

doi: 10.7690/bgzd.2021.04.016

## 并行流水线流程分割与人力调度建模及分析

沈 奥<sup>1,2</sup>, 周树道<sup>1</sup>, 王 敏<sup>1</sup>, 刘展华<sup>1</sup>, 张翼飞<sup>3</sup>

(1. 国防科技大学气象海洋学院, 南京 211100; 2. 中国人民解放军 94303 部队, 山东 潍坊 261000;  
3. 济南寻龙机械科技有限公司, 济南 250001)

**摘要:** 为解决大型设备定期检查、更换部件等作业时间长、人员利用率低的问题, 采用一种对并行流水线流程分割与人力调度建模及分析的方法。在使用甘特图优化单个设备工作流程的基础上, 建立工作流程矩阵。根据实际工作要求设置各设备、各专业的 workflows 矩阵, 依据其相互的数学关系, 建立数学模型, 设置约束条件, 给出流程分割与人力调度求解算法, 并以实际问题为例验证模型和算法的性能。结果表明, 该方法能优化维护流程规划, 缩短作业时间, 提高人员利用率。

**关键词:** 流程分割; 人力调度; 建模; 分析

**中图分类号:** N945.12 **文献标志码:** A

## Modeling and Analysis of Parallel Pipeline Process Segmentation and Manpower Scheduling

Shen Ao<sup>1,2</sup>, Zhou Shudao<sup>1</sup>, Wang Min<sup>1</sup>, Liu Zhanhua<sup>1</sup>, Zhang Yifei<sup>3</sup>

(1. College of Meteorology & Oceanography, National University of Defense Technology, Nanjing 211100, China;  
2. No. 94303 Unit of PLA, Weifang 261000, China;  
3. Ji'nan Xunlong Machinery Technology Co., Ltd., Ji'nan 250001, China)

**Abstract:** In order to solve the problems of long-term inspection and replacement of large-scale equipment, such as long working hours and low utilization rate of personnel, the problem of process segmentation and manpower scheduling after switching to parallel pipelines was analyzed. Based on the Gantt chart to optimize the workflow of a single device, the workflow matrix was established. According to the actual work requirements, the workflow matrix of each device and the workflow matrix of each professional were set. According to their mutual mathematical relationship, the mathematical model was established, and the constraints of the process logic sequence and the number of professional workers were set. And the algorithm of process segmentation and human scheduling was given. And taking actual problems as examples, verify the performance of the model and algorithm. The results show that this method can optimize maintenance process planning, shorten operation time, and improve personnel utilization.

**Keywords:** process segmentation; human scheduling; modeling; analysis

### 0 引言

在一些大型设备(如动车组列车、飞机、轮船等)的维护使用中, 为保证其各项功能完好, 需要进行定期检查或定期更换到寿部件<sup>[1]</sup>。由于设备庞大、结构复杂, 每一次检查和更换部件需要数十道工序, 耗时数日才能完成。在目前的维护使用模式中, 常常根据设备使用寿命分梯次使用, 避免多个设备同时到期检查或更换到寿部件而造成设备短缺, 无法满足使用需求的情况<sup>[2]</sup>; 但该方法限制了设备使用的灵活性, 未解决作业周期长的问题。

在维护工作中, 通常由 1 支维护工作队负责 1 台设备, 以保证队中各专业组工作及保障有序, 避免忙乱。近年随着各项管理模式的进步, 工作规范

化、精细化程度提高, 各工序所需时间和必要人员数量相应减少, 尤其是各工序的衔接及各专业组的交接得到了大幅提升, 基本实现了各工序各专业间的无缝衔接, 所用的工具及工作设备的保障逐步实现了信息化, 工作效率得到了明显改善<sup>[3-4]</sup>; 但效率的提高和设备作业流程的限制, 也造成了工作现场部分人员处于“等待上一工序完成”的状态, 或由于工作空间有限带来的“插不上手”的问题, 造成了人力资源的浪费。

采用调度是提高效率的常用方法<sup>[5-6]</sup>, 但主要应用于流程内部约束较少的情况<sup>[7-8]</sup>。目前广泛应用于企业的管理模式主要依靠流程图、统筹图或 Petri 网对工作过程进行规划和控制<sup>[9-10]</sup>, 对现场工作实施实时调度, 虽然体现了工作的逻辑顺序和决策因

收稿日期: 2020-11-25; 修回日期: 2021-01-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(41775039; 41775165; 91544230)

作者简介: 沈 奥(1990—), 男, 江苏人, 硕士, 工程师, 从事群体智能、智能任务规划与调度研究。E-mail: shenaolgd@sina.com。

素等信息，但难以直观体现工序计划工时、进度及各专业组在时空上的分工，尤其不便于管理者统筹和分析复杂的作业流程，难以提高效率。

针对以上问题，笔者利用设备作业流程固定，例行性、基础性工作为主的特点，采用并行流水线，在优先开展某一设备工作的同时，并行开展后续设备的工作，并进行有效规划。建立合适的管理调度模型，便于对复杂的工作流程进行分析，提高工作效率，缩短作业时间，提升设备使用计划制定的灵活性。

### 1 问题描述

短期内一个维护工作队有  $N$  个设备等待进行检查工作，一次完整的检查工作需要  $U$  道工序，所需时间为  $T$  个单位时间。工序按照相互间的逻辑关系，可分为前置工序、后置工序、并行工序和配合工序，如工序 A 完成后，工序 B 才能进行，则称 A 为 B 的前置工序，而 B 为 A 的后置工序；若 A 和 B 可以同时进行，相互间没有影响，则称 A、B 互为并行工序；一道工序需要 2 个或 2 个以上专业配合完成，则称为配合工序。根据工序作业的地点，可以分为位上工序和离位工序，位上工序作业地点在设备上，而离位工序则是将部件拆下，运至工作间进行检查，由于设备上作业空间有限，位上工作的衔接相对紧凑，而离位工序的调整余地则相对较大。维护工作队分为  $M$  个不同的专业组，每个专业组的人数分别为： $Q_1, Q_2, \dots, Q_M$ 。目前所具备的工作场地一般允许几个设备同时进行作业，但最大可容纳的数量仅为 2~3 个。

此外，根据实际情况，作业时有以下几点基本要求：

- 1) 每一道工序都无法进一步分割，并且按照设备维护规程要求，每一道工序开始后不得中断；
- 2) 各工序必须由对应专业组负责，人员不得调换专业进行作业；
- 3) 各工序工作时必须达到规程额定人数；
- 4) 由于工具、工作空间等因素限制，增加某一工序的人数，不会缩短此工序的完成时间；
- 5) 无法调换工序的前置、后置关系；
- 6) 在未发生故障的情况下，应优先保证进度快的设备尽早完工，投入使用。

### 2 模型建立

建立并行流水线工序分割与人力调度模型，可

参照甘特图来分析各工序的时间关系<sup>[11-12]</sup>。在此基础上建立了工作流程矩阵、设备进度矩阵、各类转换矩阵和各专业工作矩阵，并结合实际建立了工序流程分割和人员调度数学模型。通过对相应矩阵的分析，进行工序流程分割和人员调度。

#### 2.1 甘特图模型

维护工作队可以根据实际工作中各工序间的关系，将整个工作中的工序梳理做成表格，表格中部分内容截取如表 1 所示。表中工序编号字母代表不同专业组（多个字母代表多个专业配合完成的工序），数字编号则体现了工序的顺序。

表 1 部分工序流程信息 min

工序编号	前置工作	后置工作	完成用时
B16	CD15	B26	40
D17	CD15	D24	40
C18	CD15	A26	80
A19	CD15	B27	100
A20	CD15	A21	20
A21	A20	A22	10
A22	A21	A26	20
B23	B16	B27	60
D24	D17	D25	30
D25	D24	A26	10
A26	C18、A21、D25	A28	40
B27	A19、B24	B29	40
A28	A36	A30	30
B29	B27	C33	40
A30	A28	A31、A32	20
A31	A30	C35	60
A32	A30	A34	50
C33	B29	C35	50
A34	A32	C35	60

实际工作中，各项工序内容固定，完成时间也相对稳定，但由于涉及工序多，且相互间逻辑关系复杂，难以直观表示，所以采用甘特图作为模型进行分析，可清晰反映出各工序的起始时间及时间分布。在安排各工序作业时间时，每一道工序的开始时间要滞后于此工序前置工序的结束时间，同时结束时间要在其后置工序开始前。在情况允许时，将各工序安排在其前置工序的结尾，则可达到工序间环环相扣，无缝衔接，表 1 对应工序优化后的时间分布如图 1 所示。

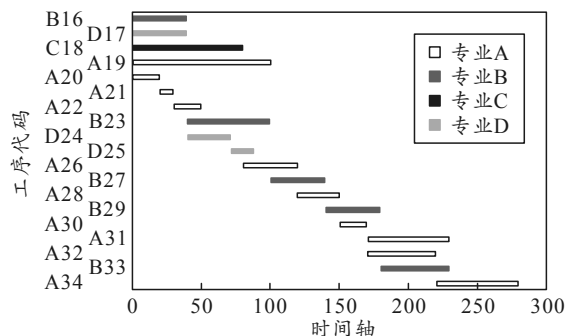


图 1 单个设备甘特图优化结果

## 2.2 工序流程分割和人力调度模型的建立

### 2.2.1 整体工作流程矩阵

使用甘特图可以清晰地梳理单个设备工作中的各个工序，但为了提高效率，需要多个设备同时作业时，会发生人员短缺的情况，所以应建立合理的数学模型，方便结合各要素进行分析。

在甘特图的基础上，找出所有工序耗费时间的最大公约数  $T_0$  作为单位时间间隔，对时间坐标轴进行分割，形成等时间间隔的各列，同时以各工序作为行，形成一个矩阵，矩阵中的元素值设置为某一时段内进行某工序的人数，为单项工作流程矩阵：

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1T} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2T} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \cdots & p_{3T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{U1} & p_{U2} & p_{U3} & \cdots & p_{UT} \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中：矩阵共有  $U$  行，代表一项完整工作的  $U$  道工序；矩阵共有  $T$  列，代表共有  $T$  个时间间隔；元素值  $p_{ij}$  为在  $[(j-1)T_0, jT_0]$  时段内进行工序  $i$  的人数。

同理，当  $N$  个设备同时进行时，可设置整体工作流程矩阵：

$$x = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1NT} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2NT} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & x_{3NT} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{NU1} & x_{NU2} & x_{NU3} & \cdots & x_{NUNT} \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中：矩阵的行列均设置为单项工作的  $N$  倍，在不发生故障的情况下，采用并行流水线比串行流水线所用的时间要短，所以总时间不会超过  $NT$ ，同时，列设置为  $N$  组，每一组对应一个设备的  $U$  道工序；元素值  $x_{ij}$  为在  $N$  个设备同时工作的情况下， $[(j-1)T_0, jT_0]$  时段内进行工序  $i$  的人数。

### 2.2.2 设备工作流程矩阵

为了便于分析，设置转换矩阵，对矩阵  $X$  进行运算：

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中：矩阵  $G_1$  为第一个设备的提取转换阵，与矩阵  $X$  行列数相同，其中，前  $U$  行元素值为 1，其余值为 0。工作流程矩阵与矩阵  $G_1$  作对应位置元素相乘的运算，可以将第一个设备的情况提取出来，作为此设备的工作流程矩阵。即

$$P_1 = X * G_1。$$

同理，设置矩阵  $G_2$  位于第  $U+1$  到  $2U$  行的元素取 1，其余元素值取 0。

$$G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

以此类推，有

$$G_N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & * & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

根据矩阵间的关系，整体工作流程矩阵与设备提取转换矩阵相应位置元素相乘，可得到各设备的工作流程矩阵：

$$P_n = X * G_n, \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (6)$$

同时可将各设备的工作流程矩阵相加，还原得到整体工作流程矩阵：

$$X = \sum_{n=1}^N P_n \quad (7)$$

### 2.2.3 专业工作流程矩阵

设置各专业工作流程的提取变换矩阵为：

$$H_m = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & \cdots & h_{1NT} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & \cdots & h_{2NT} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & \cdots & h_{3NT} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{mU1} & h_{mU2} & h_{mU3} & \cdots & h_{mUNT} \end{pmatrix}, \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (8)$$

式中:

$$h_{ij} = \begin{cases} 1, \text{第} i \text{道工序属于专业组} m \\ 0, \text{第} i \text{道工序不属于专业组} m \end{cases}$$

设置各专业工作流程矩阵为:

$$Q_m = \begin{pmatrix} q_{11}^m & q_{12}^m & q_{13}^m & \cdots & q_{1NT}^m \\ q_{21}^m & q_{22}^m & q_{23}^m & \cdots & q_{2NT}^m \\ q_{31}^m & q_{32}^m & q_{33}^m & \cdots & q_{3NT}^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_{NU1}^m & q_{NU2}^m & q_{NU3}^m & \cdots & q_{NUNT}^m \end{pmatrix}, \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (9)$$

式中  $q_{ij}^m$  为专业  $m$  的工作流程矩阵位于  $i$  行  $j$  列的元素值。令矩阵  $X$  与矩阵  $H_m$  对应位置元素相乘, 可以抽取专业  $m$  的工作流程矩阵, 而将各专业工作流程矩阵相加, 则可还原出整体工作流程矩阵:

$$Q_m = X * H_m, \quad m \in \{1, 2, \dots, M\}, \quad (10)$$

$$X = \sum_{m=1}^M Q_m \quad (11)$$

### 2.2.4 限制条件

根据以上问题描述, 应满足以下限制条件:

1) 工序间的前置和后置关系, 即某一工序要等它的全部前置工序完成后才可开始, 同时, 它的全部后置工作必须在其完成后才可进行:

$$\max \{j_{i_q}^e\} < j_i^s < j_i^e < \min \{j_{i_h}^s\} \quad (12)$$

式中:  $i_q$  和  $i_h$  分别为工序  $i$  的前置和后置工序;  $j_i^s$  和  $j_i^e$  分别为工序  $i$  的起始和结束时间对应的列号。

2) 在任何时刻, 同一专业进行工作的人数总和, 不得超过此专业人数, 即

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, NT\}, \quad \forall m \in \{1, 2, \dots, M\}, \quad \sum_{j=1}^{NU} q_{ij}^m \leq Q_m \quad (13)$$

## 3 求解算法

### 3.1 求解分析

#### 3.1.1 优化目标

算法的目的是缩短完成所有设备的工作时间, 即在整体工作流程矩阵  $X$  中, 通过满足限制条件的变换, 减小最后一个非零列向量所在的列编号。

#### 3.1.2 求解前预处理

1) 求解前, 需要工作队将各工序进行梳理, 按照工序具体内容总结出工序间关系表格, 并根据工

序编号列出具体所用时间, 如表 1 所示。同时还应补充每一道工序所用的人员数量。

2) 绘制单个设备的甘特图, 并通过图像将各工序置于满足条件的最前方, 实现单个设备的工作时间最短, 如图 1 所示。同时可绘制出单项工作流程矩阵  $P$ 。

3) 根据 1)和 2)的信息制作出单项工作流程矩阵, 并根据待完成设备数量  $N$  和允许同时作业的设备数量  $N_0$ , 将  $N_0$  个设备放置在时间坐标轴开始阶段, 将剩余设备置于前  $N_0$  个设备完成后, 可绘制出整体工作流程矩阵  $X$  的最初状态, 此时  $X$  可能有多处不满足限制条件, 等待后续调整变换。

### 3.1.3 矩阵变换准则

整体工作流程的调整可以看作对矩阵  $X$  的变换, 但是并行流水线中, 每一个设备都有自己独立的工序逻辑顺序限制, 所以整体工作的调整需要分解为各设备工作流程矩阵  $P_n$  相应的变换。又由于条件中规定, 每一道工序开始后不应中断, 所以在单个设备的工作流程中, 可将每一道工序起始点作为流程调整的可行点, 在这些可行点处将各工序及其对应的后置工作向后推移, 并依据限制条件, 使其不影响单个设备工序的逻辑顺序关系。

根据整体工作流程矩阵  $X$  可以计算各专业工作流程矩阵, 若某时刻人数不满足限制条件, 可定位到对应设备的相应工序。经过变换, 把此设备工作流程矩阵提取出来, 对于不满足限制的工序向后推移(矩阵的可行点之前补零), 再将各设备工作流程矩阵相加可得到变换后的矩阵  $X$ 。之后重新检查变换后的矩阵  $X$ , 若依然存在不满足限制条件的情况, 则继续变换, 直至满足各项限制条件。

为使设备尽快投入使用, 需要优先保障进度快的设备, 当有限制条件不满足时, 优先将进度慢的设备对应的工序推移。

## 3.2 求解流程

根据上述分析, 求解流程如图 2 所示。

求解结束后最终得到的  $X$  即为优化后的结果, 按照矩阵  $X$  对应的任务安排进行调度分工, 即为优化后的结果。而  $X$  中最后一个非零列向量对应的列号, 即为所有工作完成的时刻。

## 4 算例分析

假设一个维护工作队由 4 个不同的专业组组成, 且人数分别为 15、10、10、10 人, 现有 4 个设

备需要进行维护，工作场地最多允许 3 个设备同时作业(数据仅作为算例演示，不具有实际意义)。需要进行的维护工作共有 53 道工序，其中 50 道位上工序，3 道离位工序，单个设备的维护最快需要 90 个单位时间完成。根据 53 道工序的工作内容，可写出单项工作的 workflows 矩阵  $P$ ，图 3 用图片的形式对矩阵进行了展示，为了方便观察，将不同专业的工序用不同灰度进行标注，而空白部分代表没有人员进行相应工作，人数(即矩阵中元素)为 0。可以看出设备作业流程复杂，工序多，同时由于工序间的逻辑关系(如先需要拆下某一部位，才可进行下一

步的检查)，许多工序必须逐项完成，人员利用率低，很多时候只有少部分专业的部分人投入到工作中。若按照传统的方法，采用串行流水线，理想状态下 4 个设备全部完工需要 360 个单位时间。如果将平均每个单位时间内进行作业的人数与总人数的比值定义为人员利用率，即

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^{NT} \sum_{i=1}^{NU} x_{ij}}{T_{\text{end}}} \bigg/ \frac{\sum_{m=1}^M q_m}{M} \quad (14)$$

式中  $T_{\text{end}}$  为整体工作完成时间，可计算此时人员利用率仅为 23.98%，即使考虑了人员休息和请假等因素，利用率依然很低。

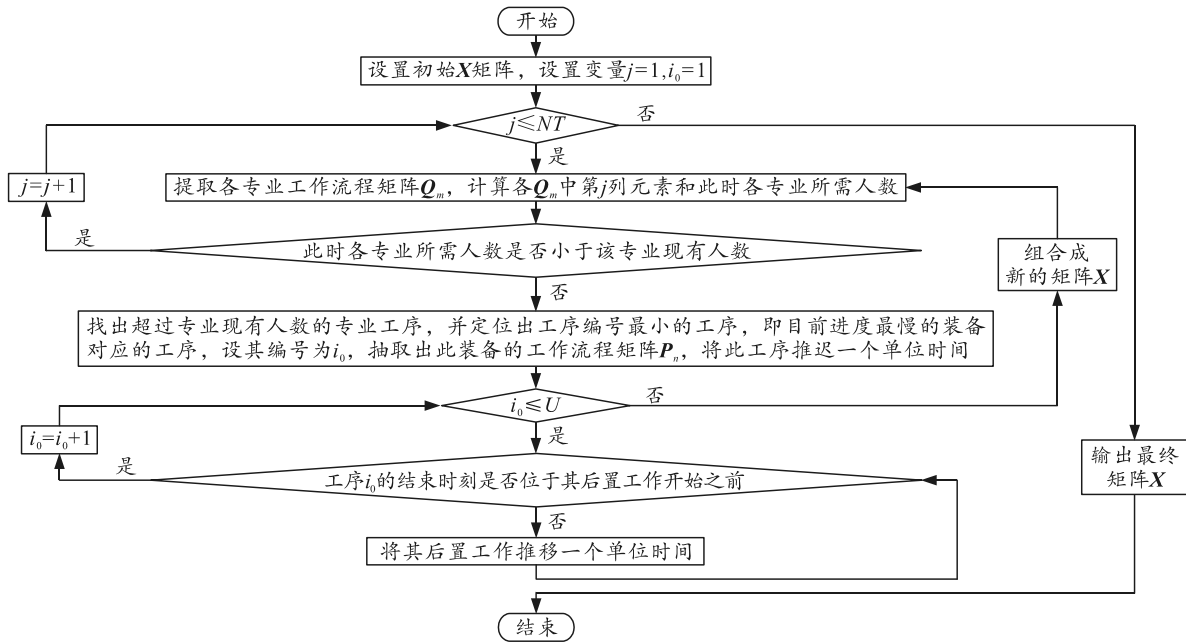


图 2 求解流程

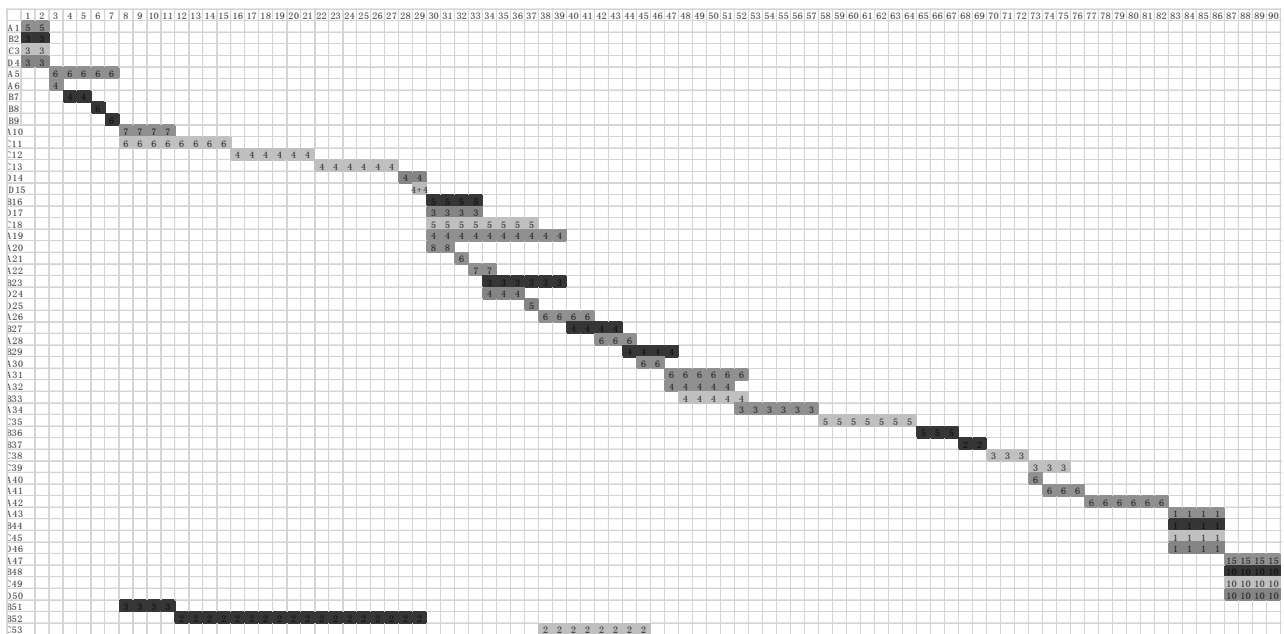


图 3 单项工作流程

而采用并行流水线, 根据所给信息, 可整理出整体工作流程矩阵  $X$  的初始状态, 如图 4 所示。图中

①②③对应可同时进行作业的 3 个设备, 而④对应的设备只能在之前作业的设备完成后, 才可进行作业。

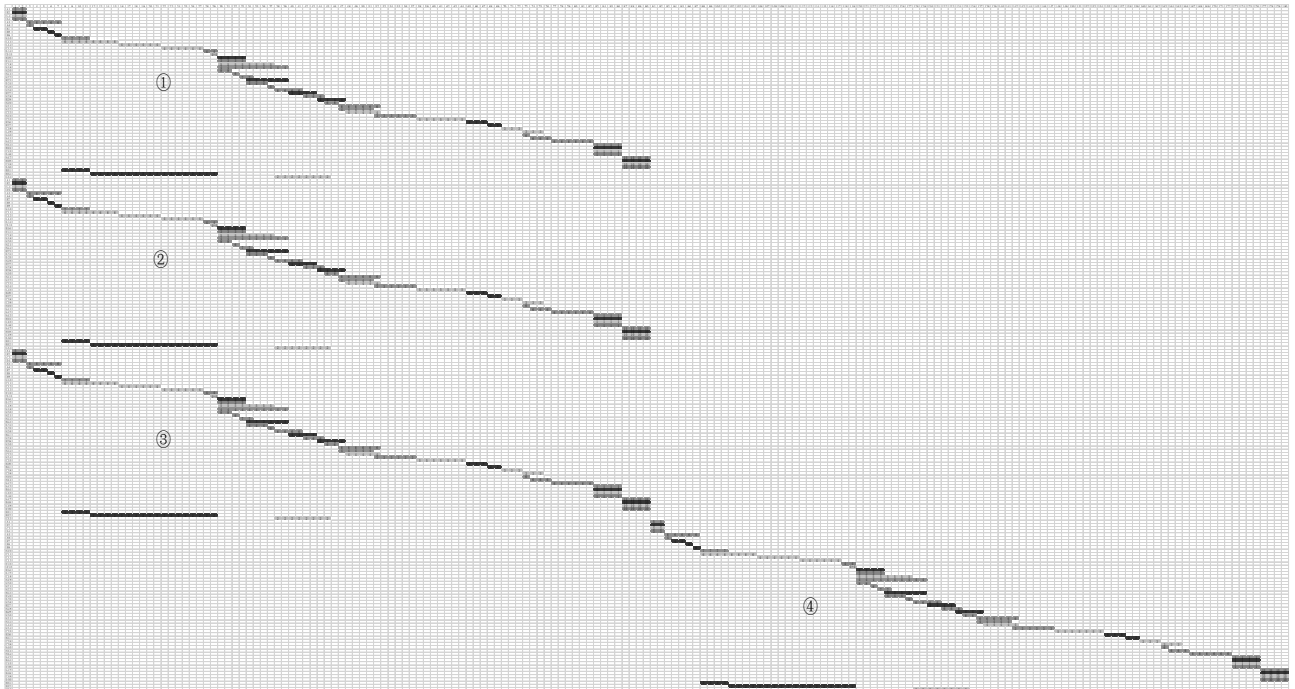


图 4 整体工作流程矩阵初始状态

经过求解优化, 最终得到优化后的矩阵  $X$ , 如图 5 所示。根据所给出的条件对作业流程进行分割, 优化人力配置, 在工作中人员可根据求解结果提前

进行工作部署, 保障系统也可根据拟定工作计划提前做好保障。此时整体完成需要 215 个单位时间, 人员利用率为 40.14%, 提升很大。

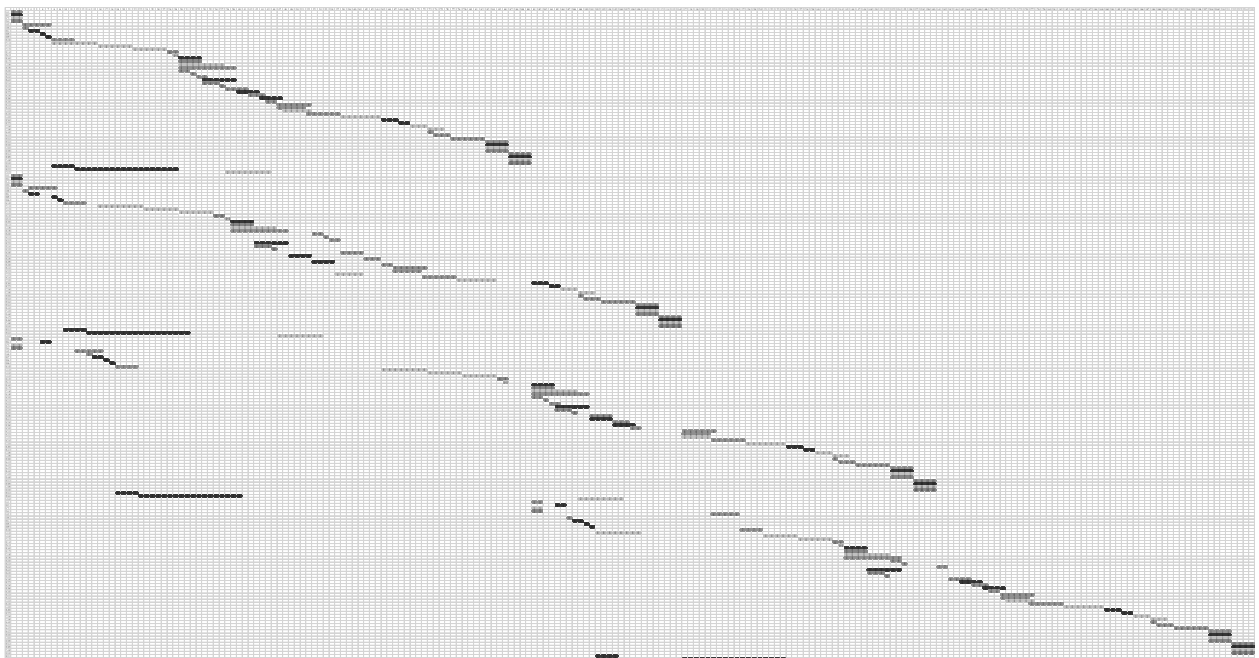


图 5 优化后的整体工作流程矩阵

## 5 模型能够解决的其他问题

### 5.1 发生故障的进度调整

在作业过程中, 若某一工序由于故障导致工序

用时被迫延长或暂时终止, 此时可根据实际情况修改矩阵  $X$ , 延长该工序时间, 或中断此设备进程等。之后的工作规划可根据修改后的矩阵进行求解。