

doi: 10.7690/bgzdh.2022.03.015

基于遗传算法的稀疏子阵布阵优化软件

刘欣欣, 杨 剑, 卢 建, 姚志成

(火箭军工程大学工程学院, 西安 710025)

摘要: 为降低相控阵雷达天线的系统复杂性及硬件成本, 采用稀疏阵列和子阵技术对天线阵面进行稀疏优化布阵。对稀疏子阵的布局优化进行分析, 基于遗传算法研究优化后的稀疏子阵布局; 对稀疏子阵波束形成算法进行设计, 通过采用二级加权法, 先对子阵内部阵元采用固定加权法获取阵元级权矢量, 再对子阵级数据采用自适应波束形成算法求取子阵级最佳权矢量, 从而实现稀疏子阵的波束形成; 设计子阵优化布局与波束形成应用软件。结果表明: 该软件具有良好的人机交互界面, 可对天线稀疏优化设计起到较好的辅助和验证作用, 有效提高天线阵列优化设计自动化程度。

关键词: 稀疏子阵; 布阵优化; 波束形成; 软件设计

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Optimization Software for Sparse Subarray Layout Based on Genetic Algorithm

Liu Xinxin, Yang Jian, Lu Jian, Yao Zhicheng

(School of Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: In order to reduce the system complexity and hardware cost of phased array radar antenna, the sparse array and subarray technology are used to optimize the sparse array of antenna array. Firstly, the layout optimization of sparse subarrays is analyzed, and the optimized layout of sparse subarrays is studied based on genetic algorithm; Then, the sparse subarray beam forming algorithm is designed. Firstly, the fixed weighting method is used to obtain the weight vector of the array elements in the subarray, and then the adaptive beam forming algorithm is used to obtain the optimal weight vector of the subarray level data, so as to realize the beam forming of the sparse subarray. Finally, the application software of subarray optimization layout and beam forming is designed. The software has a good human-computer interaction interface, which can play a good role in assisting and verifying the optimization design of antenna array, and effectively improve the automation of optimization design of antenna array. The software has a good human-computer interaction interface, which can play a good role in assisting and verifying the optimization design of antenna array, and effectively improve the automation of optimization design of antenna array.

Keywords: sparse subarray; layout optimization; beam forming; software design

0 引言

在雷达系统设计过程中, 天线设计具有关键作用。为了获得更高的距离分辨率和角度分辨率, 往往会增大天线孔径, 采用成百上千个阵元组成天线阵列。阵列天线的口径越大, 其空间分辨率越高, 相应所需的阵元规模越大, 其设备复杂度越高。如果每个阵元都有各自的处理通道, 在阵元级进行自适应波束形成, 不仅会消耗大量的硬件成本, 而且会大大增加系统的运算量, 难以在实际工程中设计实现。为了降低硬件成本和运算量, 通常采用子阵的结构, 以达到相应的性能要求。如果采用稀疏布阵方式, 可能导致栅瓣和高旁瓣等问题; 因此, 拟采用非均匀稀疏布阵方式, 能有效抑制栅瓣, 通过非线性优化算法, 降低峰值旁瓣电平 (peak side-lobe

level, PSL), 能在保持阵列天线孔径的同时, 有效抑制栅瓣和高旁瓣, 大幅降低硬件成本和系统复杂度。

对于阵列天线的稀疏优化问题, 属于非线性、非凸优化问题, 通常采用智能优化算法, 如遗传算法 (genetic algorithms, GA)^[1]、粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法^[2]、模拟退火法^[3]、差分进化法^[4]以及它们的混合算法^[5], 通过循环迭代方式寻找最优解来实现。优化后再研究其波束形成算法^[6-7]。波束形成算法是对某特定方向上信号进行加强, 对其他方向上信号进行削弱的一种空间滤波算法, 但大多都是基于阵元级的。这对于小型天线阵列来说是可行的, 但目前的阵列天线是朝着大型稀疏阵列的方向发展, 特别在大型相控阵雷达中。

收稿日期: 2021-11-30; 修回日期: 2021-12-28

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62071481, 61501471)

作者简介: 刘欣欣 (1996—), 女, 河北人, 硕士, 从事阵列数字波束形成、稀疏子阵布局优化研究。E-mail: neuqliuxinxin@163.com。

如果在这种大型天线阵列中，在阵元级上应用波束形成算法，需单独处理每个天线阵元的接收信号，即每个阵元会组成相应的接收通道，而每个接收通道都需包含几次放大、混频，最后模数 (A/D) 转换，相应的硬件成本将会成倍增加，必须减少信号处理器的维数。如果把成千上万个阵元设计为一定的子阵数量，每一个子阵输出一路信号，再在子阵上进行数字波束形成^[8-10]，不仅减少运算量、加快收敛速度、减少了硬件成本，而且有可能逼近最优处理性能；因此，子阵级最优稀疏阵列设计和数字波束形成技术的研究有重大意义。

笔者首先分析了子阵级布局优化和波束形成算法，在此基础上设计了子阵优化布局与波束形成应用软件。主要工作是在确定的阵列孔径、子阵数目和子阵规模前提下，以消除栅瓣，最大幅度降低 PSLR 和最小化主瓣宽度为优化目标，而且子阵及其阵元必须位于约束范围内，任意 2 个子阵阵元不重叠，对子阵位置进行优化求解。优化后对其波束形成算法进行分析，并设计一个子阵优化布局与波束形成的软件界面，实现对阵列优化设计的辅助和波束形成算法的验证。

1 子阵级布局优化和波束形成算法

1.1 2 维稀疏子阵阵列信号模型

阵列天线由 K 个子阵构成，每个子阵内部由 $n_1 \times n_2$ 个阵元构成的矩形子阵，子阵内部的阵元间距为半波长 d ，假设第 k 个子阵参考坐标为 $(x_k, y_k)^T$, ($1 \leq k \leq K$)，则所有子阵的参考坐标可表示为：

$$\mathbf{xy} = \begin{pmatrix} x_1 & \cdots & x_k \\ y_1 & \cdots & y_k \end{pmatrix}^T. \quad (1)$$

各个子阵之间发射单位能量但波形不同的信号，则发射波形矢量可表示为：

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_k(t)]^T. \quad (2)$$

假设雷达对所有子阵的发射功率进行等功率划分，对于第 k 个子阵，其发射信号的复包络矢量可表示为：

$$\boldsymbol{\psi}_k(t) = \sqrt{P/K^{S_k}}(t) \mathbf{w}_k^*. \quad (3)$$

式中： P 为雷达发射信号的总功率； \mathbf{w}_k 为第 k 个子阵发射信号时的权矢量； $(\cdot)^*$ 为取共轭，则 2 维子阵级稀疏阵列在 (φ_0, θ_0) 方向上总的发射信号可表示为：

$$\mathbf{s}(t, \varphi_0, \theta_0) = \sqrt{P/K} \sum_{k=0}^{K-1} \boldsymbol{\psi}_k^T(t) \mathbf{a}_k(\varphi_0, \theta_0) e^{-j2\pi f_c (x_k \cos \varphi_0 \sin \theta_0 + y_k \sin \varphi_0 \sin \theta_0)/c}. \quad (4)$$

式中： φ_0 为方位； θ_0 为仰角； $(x_k, y_k)^T$ 为第 k 个子阵的参考阵元位置； f_c 为发射信号载波频率； $\mathbf{a}_k(t)$ 为第 k 个子阵的发射信号导向矢量；具体可表示为：

$$\mathbf{a}_k(\varphi_0, \theta_0) = \text{vec}(\mathbf{a}_1(\varphi_0, \theta_0) \mathbf{a}_2^T(\varphi_0, \theta_0)). \quad (5)$$

式中：

$$\mathbf{a}_1(\varphi_0, \theta_0) = [1, e^{-j2\pi f_c d \sin \varphi_0 \sin \theta_0/c}, \dots, e^{-j2\pi f_c (n_1-1) d \sin \varphi_0 \sin \theta_0/c}]^T; \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_2(\varphi_0, \theta_0) = [1, e^{-j2\pi f_c d \cos \varphi_0 \sin \theta_0/c}, \dots, e^{-j2\pi f_c (n_2-1) d \cos \varphi_0 \sin \theta_0/c}]^T. \quad (7)$$

式中： $\mathbf{a}_1(\varphi_0, \theta_0)$ 为子阵第一列的导向矢量； $\mathbf{a}_2(\varphi_0, \theta_0)$ 为子阵第一行的导向矢量。

则阵列的接收信号矢量为^[11]：

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t, \tau, f_d, \varphi_0, \theta_0) &= \sqrt{P/K} \mathbf{b}(\varphi_0, \theta_0) \\ &\sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{w}_k^H \mathbf{a}_k(\varphi_0, \theta_0) e^{-j2\pi f_c (x_k \cos \varphi_0 \sin \theta_0 + y_k \sin \varphi_0 \sin \theta_0)/c} \\ &s_k(t - \tau) e^{j2\pi f_d t}. \end{aligned} \quad (8)$$

式中： $\mathbf{b}(\varphi_0, \theta_0)$ 为接收导向矢量； τ 为目标与天线之间信号往返时延； f_d 为由于目标运动产生的多普勒频率。

1.2 子阵级布局优化

笔者采用 GA 进行优化，设计基于 2 维子阵的稀疏优化布阵问题，需要将 K 个 $n_1 \times n_2$ 的矩形子阵稀疏布置到 xoy 平面上，子阵内部阵元均匀排列且阵元间距为半波长 d ，子阵之间随机布置且任意 2 个子阵的阵元均不能重叠，约束子阵的布阵区间为 $L \times H$ 以内，每个子阵的位置由其第一行第一列阵元坐标 (x_k, y_k) , $1 \leq k \leq K$ 唯一标定；因此，任意子阵的坐标须满足约束条件 $0 \leq x_k \leq L_m$, $0 \leq y_k \leq H_m$ ，式中： $L_m = L - (n_1 - 1) \cdot d$, $L_m = L - (n_1 - 1) \cdot d$ 。另外，为了提高阵列天线的空间分辨率，需要扩大阵列孔径，可将最小化主瓣宽度作为另一个优化目标，建立适应度函数。因此，优化布阵问题就转化为求解 N 个子阵的位置矢量，优化变量可表示为：

$$\mathbf{xy} = \begin{pmatrix} x_1 & \cdots & x_k \\ y_1 & \cdots & y_k \end{pmatrix}^T. \quad (9)$$

在稀疏布阵中，由于任意 2 个子阵之间无阵元重叠，在不考虑子阵间隔小于半波长 d 的情况下，

任意 2 个不同子阵之间的间距必须满足下式其中之一的最小间距约束，即：

$$|x_{k_1} - x_{k_2}| > (n_1 - 1)d, \text{ or } |y_{k_1} - y_{k_2}| > (n_2 - 1)d. \quad (10)$$

式中 k_1 和 k_2 为 1 到 N 之间的任意 2 个不同子阵的编号。优化准则为最小化阵列的 PSLL 和主瓣宽度，可建立如下优化模型：

$$\left. \begin{aligned} \min_d \text{ fitness} &= \min_d (\alpha_1 \cdot \text{PSLL} + \alpha_2 \cdot \text{WB}) \\ \text{subject to } &0 \leq x_k \leq L_m, 0 \leq y_k \leq H_m, \\ &|x_{k_1} - x_{k_2}| > (n_1 - 1)d \text{ or } |y_{k_1} - y_{k_2}| > (n_2 - 1)d, \\ &1 \leq k_1, k_2 \leq K, k_1 \neq k_2 \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

式中： α_1 和 α_2 为正则化参数； WB 为主瓣宽度。该模型是一个非线性的非凸优化问题，采用 GA 算法进行迭代求解，其优化变量为 N 个子阵的位置矢量 \mathbf{xy} 。

1.3 子阵级波束形成算法

1.3.1 子阵内波束形成

由 $n_1 \times n_2$ 个阵元组成一个子阵，采用固定波束形成技术。估计每个阵元与参考阵元之间的延时并对每个阵元信号进行时移，再进行求和。此时 k 个子阵输出可表示为：

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{n_1 \times n_2} w_i^* x_i(t). \quad (12)$$

在方向 (φ, θ) 上补偿各阵元之间的时延形成一个主瓣。若空间只有一个来自方向 (φ_0, θ_0) 的信号，其方向向量 $\mathbf{a}(\varphi_0, \theta_0)$ 的表示形式跟权矢量一样， $\mathbf{a}_k(t)$ 是第 k 个子阵的接收信号导向矢量，对应的输出可表示为：

$$y_k(t) = \mathbf{w}_k^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_k^H(\varphi_0, \theta_0) \mathbf{x}(t). \quad (13)$$

通过数字化采样，在 k 时刻，稀疏阵列的接收信号矢量为：

$$\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_M(k)]^T. \quad (14)$$

1.3.2 子阵级波束形成

通过子阵内的波束形成，由 $n_1 \times n_2$ 个阵元组成的子阵会输出一个信道的信号。笔者采用自适应波束形成算法。假设子阵级接收波束形成的权矢量为 $\hat{\mathbf{w}}$ ，稀疏子阵的输出可表示为：

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \hat{\mathbf{w}}^H \mathbf{y}(t). \quad (15)$$

每个子阵的参考阵元会形成稀疏的平面阵列，经过 1.2 节的优化算法获取参考阵元的坐标。设定

参考阵元坐标为 \mathbf{xy} ，方向矢量可表示为：

$$\hat{\mathbf{a}}(\theta_k, \phi_k) = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f_c(x_1 \cos \phi_0 \sin \theta_0 + y_1 \sin \phi_0 \sin \theta_0)/c} \\ e^{-j2\pi f_c(x_2 \cos \phi_0 \sin \theta_0 + y_2 \sin \phi_0 \sin \theta_0)/c} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f_c(x_k \cos \phi_0 \sin \theta_0 + y_k \sin \phi_0 \sin \theta_0)/c} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

设定 N 个快拍的波束形成器，当 $N \rightarrow \infty$ 时，波束形成器输出的平均功率可表示为：

$$\begin{aligned} P(\mathbf{w}) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\hat{\mathbf{y}}(t)|^2 = E[|\hat{\mathbf{y}}(t)|^2] = \\ &= \hat{\mathbf{w}}^H E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)] \hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{w}}. \end{aligned} \quad (17)$$

为保证来自方向 (φ_0, θ_0) 期望信号的正确接收，并完全抑制其他 J 个干扰，根据式(14)得到关于权矢量的约束条件为：

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}(\varphi_0, \theta_0) &= 1, \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}(\varphi_{ij}, \theta_{ij}) = 0 \\ \min_{\hat{\mathbf{w}}} E[|\hat{\mathbf{y}}(t)|^2] &= \min_{\hat{\mathbf{w}}} \{ \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{w}} \} \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

用 Lagrange 乘子法求解，零目标函数为：

$$L(\mathbf{w}) = \hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{w}} + \lambda [\hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{a}}(\varphi_0, \theta_0) - 1]. \quad (19)$$

最后，得到波束形成器的最佳权矢量为：

$$\hat{\mathbf{w}}_{opt} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}(\varphi_0, \theta_0)}{\hat{\mathbf{a}}^H(\varphi_0, \theta_0) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}(\varphi_0, \theta_0)}. \quad (20)$$

2 仿真软件设计与实现

在工程应用中，天线阵面优化设计是天线硬件系统设计中重要的步骤。为了方便有效地得到优化布阵结果以及验证优化后的波束算法效果，设计一个子阵优化布局与波束形成应用软件^[12-14]。主要功能有参数设置、子阵布阵、子阵发射方向图及波束形成算法仿真，并提供较好的人机交互界面。该软件可对天线稀疏优化设计起到良好的辅助和验证作用，有效提高天线阵列优化设计自动化程度。软件设计方案和主界面分别如图 1 和 2 所示。

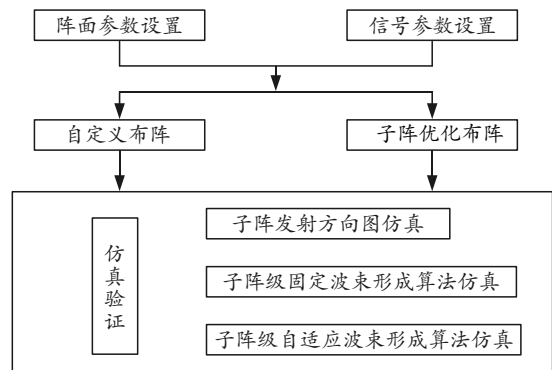


图 1 软件设计方案

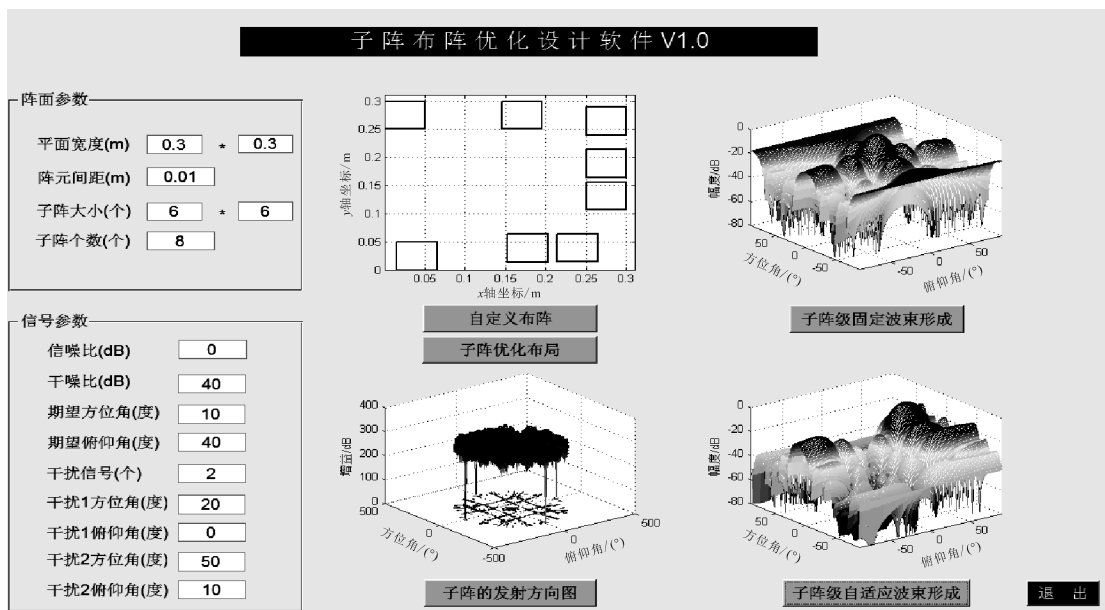


图 2 软件主界面

2.1 数据输入模块

在设计软件时，将数据输入作为实现软件功能的最基本条件。主要包括 2 个模块：阵面参数和信号参数。这 2 个模块可直接实现对阵面和信号参数设置，为算法实现提供有效的参数支撑。

如图 3 所示，“阵面参数”模块主要设置天线阵面的平面宽度、阵元间距、子阵大小及子阵个数，实现对天线阵面的基本设置。如图 4 所示，“信号参数”模块主要设置信噪比、干噪比、期望方位角和俯仰角、干扰信号个数、干扰方位角和俯仰角，实现对信号的模拟。图中所设置的参数为初始默认值，可对其进行更改设置。



图 3 设置阵面参数



图 4 设置信号参数

2.2 子阵布阵模块

根据上节软件设计模块提供的数据，利用相应的算法程序直观展现阵面布局。为实现在阵面的可控性，设计一种多界面之间的交互。通过点击“自定义布阵”可弹出一个新的界面如图 5 所示。这样就可以自定义设置相应的参数并实现数据的保存和利用。子阵布阵的另一种方法就是利用优化算法来实现对阵面布局的优化，即根据优化算法对满足基本参数设置条件下的布局进行优化来得到相对优化的子阵布局。为了让用户更直观地看出算法的运行进度，同时避免多次操作，在软件界面上设计了一个如图 6 所示的进度条。优化算法实现后的布局如图 7 所示。



图 5 自定义布局参数设置系统

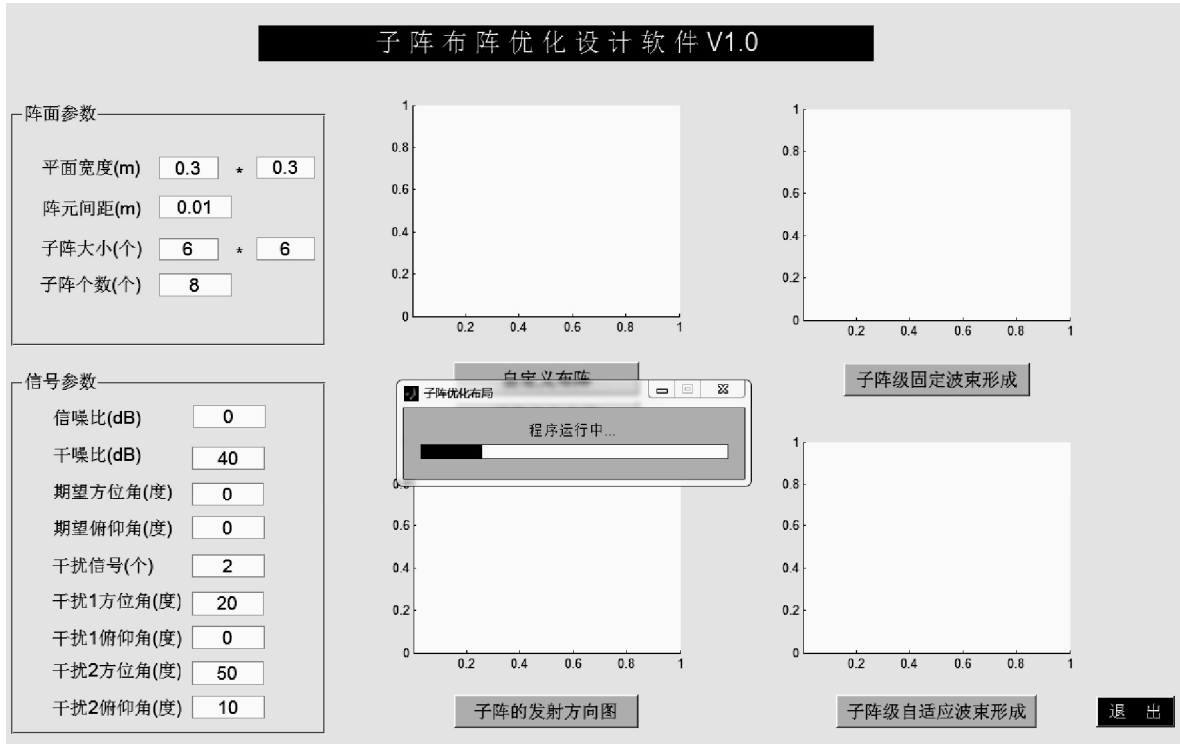


图 6 子阵优化布局运行中

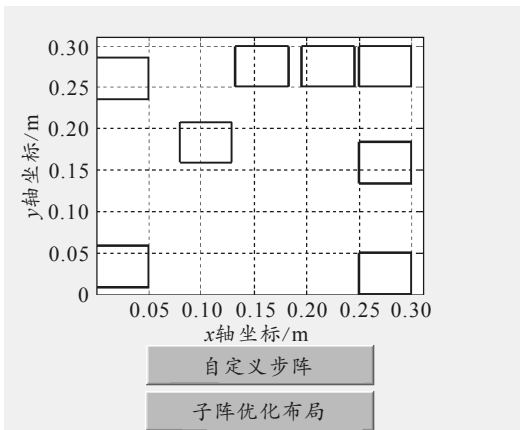


图 7 子阵优化布局

2.3 子阵布阵模块

为了分析布局的性能，设计子阵的发射方向图和波束形成模块。“子阵的发射方向图”的按钮设计实现根据阵面布局进行发射方向图的仿真。

如图 8 所示，设计加入进度条可直观地看出程序运行状态。如图 9 所示，如果程序运行结束，仿真图会直接显示在该窗口上。“子阵级固定波束形成”按钮实现根据阵面布局的数据导入，采用子阵内和子阵级固定波束形成算法进行波束合成。如图 10 所示，设计加入进度条可直观地看出程序运行状态。如图 11 所示，如果程序运行结束，仿真图会直接显示在该窗口上。

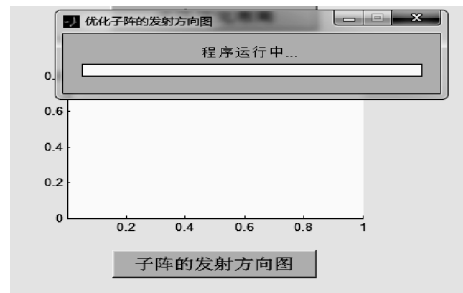


图 8 子阵的发射方向图程序运行中

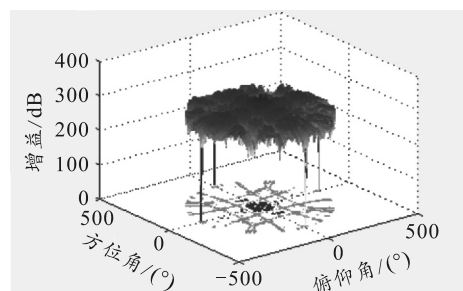


图 9 子阵的发射方向

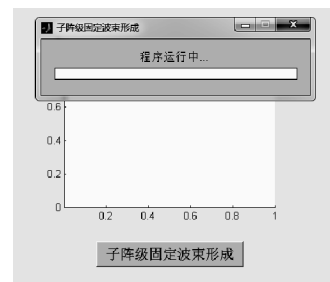


图 10 子阵级固定波束形成运行中

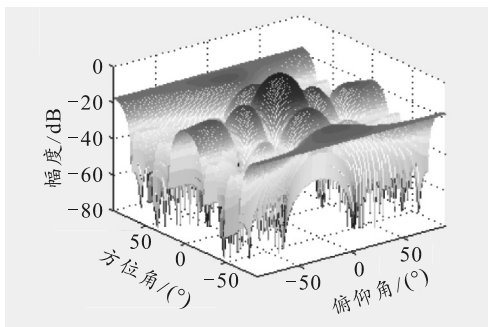


图 11 子阵级固定波束形成

“子阵级自适应波束形成”按钮实现根据阵面布局的数据导入，采用子阵内固定波束形成和子阵级自适应波束形成算法进行波束合成。如图 12 所示，设计加入进度条可直观地看出程序运行状态。如图 13 所示，如果程序运行结束，仿真图会直接显示在该窗口上。

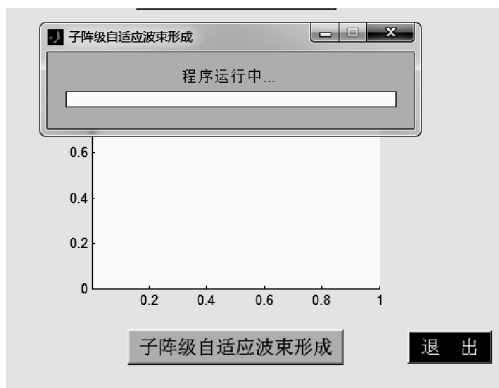


图 12 子阵级自适应波束形成运行中

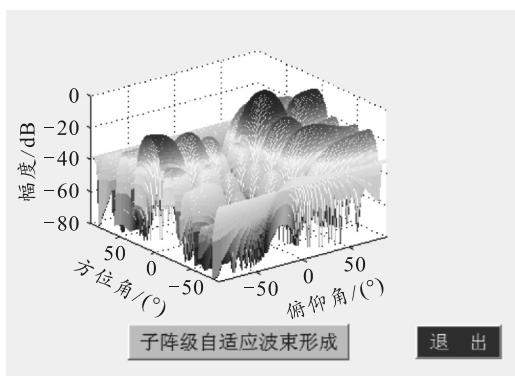


图 13 子阵级自适应波束形成

3 结束语

笔者设计了子阵优化布局与波束形成应用软件。通过以阵面参数和信号参数作为输入，进行自定义布局或通过非线性优化算法得到子阵优化布局的 2 种形式。选择其中一种形式下的布局数据作为

研究的子阵对象，进行波束算法的研究。通过功能块的设置，能提供较好的人机交互界面。该软件能有效抑制栅瓣，大幅降低硬件成本和系统复杂度；可对天线稀疏优化设计起到良好的辅助和验证作用，有效提高天线阵列优化设计自动化程度。

参考文献：

- [1] 李蕾, 王建明, 伍光新, 等. 基于自适应遗传算法的稀疏阵列天线优化[J]. 现代雷达, 2017, 39(3): 59-61, 65.
- [2] 张筱, 魏钰洁, 姬伟杰, 等. 基于改进粒子群算法的 MIMO 雷达布阵优化[J]. 指挥控制与仿真, 2016, 38(5): 75-78.
- [3] 潘浩, 孙超, 刘雄厚. 基于模拟退火算法的柱面阵列稀疏优化[C]//中国声学学会水声分会 2013 年全国水声学学术会议论文集. 北京:《声学技术》编辑部, 2013: 3.
- [4] 王新宽, 王桂宝, 贾建科. 一种低副瓣稀疏阵列天线的方向图综合算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019, 31(5): 641-648.
- [5] 和洁, 冯大政, 李晓明. 基于遗传算法和禁忌搜索的 MIMO 雷达天线布阵优化[J]. 数据采集与处理, 2011, 26(4): 413-419.
- [6] 孔繁, 冯祺. 基于协方差矩阵重构的特征子空间投影稳健波束形成算法[J]. 中国电子科学研究院学报, 2016, 11(4): 371-375.
- [7] 潘点飞, 程乃平, 郝建华. 基于特征空间重构的子阵级 ADBF 方法[J]. 航天电子对抗, 2014, 30(3): 17-21.
- [8] YANG J, LU J, LIU X X, et al. Robust Null Broadening Beamforming Based on Covariance Matrix Reconstruction via Virtual Interference Sources[J]. Sensors, 2020, 20(7): 1865.
- [9] 周胜增, 杜选民. 稳健的子阵级导向最小方差波束形成算法[J]. 声学学报, 2019, 44(4): 707-714.
- [10] 舒汀, 陈新竹, 余啟波, 等. 子阵级数字波束形成抗多主副瓣干扰及测角技术[J]. 现代雷达, 2016, 38(12): 22-26, 55.
- [11] KHAN W, QURESHI I M, SULTAN K. Ambiguity function of phased-MIMO radar with colocated antennas and its properties[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(7): 1220-1224.
- [12] 陈金光. 基于阿里云的 Kubernetes 容器云平台的设计与实现[D]. 杭州: 浙江大学, 2018.
- [13] 于泽萍. 面向微服务架构的容器云平台设计与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- [14] 翁渥元, 单杏花, 阎志远, 等. 基于 Kubernetes 的容器云平台设计与实践[J]. 铁路计算机应用, 2019, 28(12): 49-53.