

doi: 10.7690/bgzdh.2021.02.011

滑模预测控制在纯时滞系统中的应用

贾 阳¹, 李广伟¹, 陶俊瞳¹, 何虹兴², 肖 昕³

(1. 陆军装备部驻重庆地区军事代表局驻广元地区军事代表室, 四川 广元 628017;

2. 中国兵器装备集团火控技术中心, 成都 611731;

3. 中国兵器装备集团自动化研究所有限公司科技发展部, 四川 绵阳 621000)

摘要: 针对纯时滞系统跟踪问题, 设计一种离散滑模预测控制器。通过引入预测模型来预估未来的输出, 从而消除时滞带来的控制误差。用估计输出设计滑模面, 计算出对应的滑模控制律, 并针对某时滞系统进行跟踪控制仿真实验。结果表明: 该控制器可以有效克服时滞, 具有良好的跟踪和抗干扰能力。

关键词: 纯时滞系统; 预测模型; 滑模变结构; 广义预测控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Application of Sliding Mode Predictive Control in Pure Time Delay System

Jia Yang¹, Li Guangwei¹, Tao Juntong¹, He Hongxing², Xiao Xin³

(1. Army Representative Office in Guangyuan, Army Representative Bureau of Army Equipment Department in Chongqing, Guangyuan 628017, China;

2. Fire Control Technology Center of China South Industries Group Corporation, Chengdu 611731, China;

3. Department of Technology Development, Automation Research Institute Co., Ltd. of China South Industries Group Corporation, Mianyang 621000, China)

Abstract: For the tracking problem of pure time-delay systems, a discrete sliding mode predictive controller is designed. By introducing a prediction model to estimate the future output, the control error caused by time lag is eliminated. Design the sliding mode surface with the estimated output, calculate the corresponding sliding mode control law, and carry out the tracking control simulation experiment for a certain time-delay system. The results show that the controller can effectively overcome the time lag and has good tracking and anti-jamming capabilities.

Keywords: pure time delay system; predictive model; sliding model variable structure; generalized predictive control

0 引言

在工业过程控制领域, 常将时滞系统近似为纯滞后系统, 并藉由系统辨识得到其模型, 针对该类控制对象的研究也比较多^[1-2]。

滑模变结构控制因其对系统参数和扰动不敏感, 具有很强的鲁棒性^[3]。该控制方法对系统的状态变化却十分敏感, 其本身不连续的开关控制可能会影响系统的未建模特性, 从而破坏系统性能, 造成失稳^[4], 故将滑模控制方法直接应用到时滞系统上是不可取的。文献[5-6]针对纯时滞系统, 定义非奇异线性变换, 将原时滞系统转化为等价的无时滞系统, 从而在新系统下进行滑模控制的设计。该方法会有明显的振荡和较慢的衰减, 因此限制了其应用。

滑模预测控制是将滑模变结构控制与广义预测控制相结合的一种方法。利用预测模型来预估未来输出, 消除时滞带来的误差, 从而使得滑模控制可

以应用在预测模型上。文献[7]将滑模控制理论引入广义预测控制, 为系统构造了具有切换形式的控制律, 并对其优越性进行阐述; 文献[8]针对交流位置伺服系统存在的结构复杂及系统性能不稳定等缺点, 利用交流伺服系统的一阶 ARMA 模型作为 MPC 的参数模型, 在线实时反馈校正, 并采用滑模控制方法计算出控制律。

笔者针对纯时滞系统跟踪问题, 设计了滑模预测控制方法。考虑到部分系统的状态变量无法准确测量, 利用 Kalman 滤波方法进行状态估计, 并将估计的状态变量应用到滑模预测控制律的求解中。结果表明: 该方法可以有效克服时滞, 并且具有良好的跟踪和抗干扰能力。

1 问题描述

广义预测控制采用可控自回归积分滑动平均模型 (controlled auto regressive integral moving average,

收稿日期: 2020-09-24; 修回日期: 2020-10-29

作者简介: 贾 阳(1993—), 男, 四川人, 学士, 助理工程师, 从事雷达电子及质量监督研究。E-mail: 794499504@qq.com。

CARIMA) 作为内部模型。

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y(k) &= B(z^{-1})u(k-1) + C(z^{-1})\omega(k)/\Delta; \\ A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a}; \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b}; \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{n_c}z^{-n_c}. \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $y(k)$ 是系统输出; $u(k)$ 是系统输入; $\omega(k)$ 是白噪声; $\Delta=1-z^{-1}$ 为差分算子。 $A(z^{-1}), B(z^{-1}), C(z^{-1})$ 分别是阶数为 n_a, n_b, n_c 的后移算子 z^{-1} 的多项式。假定系统时滞 $d=1$, 若 $d>1$, 则令 $B(z^{-1})$ 中前 $d-1$ 项系数为零即可。

为了便于计算, 通常假设 $C(z^{-1})=1$, 令 $n=\max(n_a+1, n_b+1)$, 定义:

$$\begin{aligned} \bar{A}(z^{-1}) &= A(z^{-1})\Delta = 1 + \bar{a}_1z^{-1} + \dots + \bar{a}_nz^{-n}; \\ \bar{B}(z^{-1}) &= b_0z^{-1} + \bar{b}_1z^{-2} + \dots + \bar{b}_{n-1}z^{-n}. \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\bar{a}_i=0, (i>n_a+1)$, $\bar{b}_i=0, (i>n_b)$ 。

式(1)的 CARIMA 模型可改写为:

$$\bar{A}(z^{-1})y(k) = \bar{B}(z^{-1})\Delta u(k) + \omega(k). \quad (3)$$

由文献[9]可知, 式(3)可等价于可观标准型

$$\mathbf{x}(k) = A\mathbf{x}(k-1) + b\Delta u(k-1) + g\omega(k-1); \quad (4)$$

$$y(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k) + \omega(k). \quad (5)$$

当且仅当:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -\bar{a}_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\bar{a}_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\bar{a}_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\bar{a}_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \\ b &= [b_0, b_1, \dots, b_{n-1}]^T; \\ c &= [1, 0, \dots, 0]^T; \\ g &= [-\bar{a}_1, -\bar{a}_2, \dots, -\bar{a}_n]^T. \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{x}(k) \in R^n$ 为系统状态变量。

通过式(4)和式(5)描述的离散状态方程模型设计滑模预测控制器, 以保证系统达到预期性能。

2 输出预测和状态估计

由式(4)和式(5)可以推导出在 k 时刻的 j 步预测输出为:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j) &= \mathbf{c}^T A^j \hat{\mathbf{X}}(k) + \sum_{i=1}^j \mathbf{c}^T A^{j-i} b \Delta u(k+i-1) + \\ &\quad \mathbf{c}^T A^{j-1} g \hat{\omega}(k). \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 为 $\mathbf{x}(k)$ 的估计值; $\hat{\omega}(k)$ 为 $\omega(k)$ 的估计值。

如果定义控制时域 N_u , 即当 $i > N_u$ 时, $\Delta u(t+i)=0$, 那么式(5)可写为:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j) &= \mathbf{c}^T A^j \hat{\mathbf{X}}(k) + \sum_{i=1}^{N_u+1} \mathbf{c}^T A^{j-i} b \Delta u(k+i-1) + \\ &\quad \mathbf{c}^T A^{j-1} g \hat{\omega}(k). \end{aligned} \quad (7)$$

由式(5)可得

$$\hat{\omega}(k) = y(k) - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{X}}(k). \quad (8)$$

对 $\mathbf{x}(k)$ 的估计值 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 的计算可采用 Kalman 滤波法进行。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= (A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}}(k) + b\Delta u(k) + \mathbf{g}y(k) + \\ &\quad L(k+1)[y(k+1) - \mathbf{c}^T (A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}}(k) - \\ &\quad \mathbf{c}^T b \Delta u(k) - \mathbf{c}^T \mathbf{g}y(k)]. \end{aligned} \quad (9)$$

式中的 $L(k+1)$ 为 Kalman 滤波器增益, 可以由下式递推得到:

$$L(k+1) = \frac{(A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)P(k)(A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)^T \mathbf{c}}{r + \mathbf{c}^T (A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)P(k)(A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)^T \mathbf{c}}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P(k+1) &= (A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)P(k)(A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)^T - \\ &\quad L(k+1)\mathbf{c}^T (A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)P(k)(A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T)^T. \end{aligned} \quad (11)$$

式(10)中 r 为一个正常数。

式(10)、式(11)的初始条件为 $P(0)$, 表示初始状态估计误差的协方差, 即

$$P(0) = E\{[\mathbf{x}(0) - \hat{\mathbf{x}}(0)][\mathbf{x}(0) - \hat{\mathbf{x}}(0)]^T\}. \quad (12)$$

如果, $A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T$ 满足特征值大于 0 小于 1, 则有 $\lim_{k \rightarrow \infty} L(k+1) = 0$, 从而式(8)可变为:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = (A - \mathbf{g}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}}(k) + b\Delta u(k) + \mathbf{g}y(k). \quad (13)$$

3 滑模预测控制

对于跟踪控制目标, 给定设定值 $y_r(k)$, 定义滑模预测函数为:

$$\hat{s}_m(k) = \sigma[\hat{y}(k) - y_r(k)]. \quad (14)$$

式中 σ 为滑模面参数。

文献[10]中, 提出了离散系统的滑模趋近律方法。滑模趋近律的作用是使系统状态进入到滑模面的一个邻域内。滑模的参考轨迹也可以依据趋近律方法进行设计。

$$s_r(k+1) = (1 - qT_s)s_r(k) - \varepsilon T_s \operatorname{sgn}(s_r(k)). \quad (15)$$

式中, $T_s > 0$ 为采样周期, $0 < 1 - qT_s < 1$, $0 < 1 - \varepsilon T_s < 1$ 。

定义性能指标如下:

$$J = \sum_{i=1}^N [\hat{s}_m(k+i) - s_r(k+i)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda [\Delta u(k+i)]^2. \quad (16)$$

式中： N 为最大预测时域； λ 为控制加权常数。

将式(8)代入式(7)可得 k 时刻的 j 步预测输出为：

$$\hat{y}(k+j) = \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{j-1} (\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}}(k) + \sum_{i=1}^{N_j+1} \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{j-i} \mathbf{b} \Delta u(k+i-1) + \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{j-1} \mathbf{g} y(k). \quad (17)$$

则滑模预测函数为：

$$\hat{\mathbf{s}}_m(k+j) = \sigma[y(k+j) - y_r(k+j)] = \sigma[\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{j-1} (\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}}(k) + \sum_{i=1}^{N_j+1} \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{j-i} \mathbf{b} \Delta u(k+i-1) + \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{j-1} \mathbf{g} y(k) - y_r(k+j)]. \quad (18)$$

定义：

$$\hat{\mathbf{s}}_m = [\hat{s}_m(k+1) \quad \hat{s}_m(k+2) \quad \cdots \quad \hat{s}_m(k+N)]^T;$$

$$\mathbf{u} = [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \cdots \quad \Delta u(k+N_u)]^T;$$

$$\mathbf{y}_r = [y_r(k+1) \quad y_r(k+2) \quad \cdots \quad y_r(k+N)]^T;$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{b} & & & 0 \\ \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{b} & \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{b} & & \\ \vdots & & & \\ \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{N-1} \mathbf{b} & \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{N-2} \mathbf{b} & \cdots & \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{N-N_u} \mathbf{b} \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \sigma \mathbf{c}^T \\ \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{A} \\ \vdots \\ \sigma \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{N-1} \end{bmatrix} [(\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{c}^T) \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{g} y(k)] - \sigma \mathbf{y}_r. \quad (20)$$

则式(18)可以写为：

$$\hat{\mathbf{s}}_m = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}. \quad (21)$$

同样的，令

$$\mathbf{s}_r = [s_r(k+1) \quad s_r(k+2) \quad \cdots \quad s_r(k+N)]^T,$$

则性能指标 J 可表示为：

$$J = (\mathbf{s}_m - \mathbf{s}_r)^T (\mathbf{s}_m - \mathbf{s}_r) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u}. \quad (22)$$

最优的滑模预测控制律为使性能指标 J 最小的控制律，即 $\partial J / \partial \mathbf{u} = 0$ ，从而可以得到

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{s}_r - \mathbf{f}). \quad (23)$$

一般来说，在 k 时刻只取当前时刻的控制量 $\Delta u(k)$ ，下一时刻的控制量交由下一时刻重新计算，以实现滚动优化。可得

$$\Delta u(k) = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \mathbf{u}; \quad (24)$$

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k). \quad (25)$$

4 仿真实验

文中选用的仿真模型来自于文献[11]中的燃油

推力系统。其系统传输函数为

$$G(s) = \frac{165e^{-0.5s}}{(s+9.03)(s+20)}.$$

由上式可得，仿真传输函数是一个具有纯滞后环节的二阶传递系统。

引入预测控制系统结构如图 1 所示。

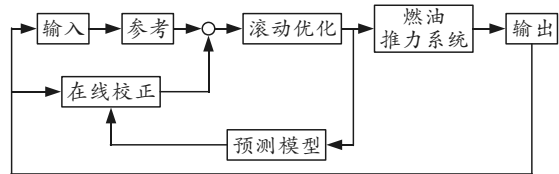


图 1 预测控制系统结构

该模型在采样周期 $T_s=0.25s$ 下的离散模型为

$$G(z^{-1}) = z^{-2} * \frac{0.7444z + 0.06809}{z^2 - 0.1113z + 0.0007049}.$$

将其化为 CARIMA 模型为

$$(1 - 0.1113z^{-1} + 7.049 \times 10^{-4} z^{-2}) y(t) = (0.7444z^{-2} + 0.06809z^{-3}) u(t-1) + \omega(t) / \Delta.$$

因为广义预测控制包括滚动优化，所以应使预测时域 N 包括被控对象的真实动态部分，就应把当前受控制影响较多的未来时刻包括在内。对于具有纯滞后环节的系统，其控制作用要经过纯滞后时间 d 之后输出才能表现出来，所以预测时域 N 要大于纯滞后时间 d 。

由于滑动模态控制灵活性体现在边界层内，边界 s 层的设计本身对抖振的影响也比较大，边界层厚度越小，控制效果就越好，但随之产生抖振就比较大。反之，边界层厚度越大，抖振越小。

为此设定预测时域 $N=8$ ，控制时域 $N_u=4$ ，控制权重 $\lambda=1$ 。为了便于比较性能，设计了一个比例常数 $K_p=0.5156$ ，微分常数 $K_D=0.0612$ ，积分常数 $K_I=1.6233$ 的标准 PID 控制器。采用这 2 种控制器分别对该纯滞系统控制仿真。设定 $\omega(t)$ 均值为 0，方差为 0.16 的白噪声。则不同跟踪目标的仿真曲线如图 2—5 所示。

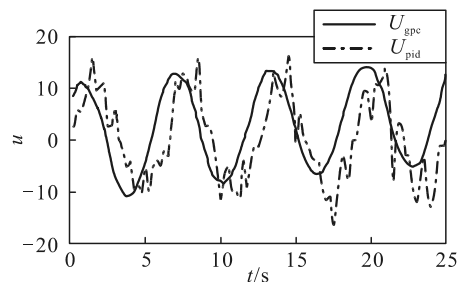


图 2 正弦信号的跟踪控制量