理论, 对装备物资空投过程建立具有终端约束的控制模型, 通过定性与定量分析相结合的方法, 对投放误差下不同组合策略的精确投放、误差传递及自主轨迹修正进行分析, 采用 Matlab 软件对控制模型进行仿真, 确定了不同空投高度下的投放组合策略。仿真结果表明: 该模型方程简洁、易于仿真, 同时通过控制器自主轨迹修正能够实现装备物资的精确空投, 且具有较高稳定性。

**关键词:** 最优控制; 轨迹修正; 组合策略; 投放精度

**中图分类号:** TP202   **文献标志码:** A

## Research on Precise Fixed-point Airdrop of Equipment and Material Based on Combination Strategies

Xu Fei

(Department of Basic Education, Army Academy of Armored Force, Beijing 100072, China)

**Abstract:** For solving the problems of low precision, equipment damage, and difficult searching in equipment and material airdrop, research on auto optimization of airdrop combination strategies. According to the theory of optimal control, build a control model with terminal constraints for the process of airdrop of equipment and materials. By combining qualitative and quantitative analysis, the precise delivery, error transmission and autonomous trajectory correction of different combination strategies under the error of airdrop are analyzed. The dropping combination strategy of different airdrop height is determined by using Matlab software to simulate the control model. The simulation results show that the model equation is concise and easy to simulate. At the same time, the control model can realize the precise airdrop of equipment and materials by controller's independent trajectory correction, and the control model has high stability.

**Keywords:** optimum control; trajectory correction; combination strategy; delivery precision

### 0 引言

装备物资空投系统可用于实现装备物资精确投放和“定点无损”着陆, 实现了装备物资、补给和军需品适时、适地、适量的精确到位, 被广泛应用在军事、航空航天及抢险救灾等领域<sup>[1]</sup>, 在战略和战术层次上能提高军队的部署和保障能力<sup>[2]</sup>, 是现代战争中不可或缺的作战方式。在实际投放中, 由于受到空投高度和区域环境的影响, 会造成空投精度差、设备易损坏、搜集困难等问题, 削弱了作战效能, 为此, 建立较完备的空投模型及实时优化空投轨迹具有较强的应用背景和研究意义。

笔者将空投系统建立为具有终点约束、并满足落点误差最小的最优控制系统, 采用理论分析和数值仿真相结合的方法, 从装备物资空投的动力学和轨迹修正 2 大方面进行研究, 确定了不同空投高度下的投放策略及轨迹修正策略。对比采用常微分和

偏微分方程建立模型, 该控制系统模型具有形式简洁、鲁棒性强、易于仿真等优点, 能够实现空投轨迹的优化及空投精度的提高。

### 1 控制系统模型及分析

#### 1.1 建立系统数学模型

最优控制指在一定的约束条件下, 寻求使得性能指标达到极值时的控制函数<sup>[3]</sup>。若被控对象是由向量微分方程描述时, 确定最优控制函数的问题就变成了在微分方程约束条件下求性能指标的条件极值问题。装备物资定点精确投放系统可认为是在终端约束条件下, 时间未定的求落点精度最优的极值问题。该最优控制问题包括 4 个方面内容。

##### 1.1.1 状态方程的描述

受控系统可描述为定义在时间间隔  $[0, t_f]$  的状态方程, 其形式如下:

收稿日期: 2019-04-19; 修回日期: 2019-05-01

基金项目: 国家自然科学基金(51675531)

作者简介: 许 飞(1981—), 男, 河北人, 硕士, 讲师, 从事 Finsler 几何的子流形问题、偏微分方程、统计学等研究。E-mail: bjaxf911@163.com。

$$m(t)S''(t) = \frac{1}{2}c\rho s_z[S'(t)]^2 + \lambda \frac{1}{2}c_1\rho s_s[S'(t)]^2 + G(t) + U(t) \tag{1}$$

式中： $S(t)$ 为状态向量； $U(t)$ 为控制向量； $m(t)$ 为系统质量； $c, c_1$ 为装备物资及降落伞的风阻系数； $s_z$ 为装备物资迎风面积向量，降落伞的迎风面积向量为  $s_s$ 。

### 1.1.2 边界条件

受控系统的运动状态是从投放点到着落点的变化过程，通过着落点位置确定满足条件的投放点及速度参量，引入投放点和速度误差分析着落点精度，为此，可确定如下的边界条件：

$$\begin{aligned} S(0) &= (x_0, y_0, z_0), \quad S'(0) = (v_x(0), v_y(0), v_z(0)), \\ S(t_f) &= (0, 0, 0), \quad S'(t_f) = (v_x(t_f), v_y(t_f), v_z(t_f)), \\ \delta &= (\delta_x, \delta_y, \delta_z), \quad \mu = (\mu_x, \mu_y, \mu_z), \quad S'(t_f) \leq v_0. \end{aligned}$$

式中： $S(0)$ 、 $S'(0)$ 、 $\delta$ 、 $\mu$ 分别为投放点坐标、速度、坐标误差及速度误差； $v_0$ 为安全落地速度向量；末端时间  $t_f$ 未定。

### 1.1.3 容许控制

在实际问题中，控制参数可以设定为变化范围受限制的，也可以设定为不受限制的。笔者假定控制参数不受限制。

### 1.1.4 性能指标

性能指标是衡量系统在不同控制向量函数下工作优良度的标准，其内容和形式取决于最优问题所要完成的任务，在精确空投理论中主要采用最短时间、最少燃料或时间-燃料等最优控制系统。笔者以落点精度最优为性能指标，其形式如下：

$$\min J = [x(S, \delta, \mu)]^2 + [y(S, \delta, \mu)]^2 \tag{2}$$

式中  $(x, y)$ 为在投放点及速度均存在误差的情况下终点坐标集。

综合上述，笔者建立了具有终端约束的最优控制系统。该系统模型简洁，便于仿真确定不同空投高度下的投放组合策略。

## 1.2 变量的动态分析

### 1.2.1 气压、温度对空气密度的影响

空气密度是风阻的重要影响因素，通常地面处的空气密度大于高空，并与空气压强和温度有直接关系，其关系式<sup>[4-5]</sup>如下：

$$\rho = \frac{p(h)k_{on}}{p_{on}k(h)}\rho_{on}; \tag{3}$$

$$p(h) = p_{on} e^{-1.26 \times 10^{-4} h}; \tag{4}$$

$$k(h) = (1 - 6 \times 10^{-4} h)k_{on}. \tag{5}$$

式中： $k_{on}=293$  K 为标准状态空气的温度； $p_{on}=101.325$  kPa 为标准状态空气的压强； $\rho_{on}=1.29$  kg/m<sup>3</sup> 为标准状态空气的密度。由式(3)一式(5)可知各个空投高度的空气密度：在 2 000 m 高空空气密度最小，为 1.007 4 kg/m<sup>3</sup>；在地面处空气密度最大，为 1.289 8 kg/m<sup>3</sup>；在仿真阶段取平均值  $\rho=1.142$  8 kg/m<sup>3</sup> 近似各高度的空气密度。

### 1.2.2 装备物资所受空气阻力

装备物资空投过程中要受到风阻的影响，其大小取决于受力面、空气密度、速度及风阻系数，关系式<sup>[4-5]</sup>为

$$f = \frac{1}{2}c\rho s v^n. \tag{6}$$

式中： $f$ 为空气阻力； $c$ 为风阻系数； $s$ 为迎风面积； $v$ 为装备物资的相对速度； $n$ 的取值与装备物资运动速度有关，通常在风速为 10 m/s 及以下时取  $n=1$ ，在 10~311 m/s 时取  $n=2$ 。

### 1.2.3 降落伞面积的选取

稳降阶段是指变减速阶段完成后，装备物资在降落伞的作用下匀速下降的阶段，在垂直方向上受力均衡<sup>[4-5]</sup>，现假设装备物资和降落伞的质量为  $m=10$  000 kg，装备物资和降落伞的风阻系数分别为  $c=1.28$ ， $c_1=0.873$ ，根据装备物资受力特点，关系式为

$$\frac{1}{2}c\rho s_2 v^2 + \frac{1}{2}c_1\rho s v^2 = mg. \tag{7}$$

式中： $s$ 为降落伞面积； $s_2=22$  m<sup>2</sup>为装备物资底部迎风面积； $v$ 为终速，通常取 5 m/s，通过式(7)可计算降落伞的面积为

$$s = 7826.1 \text{ m}^2. \tag{8}$$

在此面积下，装备物资可从自由落体，变减速阶段逐步过渡至匀速阶段<sup>[6]</sup>，并保持安全速度 5 m/s 降落至地面，式(1)一式(8)为具有终端约束，并以落点精度最优为性能指标的控制模型，接下来将通过软件仿真寻求最佳投放组合策略及轨迹优化策略。

## 2 数学仿真及分析

笔者假定装备物资投放的质量为 10 000 kg，投放高度为 1~2 km 高度，装备物资迎风面积为  $s_x=7$

$m^2$ ,  $s_y=15 m^2$ ,  $s_z=22 m^2$ 。笔者以落点坐标为原点建立坐标系, 采用 Matlab 软件从无随机因素、添加投放点及速度误差 2 个方面对控制系统进行模拟仿真, 确定了在不同空投高度下的投放组合策略, 及投放组合策略存在误差的情况下投放轨迹的优化。

### 2.1 无随机因素的 Matlab 仿真

#### 2.1.1 不同空投高度下的投放组合策略

本阶段仿真只考虑水平风场, 风场效果仅引起投放位置的偏移, 并且以 10 m 为间隔对投放区间 [1 000, 2 000] 进行分割, 考察能够精确投放所要满足的投放点及速度要求, 其关系如图 1。

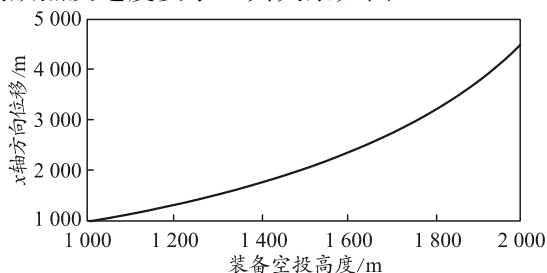


图 1 随空投高度变化的 x 轴方向偏移

图中显示随着空投高度的增加, 所要求的 x 轴方向偏移也在增加, 从图像上看空投高度和水平偏移基本成线性关系, 但在 1 600 m 后, x 轴方向的位移变化明显加快, 随着计算误差的传播, 也会引起空投精度的加速降低。

图 2 显示随着空投高度的增加, x 轴方向空投速度也在增加, 在 1 600 m 之前, 这种变化关系基本成线性; 但在 1 600 m 后, 由于风阻和速度的平方关系, 速度的变化也明显加快<sup>[7]</sup>。

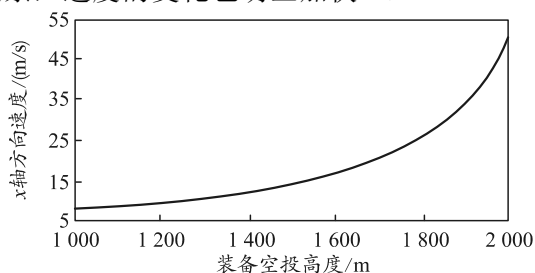


图 2 随空投高度变化的 x 轴方向速度

从图 1 及图 2 可知, 在满足投放要求的情况下, 投放高度、水平距离及速度的组合变化规律: 在 1 600 m 前, 三者的变化规律基本成线性; 而在 1 600 m 后, 投放水平距离及速度的变化明显加快, 其直接结果便是降低了装备物资的投放精度。

#### 2.1.2 不同投放组合的空投精度

在 2.1.1 节中, 笔者研究了为使装备物资能够精确投放, 所需要的不同高度、水平距离及速度的

组合, 由于模型仿真中计算误差的传播效应, 在落地点也存在不同程度的误差如图 3。

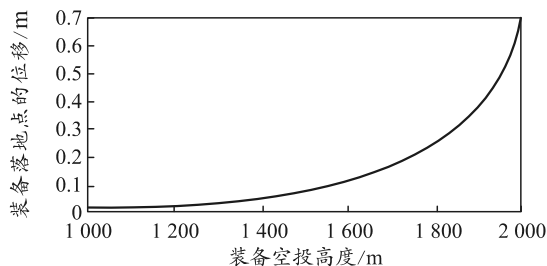


图 3 不同投放组合下的落地点的偏移

图中描述了在不同投放组合下的落地点的偏移, 随着投放高度的增加, 偏移程度也在加大, 并且在 1 600 m 后, 偏移程度加快, 其原因如 2.1.1 节中所述, 1 600 m 后空投水平距离及速度变化加快, 随着计算误差的传播, 最终加大了落地点的偏移。

### 2.2 添加随机因素的 Matlab 仿真

装备物资空投过程中由于受到投放高度、速度、随机风、控制器响应时间、地势地形等因素的影响, 造成装备物资落点分散, 降低了空投精度。在模型仿真中, 考虑的影响因素越多, 仿真越接近真实环境, 但模型仿真将会变得困难, 为此, 在本次 Matlab 仿真中作假设<sup>[8]</sup>如下:

- 1) 不考虑开伞过程中装备物资姿态的变化;
- 2) 随机风为水平风, 只影响装备物资在水平面上的移动;
- 3) 不考虑控制器的响应及调整时间;
- 4) 空投区域不考虑地势地形的影响, 视地面为平面。

#### 2.2.1 不同高度下的 Matlab 仿真

假定装备物资投放的质量为 10 000 kg, 不考虑随机风对空投装备物资的影响, 投放点的误差为 50 m, 投放速度的误差为 15 m/s, 投放高度为 1~2 km 区间, 每隔百米计算其落地点范围, 分析投放误差对空投精度的影响如图 4。

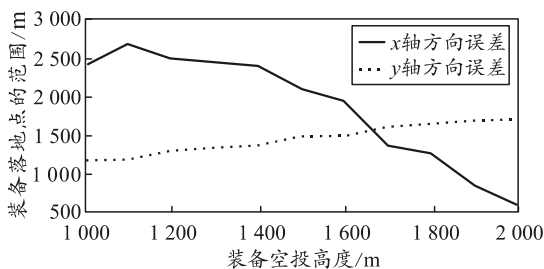


图 4 不同投放高度的落地误差

图中描述了存在投放点误差及速度误差的情况下, 装备物资落地点的最大范围。其中, x 轴方向

的误差随着空投高度的增加逐渐减小，而  $y$  轴方向的误差则随着空投高度的增加逐渐增加。这样，便可根据不同形状的空投地形选择不同的空投高度，比如在狭长的地形中，可选择在 1 或 2 km 处进行空投，以避免装备物资降落至不规则地形中<sup>[9]</sup>，给装备物资的搜索及快速使用带来不便。

### 2.2.2 空投轨迹的修正

为提高装备物资空投精度，需根据预计落地点的误差范围确定轨迹调整的次数和力度，由于空投高度在 1~2 km，且投放点误差和速度误差相对较小，同时也为了减少轨迹调整控制器的响应时间对空投系统的影响，确定轨迹修正的次数最多为 2 次，具体轨迹修正频率由控制器自行判断，分别选在空投高度的 1/3 和 2/3 处。其调整流程如图 5 所示。

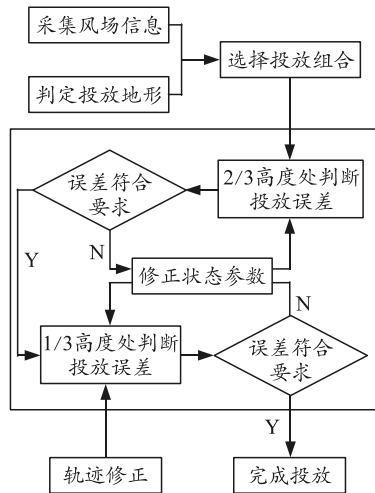


图 5 装备物资空投轨迹修正流程

图 5 描述了整个装备物资空投的流程，经 1 次或 2 次轨迹调整后的装备物资落地点误差显著减小，其结果如图 6。

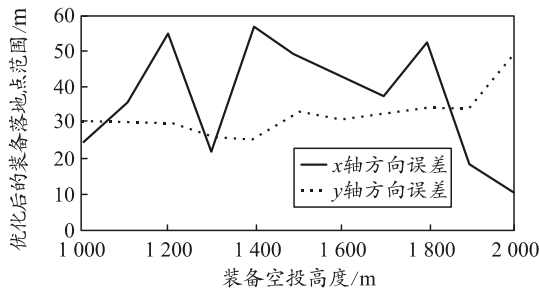


图 6 空投轨迹修正后的落地点范围

图 6 描述了在各空投高度下经轨迹修正后的装备物资落地点的平均范围，其中， $x$  轴方向偏离目标点为 10~55 m,  $y$  轴方向偏离目标点为 25~50 m, 空投精度较高，满足投放要求，且具有较高的投放稳定性，其统计结果如表 1 所示。

表 1 装备物资空投的稳定性统计

投放高度/m	1 000	1 100	1 200	1 300	1 400
投放稳定性/%	98	98	94	97	96
投放高度/m	1 500	1 600	1 700	1 800	1 900
投放稳定性/%	97	99	97	96	97

表 1 是采用 Matlab 软件进行 50 次仿真模拟后的稳定性统计。可见，采用该最优控制系统具有较高的稳定性，能够实现装备物资的精确空投。

### 3 结论

笔者以最优控制理论对装备物资空投过程建立具有终端约束的控制模型<sup>[10]</sup>，采用 Matlab 软件进行仿真，确定了不同空投高度下的投放组合策略，并对投放组合策略存在误差下的投放轨迹自主优化进行了研究，得到了良好的仿真结果。对比采用偏微分方程建立的模型，采用最优控制理论建立模型具有方程简洁、便于优化等特点，同时该投放组合策略及自主轨迹优化策略对现实环境中的装备物资投放具有指导意义。

### 参考文献:

- [1] 熊菁. 翼伞系统动力学与归航方案研究[D]. 北京: 国防科学技术大学, 2005.
- [2] 王锐, 孙昕, 史晓春. 精确空投系统的导航方法研究[J]. 科学技术与工程, 2011, 31(28): 1671-1815.
- [3] 胡寿松, 王执铨, 胡维礼. 最优控制理论与系统[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 172-196.
- [4] 许飞, 许世蒙, 杜建华, 等. 装备自主定点精确投放的轨迹修正研究[J]. 兵器装备工程学报, 2017, 38(6): 165-168.
- [5] 许飞, 许世蒙, 杜建华, 等. 军用装备定点精确投放的建模与仿真[J]. 装甲兵工程学院学报, 2016, 30(1): 99-103.
- [6] GUO Z, MIAO Q L. Prediction of the Trajectory of the Manned Spacecraft SHENZHOU-7 Deploying a Parachute Based on a Fine Wind Field[J]. Science China Earth Science, 2011, 24(9): 1413-1429.
- [7] ZHU Y, LIU L, WANG Z P. Flow Field Characteristics for Parachute-projectile System[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2011, 24(5): 813-819.
- [8] WANG H Y, HONG H J. Environment Adaptability Evaluation for Buffering Airbag of Heavy Equipment During Airdrop Landing[J]. Journal of China Ordnance, 2012, 8(4): 223-229.
- [9] 胡海静, 朱圣英, 崔平远. 基于 Lyapunov 函数的小天体软着陆障碍规避控制方法[J]. 深空探测学报, 2015, 2(2): 149-154.
- [10] 胡容, 姚敏, 赵敏, 等. 翼伞精确空投系统归航轨迹规划与控制[J]. 指挥控制与仿真, 2014, 36(6): 111-116.