

doi: 10.7690/bgzdh.2022.05.005

基于磁梯度张量 SVD 的磁性目标识别方法

张 光, 徐喜宝, 黄 阳, 刘俊奇

(陆军炮兵防空兵学院士官学校, 沈阳 110867)

摘要: 针对磁梯度张量单个分量对斜磁化多目标识别能力不足, 受载体姿态影响较大的问题, 提出基于磁梯度张量奇异值分解(singular value decomposition, SVD)的磁性目标识别方法。通过磁梯度张量矩阵的奇异值分解, 提取奇异值的最大值作为磁性目标识别特征量, 增强了对斜磁化多目标的识别能力, 证明了磁梯度张量奇异值的张量不变量特性, 克服了载体姿态变化对磁梯度张量识别的影响。仿真和实测结果表明, 该识别方法能有效区分和识别斜磁化的多目标。

关键词: 磁梯度张量; SVD; 磁性目标; 识别; 张量不变量

中图分类号: TJ99 **文献标志码:** A

Magnetic Target Recognition Method Based on SVD of Magnetic Gradient Tensor

Zhang Guang, Xu Xibao, Huang Yang, Liu Junqi

(Petty Officer Academy, PLA Army Academy of Artillery and Air Defense, Shenyang 110867, China)

Abstract: Aiming at the problem that the single component of magnetic gradient tensor has insufficient ability to recognize oblique magnetized multi-targets and is greatly affected by the carrier attitude, a magnetic target recognition method based on singular value decomposition (SVD) of magnetic gradient tensor is proposed. Through the singular value decomposition of the magnetic gradient tensor matrix, the maximum of the singular value is extracted as the magnetic target recognition feature, which enhances the recognition ability of inclined-magnetized multi-target, proves the tensor invariant property of magnetic gradient tensor singular value, and overcomes the influence of carrier attitude change on magnetic gradient tensor recognition. The simulation and experimental results show that the method can effectively distinguish and identify multiple targets with oblique magnetization.

Keywords: magnetic gradient tensor; SVD; magnetic target; recognition; tensor invariant

0 引言

磁梯度张量探测作为一种新型的磁法探测方式, 具有信息丰富、受日变噪声影响小等优点, 在隐蔽武器、未爆弹药和 underwater 目标探测等方面有着广泛的应用, 是未来磁性目标探测的发展方向。20 世纪 70 年代, W.Wynn 等^[1]在磁梯度张量系统并未构建成功的情况下提出了磁梯度张量定位方法; 1996 年, S.K.Hsu 等^[2]通过磁梯度张量解析信号及其高阶导数的最大值对磁性目标的埋深进行了估计; 2008 年, 吴招才等^[3]对基于磁梯度张量欧拉反褶积的磁性目标识别方法进行了详细论述, 并将该方法运用到多目标识别中。对于磁梯度张量探测的应用方法还有很多^[4], 并在实际应用中取得了良好效果, 但在磁梯度张量探测识别中存在以下问题: 1) 磁梯度张量单个分量的识别能力不足, 对于斜磁化目标或多个目标识别效果较差; 2) 载体姿态变化会对识别

产生较大影响。为此, 笔者提出磁梯度张量奇异值分解(SVD)的磁性目标识别方法。

1 磁梯度张量基本表述

磁场是三分量矢量场, 描述它的物理量包括总场模值、总场模值梯度、分量和分量梯度等。3 个分量在空间 3 个方向的变化率即为磁梯度全张量, 共包括 9 个磁梯度分量, 常用 \mathbf{G} 表示, 其表达式为:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \partial B_x / \partial x & \partial B_x / \partial y & \partial B_x / \partial z \\ \partial B_y / \partial x & \partial B_y / \partial y & \partial B_y / \partial z \\ \partial B_z / \partial x & \partial B_z / \partial y & \partial B_z / \partial z \end{pmatrix}. \quad (1)$$

式中 B_x 、 B_y 和 B_z 为磁场三分量值。磁性目标在周围空间产生的磁场是静磁场, 根据麦克斯韦方程组, 描述静磁场的基本方程为:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} H &= \sigma \\ B &= \mu H \\ \text{div} B &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

收稿日期: 2022-01-26; 修回日期: 2022-02-25

基金项目: 国防科技重点实验室基金(水下测控技术重点实验室基金)(6142407190307)

式中： H 为磁场强度； B 为磁感应强度； μ 为磁导率； σ 为空间电流密度。磁性目标周围空间电流密度 $\sigma=0$ ， $u=$ 常数，故有： $\text{div}B=0$ ， $\text{rot}B=0$ ，即：

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

由式(3)的关系可知磁梯度张量 9 个分量中仅有 5 个是独立的，并且磁梯度张量具有对称性，即：

$$G^T = G. \quad (4)$$

2 磁梯度张量 SVD 识别方法

SVD 是一种重要的矩阵分解式，在矩阵理论和计算中发挥着重要作用。SVD 的关键是选取合适的标准正交基，使矩阵分解成最简单形式^[5-6]。SVD 技术在信号处理、控制理论和系统辨识等领域都有着重要的应用，在信号降噪和故障诊断领域也有大量的应用研究^[7]。

假设 A 是 $m \times n (m > n)$ 阶矩阵，秩为 $r (r \leq n)$ ，则存在 $n \times n$ 维的正交阵 V 和 $m \times m$ 维正交阵 U ，使得

$$U^T A V = \Sigma. \quad (5)$$

式中 Σ 为 $m \times n$ 的非负对角阵，且

$$\Sigma = \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad S = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r). \quad (6)$$

式中： $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ 及 $\sigma_{r+1} = \dots = \sigma_n = 0$ 叫作 A 的奇异值，按不增顺序进行排列。 U, V 的列向量 u_i 和 v_i 分别为 A 的左右奇异向量。式(5)的 SVD 过程如图 1 所示。

$$\begin{matrix} \boxed{U^T} & \times & \boxed{A} & \times & \boxed{V} & = & \boxed{\begin{matrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}} \\ m \times m & & m \times n & & n \times m & & m \times n \end{matrix}$$

图 1 矩阵奇异值分解

由上图可知，矩阵 SVD 可看作是用 2 个正交矩阵分别对 A 作变换，使得 A 对角化为 Σ 。分解过程表明奇异值是矩阵自身的一种特性。

磁梯度张量的奇异值融合了磁梯度张量 9 个分量的所有信息，可将磁梯度张量较大的奇异值作为磁性目标识别的特征量。这个特征量有更强的识别能力，识别斜磁化目标和多目标效果更好。

在磁梯度张量系统识别时，载体的姿态有时会

发生变化，姿态变化后在不同点所测得的磁梯度张量值将分属于不同姿态的坐标系，造成不同坐标系间的数据混淆，给磁性目标识别带来困难。一种方法是将载体姿态变化的角度实时测量得到，那么可将所测各点的磁梯度张量通过坐标旋转统一到同一坐标系下，以便于识别，但这需要额外增加倾角传感器和方位传感器；另一种方法是寻找磁梯度张量的某些分量组合，该组合将不随坐标系姿态的变化而变化，叫作磁梯度张量的不变量。笔者采用第 2 种方法，对磁梯度张量 SVD 识别方法中奇异值的不变量特性进行验证。

图 2 所示为描述载体姿态变化过程。坐标系 $Oxyz$ 为载体姿态变化前，绕 Oz 轴旋转 φ 变为 $Ox'y'z'$ ；绕 Ox' 轴旋转 γ 角变为 $Ox''y''z''$ ；绕 Oy'' 旋转 θ 角变为 $Ox'''y'''z'''$ ，载体姿态变化后的坐标系为 $Ox'''y'''z'''$ 。 φ, γ 和 θ 为描述载体姿态变化的角度，载体在实际姿态变化的过程并不一定是按照这个顺序进行变化的，也可能顺序不同，但坐标旋转矩阵是相似的。下面仅以 φ, γ 和 θ 的载体旋转过程来建立数学模型。

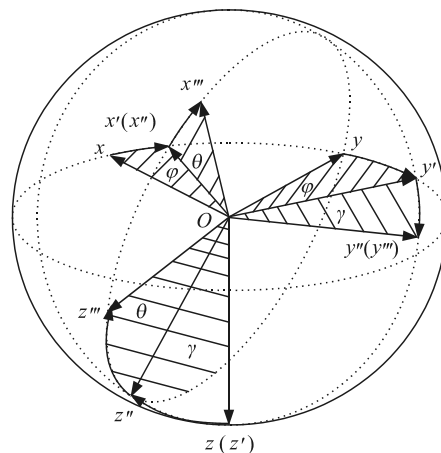


图 2 载体姿态变化

某点在姿态变化前后的坐标关系为：

$$\begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式中

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为坐标系旋转矩阵。

对 R 各行彼此作内积运算得

$$R R^T = E. \quad (8)$$

式中： E 为单位矩阵； R 为正交矩阵。假设载体姿态变化前测得的磁梯度张量值为 G ，姿态变化后测得的磁梯度张量值为 G''' ，由坐标旋转关系得到 G''' 、 G 和 R 之间的关系为^[8]

$$G''' = RGR^T. \quad (9)$$

对于标量 λ 和非零向量 p 如果满足如下关系：

$$Gp = \lambda p. \quad (10)$$

式中： λ 为磁梯度张量 G 的特征值； p 为对应于特征值的特征向量。

根据式(7)的坐标变换关系，可得磁梯度张量 G 的特征向量 p 与坐标系旋转后的向量 p''' 的关系为

$$\left. \begin{aligned} p''' &= Rp \\ p &= R^T p''' \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

将式(10)左右两端同时乘上 R ，并结合式(9)和(11)的关系进行推导得：

$$RGp = R\lambda p; RGR^T p''' = \lambda Rp; G''' p''' = \lambda p'''. \quad (12)$$

式(12)说明 λ 也是 G''' 的特征值。特征值 λ 不随载体姿态变化， λ 为磁梯度张量的不变量。

将式(10)左右两端同时乘上 G^T ，并结合 $G^T = G$ 及式(10)的关系进行推导得：

$$G^T Gp = G^T \lambda p; G^T Gp = \lambda Gp; G^T Gp = \lambda^2 p. \quad (13)$$

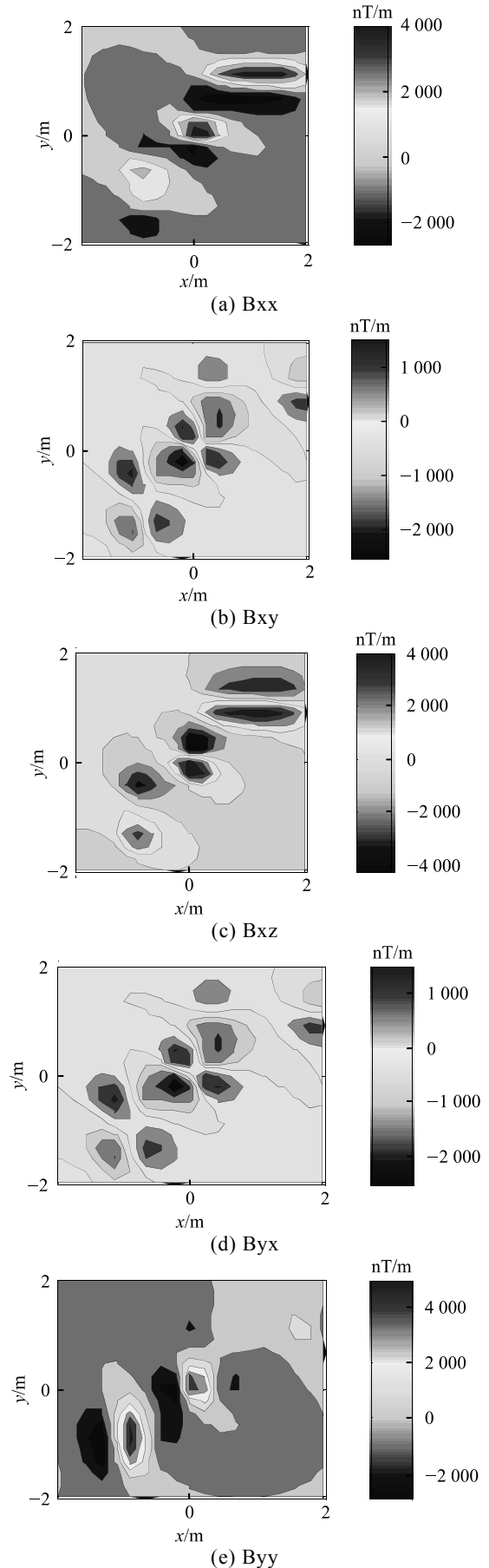
式中 λ^2 为 $G^T G$ 的特征值。根据奇异值定义，计算 G 的奇异值 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\lambda^2} = |\lambda|. \quad (14)$$

由于 λ 不受载体姿态影响，那么 σ 也不受载体姿态影响， σ 也是磁梯度张量的不变量；因此，磁梯度张量 SVD 识别方法将不受磁梯度张量系统载体姿态变化的影响，某点测量的磁梯度张量奇异值在各个旋转坐标系下都是一个定值。这将给实际识别带来便利。

3 仿真实验验证

假设有球体、圆柱体和长方体 3 个磁性目标作为待识别对象。球体直径为 0.1 m，磁矩为(1, 1, 1) Am²，中心坐标为(0, 0, 0) m；圆柱体半长为 0.8 m，半径为 0.2 m，线磁矩为(10, 10, 10) Am，中心坐标为(1, 1, 0) m；长方体边长为(1, 0.4, 0.4) m，磁化强度为(10, 10, 10) A/m，中心坐标为(-1, -1, 0) m。求解区域为边长 3.6 m 的方形，高出球体中心 0.5 m，球体的球心在求解区域的投影与方形求解区域中心重合。结合磁性目标产生磁梯度张量的公式，通过数值仿真得到目标的磁梯度张量值在求解区域的图形如图 3 所示。



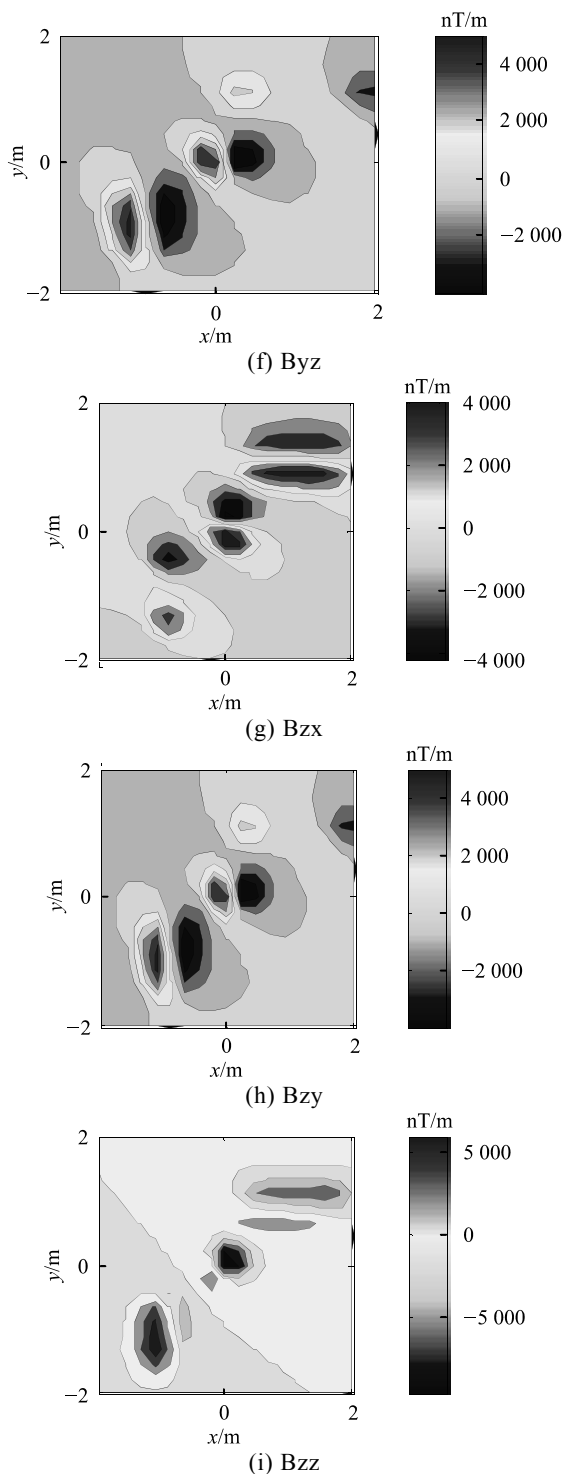


图 3 斜磁化时不同类目标磁梯度张量

由上图可看出，各目标产生的磁梯度张量值呈现双极、三极和多极等形式，但各目标的磁梯度张量相互交叠，相互干扰，分不清具体由哪个目标引起的，出现了非常杂乱的形态，根据磁梯度张量单一分量等值线图无法对目标进行区分和识别。

通过数值计算提取求解域各点磁梯度张量的最大奇异值进行等值线绘图如图 4 所示。

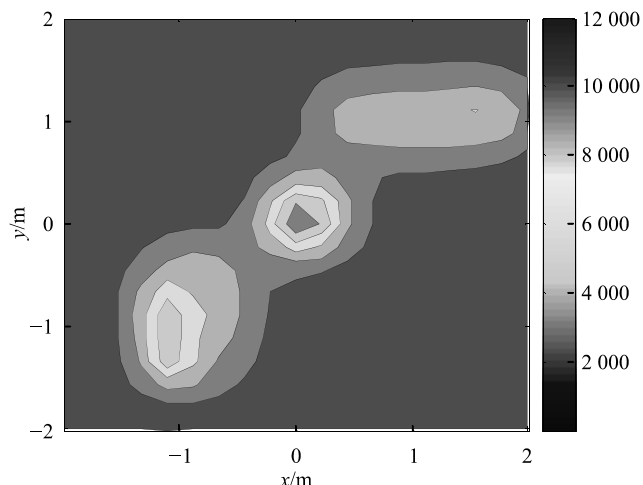


图 4 斜磁化时不同类目标的最大奇异值

上图中有 3 个明显的中心，推断有 3 个目标。中间图形呈现圆形轮廓，可以判断中间磁性目标为球体或可以简化为磁偶极子；右上方图形呈现长条形，两端比较圆滑，与水平圆柱体产生的图形相近，可以判断右上方目标为圆柱体；左下方呈现方形，推断为长方体。由各个等值线图形中心的坐标可以判断中间球体中心在坐标原点^[9-10]；圆柱体中心在 (1, 1) m 位置；长方体中心在 (-1, -1) m 位置。

由以上图形仿真及目标判断可知，磁梯度张量 SVD 方法可以更好地反映出斜磁化多目标的个数、种类和大概位置，识别能力明显优于单纯的磁梯度张量分量。

4 实例验证

运用 710 所研制的经典式三分量磁通门传感器构成平面十字结构的磁梯度张量系统，磁通门传感器的分辨率为 0.1 nT，基线距离设置为 0.35 m。以 3 个磁性目标的识别来验证磁梯度张量 SVD 的实际识别能力。

磁梯度张量 SVD 识别步骤：

- 1) 首先在地面上画出一个 4 m 见方的测网，每个小网格的边长为 0.5 m，测网如图 5 所示。
- 2) 在网格固定位置放置 3 个圆形磁性目标，3 个目标沿斜线放置，3 个目标的水平间距为 1 m，如图 6 所示。
- 3) 磁梯度张量系统在每个网格交叉线上进行测量，共进行了 81 个点的测量，在 81 个点的测量过程中，磁梯度张量系统的姿态有所变化。
- 4) 对测量数据提取磁梯度张量最大的奇异值绘制等值线图，如图 7 所示。
- 5) 根据等值线图判断目标个数、形状和位置。

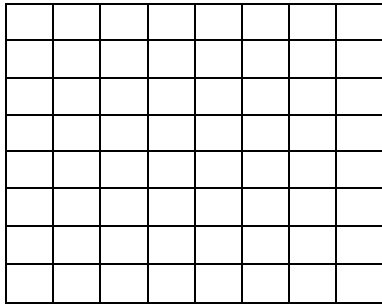


图 5 测网

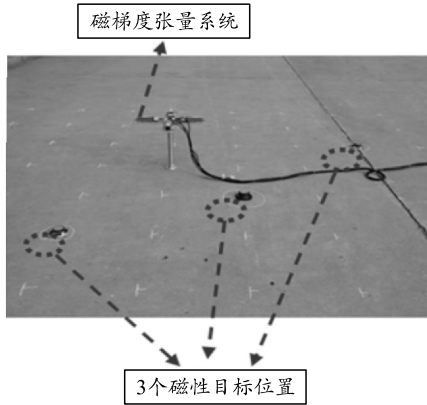


图 6 多目标识别实验

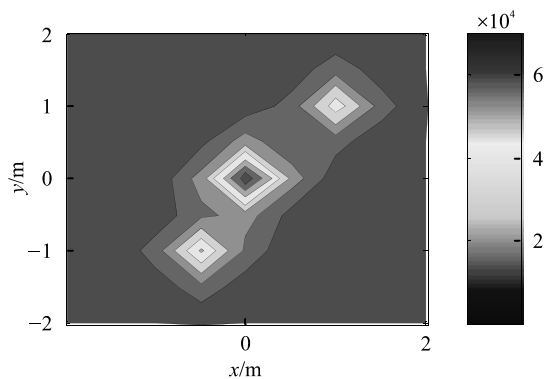


图 7 多目标磁梯度张量 SVD 实际识别结果

由图 7 可看出，奇异值等值线图中都存在 3 个中心，可以判断目标个数为 3 个；每个等值线中心与球体磁性目标形成的等值线相似，可以判断目标形状为球体或可简化为磁偶极子；根据 3 个等值线中心的位置及距离可以判断 3 个磁性目标沿斜线放置，磁性目标水平间距为 0.7~1.2 m，与 1 m 相近。

根据等值线图对磁性目标个数、形状和位置等作出的判断与预先放置磁性目标个数、形状和位置基本吻合，验证了磁梯度张量 SVD 识别方法对多个磁性目标仍具有较强的识别能力。

5 结论

为增强磁梯度张量对斜磁化多目标的识别能力，提取了磁梯度张量的最大奇异值作为磁性目标识别的特征量，证明了奇异值的张量不变量特性，克服了载体姿态变化对识别效果的影响。

通过仿真和实测实验对磁梯度张量 SVD 识别方法的有效性进行了验证，结果表明该方法可以区分和识别多个斜磁化目标。

参考文献：

- [1] WYNN W, FRAHM C, CARROLL P, et al. Advanced superconducting gradiometer/magnetometer arrays and a novel signal processing technique[J]. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 1975, 11(2): 701-707.
- [2] HSU S K, SIBUET J C, SHYU C T. High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique[J]. *Geophysics*, 1996, 61(2): 373-386.
- [3] 吴招才, 刘天佑. 磁力梯度张量测量及应用[J]. *地质科技情报*, 20008, 27(3): 107-110.
- [4] JI S X, ZHANG H, WANG Y F, et al. Three-dimensional inversion of full magnetic gradient tensor data based on hybrid regularization method[J]. *Geophysical Prospecting*, 2019, 67(1): 226-261.
- [5] ZHANG G, ZHANG Y T, FAN H B, et al. The Denoising Method of Magnetic Gradient Tensor Tracking System Based on SVD[C]//*Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC), 2012 Second International Conference on. IEEE*, 2012: 1152-1155.
- [6] LI F, ZENG Q. An intercomparison of rules for testing the significance of coupled modes of Singular Value Decomposition analysis[J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 2007, 24: 199-212
- [7] HOU Z. Adaptive singular value decomposition in wavelet domain for image denoising[J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(8): 1747-1763
- [8] 张光, 张英堂, 范红波, 等. 载体姿态变化对磁张量定位精度的影响[J]. *探测与控制学报*, 2013, 35(1): 20-24.
- [9] LI J P, ZHANG Y T, FAN H B, et al. Estimating the location of magnetic sources using magnetic gradient tensor data[J]. *Exploration Geophysics*, 2019, 50(6): 600-612.
- [10] YIN G, LI P, WEI Z, et al. Magnetic dipole localization and magnetic moment estimation method based on normalized source strength[J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2020, 502: 166450.