

doi: 10.7690/bgdh.2019.10.004

# 基于 ZMP 的腿式缓冲平台着陆稳定性分析

霍瑞坤<sup>1</sup>, 狄长春<sup>1</sup>, 王国平<sup>2</sup>, 李旭<sup>3</sup>

(1. 陆军工程大学火炮理论教研室, 石家庄 050003; 2. 中国人民解放军 95985 部队 94 分队, 河南 开封 475000;  
3. 中国人民解放军北京军事代表局, 石家庄 050003)

**摘要:** 为研究腿式缓冲平台着陆的稳定性, 结合胶泥阻尼器特点, 建立腿式缓冲平台动力学模型。以判别动态稳定性的零力矩点(zero moment point, ZMP)理论为基础, 得到腿式缓冲平台 ZMP 坐标公式, 并提出 ZMP-四边形和 ZMP 偏移量稳定性判据。结果表明: 该判据能够判定平台的着陆稳定性, 并得到影响平台稳定性的各参数响应规律, 为腿式缓冲平台的进一步优化设计提供参考。

**关键词:** 胶泥阻尼器; 零力矩点; 判据; 稳定性

中图分类号: TP302.7 文献标志码: A

## Landing Stability Analysis of Legged-type Buffer Platform Based on ZMP

Huo Ruikun<sup>1</sup>, Di Changchun<sup>1</sup>, Wang Guoping<sup>2</sup>, Li Xu<sup>3</sup>

(1. Staff Room of Artillery Theory, PLA University of Army Engineering, Shijiazhuang 050003, China;  
2. No. 94 Team, No. 95985 Unit of PLA, Kaifeng 475000, China;  
3. Military Representative Bureau of PLA in Beijing, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** In order to study the landing stability of the leg buffer platform, combined with the characteristics of the clay damper, a dynamic model of the legged-type buffer platform was established. Based on the theory of zero moment point (ZMP) to determine the dynamic stability, the ZMP coordinate formula of the legged-type buffer platform is obtained. And the stability criteria of the ZMP-quadrilateral rule and ZMP offset rule are proposed. The results show that criterion can determine the landing stability of the platform and obtain the parameters response rules that affect the stability of the platform, and provide reference for the further optimization design of the legged-type buffer platform.

**Keywords:** viscous damper; zero moment point; criterion; landing stability

## 0 引言

在重装空投中, 为实现大型装备的安全稳定着陆, 一般采用气囊缓冲的方式来降低着陆的冲击力。气囊缓冲装置具有灵活简便、质量轻、成本低和安全可靠等优点, 被广泛地应用于空投和航空航天领域。气囊缓冲装置主要是利用压缩气囊的形变吸收冲击载荷, 保证装备物资的安全着陆。按结构可分为有排气孔式、无排气孔式和有无排气孔联合式<sup>[1]</sup>; 按充气方式可分为冲压式自充气式和气体发生器充气式<sup>[2]</sup>。

随着科技的不断进步, 我国在航空航天运力上的投入也越来越大, 把质量更大的物资装备安全投送到指定地点, 需要更大缓冲能量的阻尼器。高粘度的胶泥阻尼器具有容量大、无反弹、缓冲平稳和安全可靠等特点, 能满足需求。目前大量研究主要集中在抗震减震结构<sup>[3]</sup>和机械减震<sup>[4]</sup>中, 特点是吸收频率载荷的冲击, 大量减轻周期冲击对结构的破坏。而在着陆缓冲中, 腿式缓冲平台并不需要承受

连续双向载荷的冲击, 也不贮存能量来恢复原位, 其特点是在单次冲击下能够有效吸收能量, 稳定降低速度, 保证物资器材的安全。

笔者以零力矩点(ZMP)理论为基础, 对腿式缓冲平台着陆稳定性分析, 可为腿式缓冲平台的优化设计提供参考。

## 1 腿式缓冲平台稳定性判据

前南斯拉夫学者 VUKOBRAKOVIC 等<sup>[5]</sup>研究机器人在行走过程中是否摔倒, 提出了零力矩点(ZMP)理论。对于地面上的一个点, 该点受到外力形成的力矩在投影方向为 0, 如 ZMP 始终落在脚掌接触地面范围之内, 则表示能稳定行走。该理论是判断机器人动态稳定性的重要指标。在着陆稳定性判据中, 有质心-四边形原则, 即腿式缓冲平台在空投着陆时, 其质心始终落在四腿缓冲器围成的四边形内, 则表示腿式缓冲平台在着陆中稳定, 不会翻倒。而将 ZMP 代替质心, 在动态稳定性判断中考

收稿日期: 2019-05-10; 修回日期: 2019-06-01

作者简介: 霍瑞坤(1983—), 男, 河北人, 硕士, 助理工程师, 从事装备模拟与技术仿真、机械设计、机械动力学研究。E-mail: huanyutianan1113@163.com。

虑水平加速度的影响, 可得到 ZMP-四边形稳定性判据<sup>[6]</sup>, 其在腿式缓冲平台空投着陆时的稳定性判断可表述为: 在空投着陆过程中, 若 ZMP 始终落在四腿着陆点形成的投影四边形之内, 包括投影的边上, 则腿式缓冲平台能够稳定着陆。

### 1.1 腿式缓冲平台零力矩点

确定腿式缓冲平台零力矩点需进行受力分析。如图 1 所示, ZMP 为参考坐标系  $Oxyz$  中点  $P$ , 作用在离散点  $p_i (j=1, 2, 3, \dots, N)$  的着陆面反作用力  $f_j = (f_{jx}, f_{jy}, f_{jz})^T$ , 力矩为  $\tau_j = (\tau_{jx}, \tau_{jy}, \tau_{jz})^T$ , 则绕点  $p = (p_x, p_y, p_z)^T$ , 总力矩为

$$\tau(p) = \sum_{j=1}^N [(p_j - p) f_j + \tau_j]. \quad (1)$$

腿式缓冲平台着陆时, 着陆面的作用力满足

$$F = mg + f. \quad (2)$$

式中:  $m$  为空投总质量;  $f$  为着陆面对缓冲平台的反作用力。

着陆面反作用力的力矩和角动量满足

$$L = cmg + \tau. \quad (3)$$

式中:  $c$  为平台质心坐标,  $c = (x, y, z)$ ;  $\tau$  为着陆面反作用力产生的力矩,

$$\tau = pf + \tau_p. \quad (4)$$

式中  $\tau_p$  为过零力矩点  $p$  的力矩。

联立式(2)–(4), 可得

$$\tau_p = L - cmg + (F - mg)p. \quad (5)$$

根据 ZMP 理论, 令式(5)中的  $x$ 、 $y$  分量分别为 0, 可得 ZMP 的位置坐标:

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \frac{mgx + p_z \dot{p}_x - \dot{L}_y}{mg + \dot{p}_z} \\ p_y &= \frac{mgy + p_z \dot{p}_y - \dot{L}_x}{mg + \dot{p}_z} \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

式中  $p_z$  为着陆面高度。

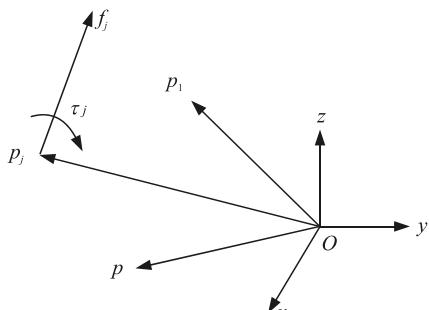


图 1 零力矩点的受力分析

将腿式缓冲平台简化为一质点, 其动量和角动

量表达式为:

$$\left. \begin{aligned} P &= m\dot{c} \\ L &= cm\dot{c} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

式中:  $P$  为动量,  $P = (P_x, P_y, P_z)$ ;  $L$  为角动量,  $L = (L_x, L_y, L_z)$ 。

将式(7)代入(6), 可得 ZMP 的坐标表达式

$$\left. \begin{aligned} p_x &= x - \frac{(z - p_z)\ddot{x}}{g + \ddot{z}} \\ p_y &= y - \frac{(z - p_z)\ddot{y}}{g + \ddot{z}} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

根据上式, 已知腿式缓冲平台的质心运动规律, 即可求出 ZMP 的坐标。

### 1.2 ZMP-四边形稳定性判据

腿式缓冲平台着陆时, 四腿和 ZMP 在投影平面的位置如图 2 所示。将 ZMP-四边形判别法转化为判断 ZMP 点是否落在四腿围成的不规则四边形范围内或 4 条边界线上, 是, 则平台稳定着陆; 否, 则翻倒。

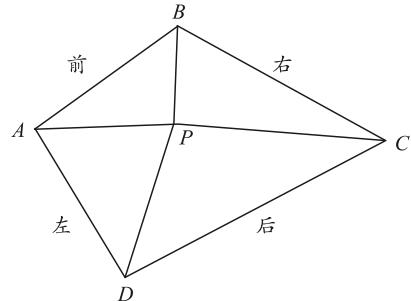


图 2 ZMP-四边形判别法

判断一点是否处于四边形内部的方法很多, 主要有面积判别法、叉乘判别法、角度判别法、水平/垂直交叉点数判别法等。笔者采用面积判别法。

如图 2 所示, 点  $P$  (ZMP) 与  $A$  (左前腿)  $B$  (右前腿)  $C$  (右后腿)  $D$  (左后腿) 所形成的 4 个三角形面积等于点  $ABCD$  围成的四边形面积, 表明点  $P$  落在  $ABCD$  围成的四边形内部, 公式如下:

$$S_{PAB} + S_{PBC} + S_{PCD} + S_{PDA} = S_{ABCD}, \quad (9)$$

即为 ZMP-四边形稳定性判别法。

### 1.3 ZMP 偏移量稳定性判据

面积判别法对腿式缓冲平台的稳定性进行判定, 只存在成功和失败 2 种状态, 可用来进行初步判定。而要进一步对平台稳定性趋势进行研究, 需在该方法成功判定的基础上, 寻找新的稳定性线判据。

当腿式缓冲平台满足面积判别法的条件下, 可得 ZMP 位于四边形内部, 易知该点越接近四边形边界, 平台越不稳定, 而 ZMP 在四边形内部的位置波动以距离前后左右 4 段长度来表征。随着 ZMP 的偏移, 前后的距离差和左右的距离差增大, 因此, 可以用这 2 个距离差的均方根来表征 ZMP 的偏移量, 得到 ZMP 偏移量判别法(如图 3), 公式如下:

$$\sqrt{[(d_{\text{前}} - d_{\text{后}})^2 + (d_{\text{左}} - d_{\text{右}})^2]/2}。 \quad (10)$$

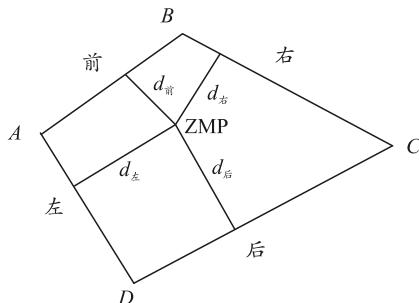


图 3 ZMP 偏移量判别法

## 2 腿式缓冲平台动力学模型

腿式缓冲平台为某型空投式迫榴炮着陆缓冲装置(见图 4), 采用 4 腿双出杆式高粘度胶泥阻尼器为主要缓冲结构, 具有容量大、无反弹、缓冲平稳和安全可靠等特点。

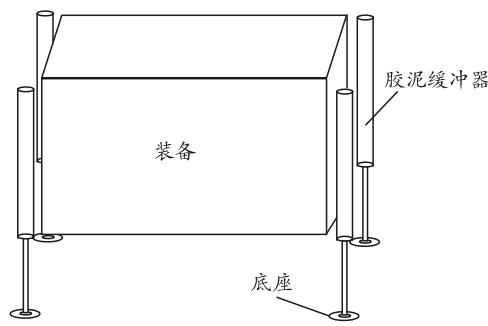


图 4 腿式缓冲平台结构

### 2.1 胶泥阻尼器力学模型

如图 5 所示, 粘滞型胶泥缓冲器由活塞、活塞杆、缸体、缸盖、缓冲液和密封圈组成。工作原理: 活塞受力在缸体内向右运动, 缓冲液通过活塞和缸体的间隙从右腔向左腔流动, 产生阻碍活塞运动的剪切力, 起到缓冲的作用。

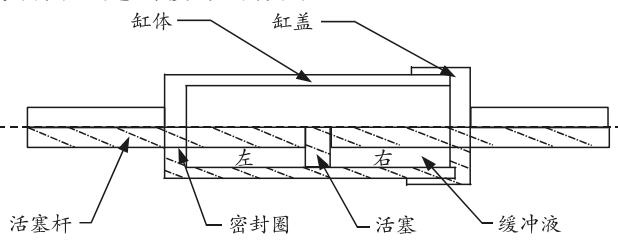


图 5 胶泥阻尼器结构

为了研究冲击下粘滞型胶泥阻尼器的特性, 美国泰勒公司<sup>[7]</sup>经过试验和理论分析, 提出速度与阻尼力的经典公式:

$$F = Cx^n。 \quad (11)$$

式中:  $C$  为阻尼系数;  $\dot{x}$  为缓冲器活塞运动速度;  $n$  为速度指数( $0 < n < 1$ ), 表征系统非线性程度。

为了方便胶泥阻尼器的设计, 欧进萍和 Jia J 等<sup>[8-9]</sup>建立了经典公式与阻尼器结构尺寸和阻尼系数的关系表达式, 即式(11)的阻尼系数是阻尼器结构尺寸和阻尼系数函数, 关系如下:

$$C = \frac{\mu\pi l(D^2 - d^2)}{2b^{2n+1}} \left[ \frac{(2n+1)(D^2 - d^2)}{n(D + D_0)} \right]^n。 \quad (12)$$

式中:  $\mu$  为弹性胶泥的动力黏度;  $D$  为活塞缸体直径;  $D_0$  为活塞直径;  $d$  为活塞杆直径;  $l$  为活塞厚度;  $b$  为活塞与缸体的间隙。

### 2.2 腿式缓冲平台冲击动力学模型

腿式缓冲平台着陆冲击模型如图 6(a)所示, 可简化为: 一质量为  $m$  的物体以速度  $v$  冲击地面, 缓冲器可简化为阻力弹簧, 其阻力  $F = Cx^n$ 。以物体为研究对象, 其受力分析如图 6(b)所示, 受到向下的重力  $mg$ , 向上的阻力  $F$  和惯性力  $ma$ , 取垂直向下为坐标轴正方向。

由牛顿第二定律得:

$$mg - F = ma。 \quad (13)$$

而

$$a = \ddot{x}。 \quad (14)$$

将式(11)、(12)、(14)代入式(13)整理得:

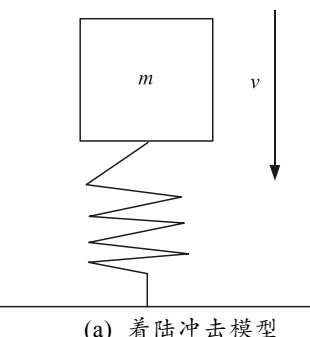
$$m\ddot{x} + \frac{\mu\pi l(D^2 - d^2)}{2b^{2n+1}} \left[ \frac{(2n+1)(D^2 - d^2)}{n(D + D_0)} \right]^n \dot{x} - mg = 0。 \quad (15)$$

初始条件为:

$$x(0) = 0； \quad (16)$$

$$\dot{x}(0) = v。 \quad (17)$$

式(15)即粘滞型胶泥缓冲器冲击动力学模型。



(a) 着陆冲击模型

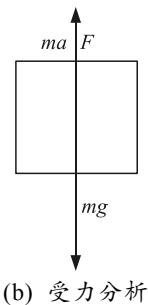


图 6 胶泥阻尼器着陆冲击模型及受力分析

### 3 腿式缓冲平台稳定性分析

笔者在得到腿式缓冲平台的零力矩点 (ZMP) 坐标公式, 提出 ZMP-四边形判别法和 ZMP 偏移量判别法后, 使用 recurdyn 软件对腿式缓冲平台进行动力学仿真, 应用该判别法即可对平台进行稳定性分析。

#### 3.1 动力学仿真工况

腿式缓冲平台在着陆过程中主要受到垂直速度、水平风速、姿态角和坡度等因素的影响。平台主要设计指标为: 在有限的缓冲距离下, 合理减少空投装备的着陆冲击, 即在不超过装备所能承受最大过载的情况下, 逐渐减少垂直速度; 因此, 不同的垂直速度对腿式缓冲平台的缓冲效能影响较大。笔者重点运用稳定性判据, 分析平台在不同的垂直速度下对缓冲器性能和稳定性的影响, 其着陆工况如表 1 所示。

表 1 腿式缓冲平台着陆工况

着陆模式	垂直速度/(m/s)	水平速度/(m/s)	姿态角/(°)	坡度/(°)
I	5	0	0	0
I	7	0	0	0
I	9	0	0	0
II	5	0	5	0
II	7	0	5	0
II	9	0	5	0
III	5	0	0	5
III	7	0	0	5
III	9	0	0	5

#### 3.2 稳定性分析

由于 ZMP-四边形判别法是判断着陆成败的判据, 无法判别各参数对稳定性的影响趋势。笔者重点运用 ZMP 偏移量判别法对平台稳定性进行分析, 为平台的进一步优化设计提供参考。

##### 3.2.1 着陆模式 I 下垂直速度的影响分析

由图 7 可知: ZMP 偏移量稳定性判据在缓冲前半段逐渐增大, 后半段基本达到稳定, 且总偏移量

很小, 只有不到 10 mm, 在实际空投中该数值可忽略, 表明该模式下腿式缓冲平台的稳定性较好。腿式缓冲平台的 ZMP 虽然只有很小的偏移, 但通过图 7 可知: 随着垂直速度的增大, ZMP 偏移量逐渐减小, 表明由于垂直速度的存在, 限制了 ZMP 的波动, 在保持腿式缓冲平台的稳定上具有积极作用, 在实际空投中相对地增加垂直速度可提高平台的稳定性。

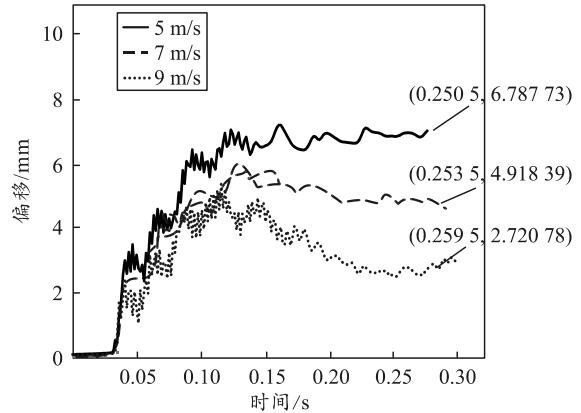


图 7 不同垂直速度下 ZMP 偏移量响应

##### 3.2.2 着陆模式 II 下垂直速度的影响分析

腿式缓冲平台在该模式下着陆时, 呈现前腿先着陆, 后腿后着陆的 2-2 形式。由图 8 可知: 随着时间的推移, 偏移量逐渐增大并稳定在一定的数值, 且最大偏移量明显大于着陆模式 I, 随着垂直速度的增大而减小, 不同垂直速度的偏移量曲线有一交点(0.063, 74.79958), 该交点前后随不同的垂直速度呈现相反的变化速率。由于姿态角的存在, 明显增加的 ZMP 偏移量使得腿式缓冲平台的稳定性下降。不同速率下的偏移规律与着陆模式 I 相同, 相对较大的垂直速度能够减小 ZMP 偏移量, 提高平台的稳定性。

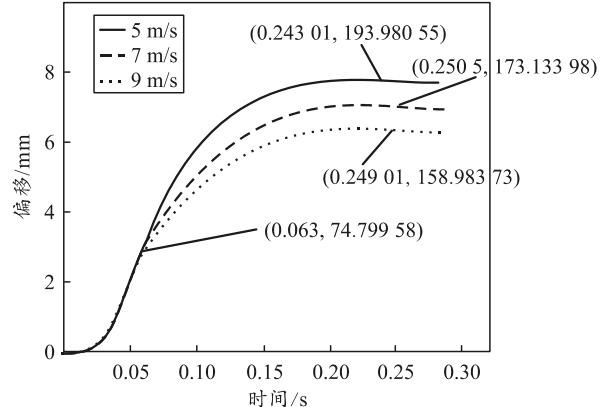


图 8 不同垂直速度下 ZMP 偏移量响应

- [2] 周源, 王希彬. 无人机 SLAM 避障技术研究[J]. 兵工自动化, 2015, 34(11): 78–81.
- [3] 周绍磊, 吴修振. 一种单目视觉 ORB-SLAM/INS 组合导航方法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(5): 633–637.
- [4] KLEIN G, MURRAY D. Parallel tracking and mapping for small AR workspaces[C]. Nara, Japan, 7 IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality (ISMAR), 2007: 225–234.
- [5] SONG S, CHANDRAKER M, GUEST C C. Parallel, real-time monocular visual odometry[C]. Karlsruhe, GERMANY: 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2013: 4698–4705.
- [6] 王朋月, 毛征, 张晨. 基于 ORB 特征匹配的全局运动估计[J]. 兵工自动化, 2017, 36(12): 43–47, 51.
- [7] MUR-ARTAL R, MONTIEL J M M, TARDOS JUAN D. ORB-SLAM: A Versatile and Accurate Monocular SLAM System[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5):

(上接第 21 页)

### 3.2.3 着陆模式 III 下垂直速度的影响分析

腿式缓冲平台在该模式下着陆时, 呈现右腿先着陆, 左腿后着陆的 2-2 形式。由图 9 可知: 偏移量整体趋势随时间逐渐增大, 在 0.045 s 左右有一向下的波动而回到原点, 最大偏移随垂直速度的增大而减小, 且数值小于着陆模式 II。腿式缓冲平台在右腿先着陆时 ZMP 开始偏移并逐渐增大, 而左腿着陆的二次冲击起到重置 ZMP 偏移量的作用, 随后重新随时间的增加而逐渐增大。该重置作用能减小平台的最大偏移, 增强稳定性。

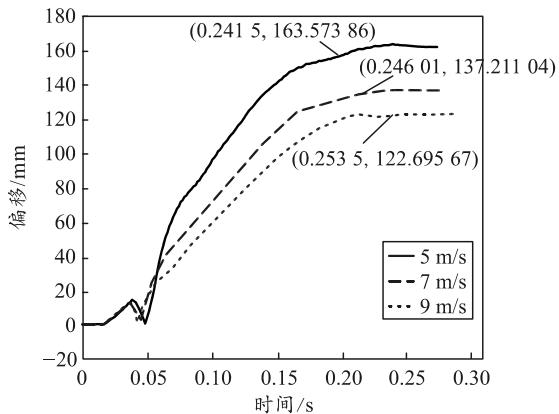


图 9 不同垂直速度下 ZMP 偏移量响应

## 4 结论

笔者以 ZMP 理论为基础, 得出腿式缓冲平台 ZMP-四边形法则和 ZMP 偏移量法则稳定性判据, 并建立腿式缓冲平台动力学模型, 运用该判据对平

- 台进行了稳定性分析, 得到平台的各参数响应规律。结果表明: 该判据能判断平台稳定性和响应趋势, 可为腿式缓冲平台的进一步优化设计提供参考。

## 参考文献:

- 李建阳, 王红岩, 芮强, 等. 空投缓冲气囊有限元模型修正方法[J]. 兵工学报, 2015, 36(4): 752–757.
- 吕哲源, 王红岩, 洪煌杰, 等. 空投设备气囊缓冲系统的缓冲特性分析与匹配方法[J]. 装甲兵工程学院学报, 2014, 28(4): 34–39.
- 丁幼亮, 耿方方, 葛文浩, 等. 多塔斜拉桥风致抖振相应的粘滞阻尼器控制研究[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 130–137.
- 李波, 吴晓涵, 宋和平, 等. 某框架-剪力墙结构采用粘滞阻尼器减震效果分析[J]. 机构工程师, 2017, 33(3): 116–125.
- VUKOBRAZOVIĆ M, STEPANENKO J. On the stability of anthropomorphic systems[J]. Mathematical Biosciences, 1972, 15(1/2): 1–37.
- 罗昌杰, 邓宗全, 刘荣强, 等. 基于零力矩点理论的腿式着陆器着陆稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2010, 46(9): 38–45.
- LEE D, TAYLOR D P. Viscous damper development and future trends[J]. The structural design of rail buildings, 2001, 10(5): 311–320.
- 欧进萍, 丁建华. 油缸间隙式粘滞阻尼器理论与性能试验[J]. 地震工程与工程振动, 1999, 19(4): 82–89.
- JIA J H, DU J Y, HUA H X. Design method for fluid viscous dampers[J]. Archive of Applied Mechanics, 2008, 78(9): 737–746.