

doi: 10.7690/bgzdh.2021.11.018

# 基于最小二乘法的硅二极管 $I-V$ 特性建模

易 芳

(湘潭大学自动化与电子信息学院, 湖南 湘潭 411105)

**摘要:** 为研究硅光电器件的性能, 对基于最小二乘法的硅二极管伏安 ( $I-V$ ) 特性建模进行研究。分析二极管的  $I-V$  特性, 采用多项式回归分析算法对实验测量的非线性数据集进行拟合, 通过最小二乘法推定系数来构造其矩阵, 求取反应硅二极管  $I-V$  特性的数学模型参数, 通过预测值与实际测量值之间的误差分析来验证算法拟合经验公式的准确性。结果表明, 该算法和程序可广泛应用于非线性数据集的多项式回归分析中。

**关键词:** 回归算法; 最小二乘法;  $I-V$  特性; 随机误差

**中图分类号:** TP312MA; O241.5 **文献标志码:** A

## Modeling of Silicon Diode $I-V$ Characteristic Based on Least Square Method

Yi Fang

(College of Automation & Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

**Abstract:** In order to study the performance of silicon photoelectric devices, the  $I-V$  characteristic modeling of silicon diode based on least square method is studied. Analyze the  $I-V$  characteristics of the diode, polynomial regression analysis algorithm is used to fit the nonlinear data set of experimental measurement. The least square method is used to deduce coefficient and construct the matrix, the mathematical model parameters of the  $I-V$  characteristics of the reactive silicon diode were obtained. The accuracy of the fitting empirical formula is verified by the error analysis between the predicted value and the actual measured value. The results show that the algorithm and program can be widely used in polynomial regression analysis of nonlinear data sets.

**Keywords:** return algorithm; least square method;  $I-V$  characteristic; random error

### 0 引言

光电探测器广泛应用于工业自动化领域, 为设计光电器件, 需分析光电器件的性能, 其中硅二极管的  $I-V$  特性是重要的研究要素, 反映了加在  $PN$  结两端的电压与流过的电流之间的关系<sup>[1-2]</sup>。了解器件载流子的输运过程可以更好地分析光电器件的特性。受温度等因素的影响<sup>[3]</sup>, 它们之间存在非线性关系。为了对器件  $I-V$  特性进行分析, 需要建立反映其机理的数学模型, 用统计的方法, 采用非线性回归分析拟合硅二极管  $I-V$  特性的经验公式, 可为器件性能的分析提供依据。

目前, 需要建立系统模型的问题已广泛地引起人们的重视。当反映系统运动机理的数学模型结构确定后, 怎样利用系统所外加的输入样本及实际测得的输出数据来优化求取模型的未知参数, 或模型的数学表达式中与各项有关的系数, 从而得到一个相对精确的数学模型, 是要解决的实际问题<sup>[4]</sup>。考虑到非线性数据用线性回归模型可能存在拟合精度不高的原因, 笔者推导了非线性回归算法对其进行

拟合, 通过误差分析, 验证该算法的有效性。

### 1 建模算法

#### 1.1 非线性回归分析算法

在实际测量中, 实验数据不可避免地存在着误差, 它们所反映的变量之间的关系就有某种不确定性, 欲建立它们之间数量关系的表达式, 只能用统计的算法来确定。这种对输入—输出特性数据的估计, 称为回归分析<sup>[5-6]</sup>, 在回归分析中, 应用最多的是最小二乘法, 为了把从实验中测得的输入输出数据  $x_i, y_i$  拟合成  $y_i$  用  $x$  的  $n$  次多项式来近似表示的函数,

$$y = f(x_i) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n。 \quad (1)$$

就需要通过最小二乘法使测量数据  $y_i$  与多项式函数  $f(x_i)$  之间的误差平方和为最小, 即误差平方和对多项式系数  $a_i$  的微分等于零, 从而求取模型的多项式系数  $a_i$ ,

$$\partial \sum_{i=1}^m \{y_i - f(x_i)\}^2 / \partial a_i = 0。 \quad (2)$$

由此得联立方程式, 用矩阵形式表示:

收稿日期: 2021-07-30; 修回日期: 2021-08-20

基金项目: 湖南省教育厅资助项目 (17C1535)

作者简介: 易 芳 (1972—), 女, 湖南人, 硕士, 高级工程师, 从事传感器技术研究。E-mail: 33206394@qq.com。

$$Y=AX. \tag{3}$$

其中:

$$X = \begin{bmatrix} m & \sum_{i=1}^m x_i & \sum_{i=1}^m x_i^2 & \cdots & \sum_{i=1}^m x_i^n \\ \sum_{i=1}^m x_i & \sum_{i=1}^m x_i^2 & \sum_{i=1}^m x_i^3 & \cdots & \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} \\ \sum_{i=1}^m x_i^2 & \sum_{i=1}^m x_i^3 & \sum_{i=1}^m x_i^4 & \cdots & \sum_{i=1}^m x_i^{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^m x_i^n & \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} & \cdots & \cdots & \sum_{i=1}^m x_i^{2n} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$Y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m y_i \\ \sum_{i=1}^m y_i x_i \\ \sum_{i=1}^m y_i x_i^2 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^m y_i x_i^n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}. \tag{5}$$

令  $X$  矩阵元素:

$$X(I, J) = \sum_{k=1}^m x_k^{I+J-2} \quad I, J = 1, 2, \dots, n+1. \tag{6}$$

$Y$  矩阵元素:

$$Y(J) = \sum_{k=1}^m y_k x_k^{J-1} \quad J = 1, 2, \dots, n+1. \tag{7}$$

$$\text{那么: } A = X^{-1}Y. \tag{8}$$

### 1.2 程序实现

MATLAB 是一个用于数值分析与计算的软件,方便进行矩阵运算,用 MATLAB 语言编程来处理测量数据,大大提高了数据处理的速度和准确性,通过输入实验测量的数据  $X_i$  和  $Y_i$  求出矩阵  $X$  和  $Y$ ,再求出系数矩阵  $A$ ,可以很快得到拟合的多项式。程序设计流程图如图 1 所示。

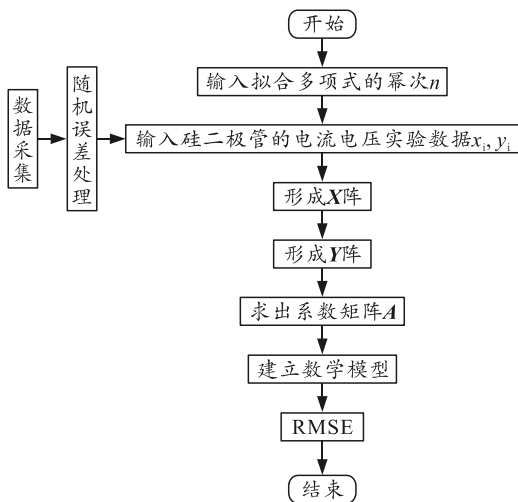


图 1 非线性回归算法的流程

### 2 硅二极管的 $I-V$ 特性分析

硅二极管  $I-V$  特性实验数据是非线性的数据集<sup>[7]</sup>,用非线性回归分析算法拟合测量数据,得到反应硅二极管  $I-V$  特性的经验公式,可以用来预测未知数据,为器件的数值分析提供依据。为了验证模型的精度,我们进行了误差分析,硅二极管  $I-V$  特性的实验测量数据如表 1。

表 1 硅二极管  $I-V$  特性的实验数据

$V/V$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$I/mA$	0.0015	0.05	0.8	10	70	220

将这些数据分别用二、三、四次多项式来近似,运行用 MATLAB 语言编的算法程序<sup>[8]</sup>,结果如表 2。

表 2 不同阶次的多项式系数

Coefficient/order	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$a_0$	498.259	-785.837	199.091
$a_1$	-1 913.817	4 549.135	-2 069.470
$a_2$	1 762.070	-8 593.528	7 569.310
$a_3$		5 310.562	-11 722.600
$a_4$			6 551.258

通过拟合的数学模型可以预测数据,并得到硅二极管  $I-V$  特性曲线,图 2-4 分别是取不同阶次时拟合的经验公式预测值与实验测量值及  $I-V$  特性曲线,通过计算各个测量点的电流预测值与实际电流值之间的误差,可以拟合电流的误差曲线,图 5 是取不同阶次时的电流误差曲线。从图中可以看到当多项式阶次较高时,预测值与实际测量值的误差较小,证明拟合的硅二极管  $I-V$  特性经验公式越精确,通过表 2 对比了不同阶次的电流平均绝对百分比误差(MAPE)和均方根误差(RMSE),来验证预测的精确度,MAPE 是绝对百分比误差的平均值,均方根误差是预测误差平方的平均值,式(8)和式(9)中的  $I_r$  是实际测量值,  $I_p$  是预测值,式(8)中的  $I_r$  取不为零的值,  $T$  取 3,实验证明当选择的多项式阶次较高时,电流 MAPE 值小于等于 5%,说明拟合的数学模型具有高精度,预测值更接近实际测量值,同时阶次越高 RMSE 的值也越小,验证了模型的精确度。

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=T+1}^{T+n} |(I_r - I_p)/I_r| \times 100 (I_r \neq 0); \tag{8}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |I_r - I_p|^2}{n}}. \tag{9}$$

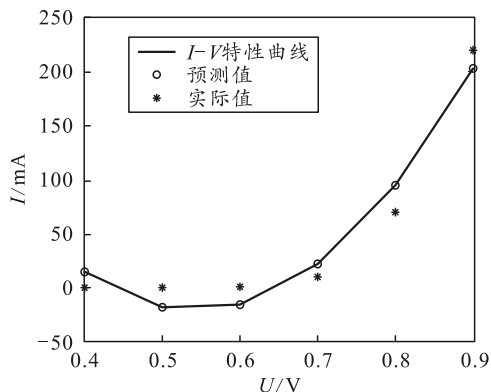


图 2 当  $n=2$  时拟合的  $I-V$  特性

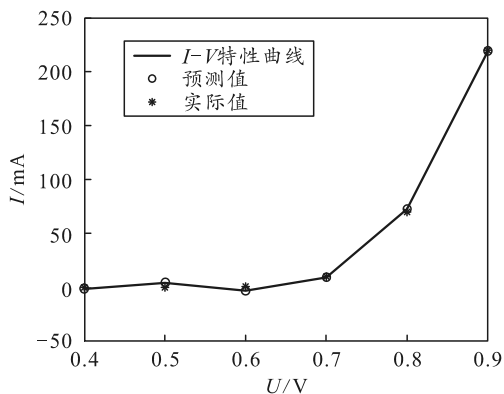


图 3 当  $n=3$  时拟合的  $I-V$  特性

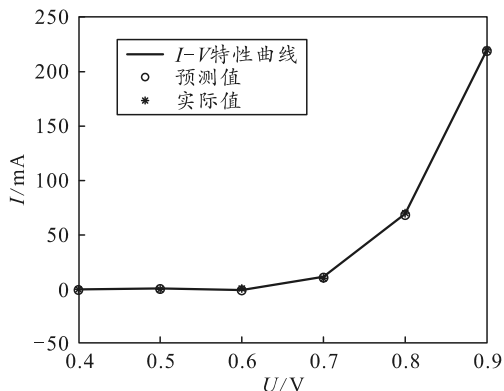


图 4 当  $n=4$  时拟合的  $I-V$  特性

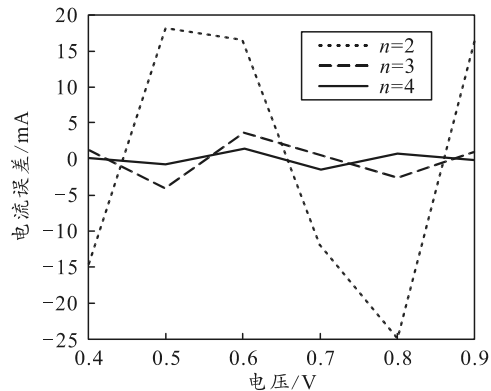


图 5  $n=2, 3, 4$  时的电流误差

表 3 不同阶次数学模型的误差对比

Polynomial order	MAPE/%	RMSE
$n=2$	54.0	17.647
$n=3$	3.8	2.610
$n=4$	5.2	0.970

由于二极管的特性是非线性的,从图中可看出,取较大阶次  $n$ ,就越接近二极管的理想特性,拟合的多项式数学模型就越精确,上表中高阶次的多项式模型 RMSE 值也明显降低,说明误差越小。为了判断高阶多项式模型是否过拟合,可以通过学习曲线观察 RMSE 值或者通过估计泛化能力来判断,通过提供更多的实验数据来改善模型的过拟合,或者正则化模型来降低模型的过拟合。

### 3 结束语

笔者介绍了一种能够拟合半导体  $I-V$  特性经验公式的非线性回归分析算法,建立的数学模型精度较高,数值计算结果与实验测量结果误差较小。MATLAB 语言具有很强的矩阵处理能力,所编程序简洁,在工程应用中很广。笔者所提供的算法可普遍应用于多项式的曲线拟合,很有实用价值。

### 参考文献:

- [1] BELLONE S, CORTE F G D, ALBANESE L F, et al. An Analytical Model of the Forward  $I-V$  Characteristics of 4H-SiC p-i-n Diodes Valid for a Wide Range of Temperature and Current[J]. 2011, 26(10): 2835-2843.
- [2] XU L, CAI H, LI C, et al. Degradation of responsivity for photodiodes under intense laser irradiation[J]. Optik, 2013, 124(3): 225-228.
- [3] MANSOOR M A, KARIMOV K S, MOIZ S A. Temperature-Dependent  $I-V$  Characteristics of Organic-Inorganic Heterojunction Diodes[J]. 2004, 51(1): 121-126.
- [4] MACABEBE E Q B, SHEPPARD C J, DYK E E V. Parameter extraction from  $I-V$  characteristics of PV devices[J]. Solar Energy 2011, 85(1): 12-18.
- [5] HEGHEDUS C, CHAKRAVORTY A, RONG C. Energy Informatics Applicability; Machine Learning and Deep Learning[C]//2018 IEEE/ACIS 3rd International Conference on Big Data, Cloud Computing, Data Science & Engineering, DOI 10. 1109(97-101).
- [6] 易芳. 采用 MATLAB 的线性回归分析[J]. 兵工自动化, 2004, 23(1): 68-71.
- [7] 郁有文, 常健. 传感器原理及工程应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000.
- [8] 蒙以正. MATLAB 5·X 应用与技巧[M]. 北京: 科学出版社, 1999.