doi: 10.7690/bgzdh.2022.07.012

基于 Lanchester 平方律的先发制人与后发制人的压制时间分析

王虎生
（陆军步兵学院基础部，南昌 330103）

摘要：针对军事领域中先发制人或后发制人作战思想的相关定量分析不够全面、透彻等问题，应用 Lanchester 方程进行理论分析，建立先发制人与后发制人 2 种模型，给出应用模型需满足的一般条件。仿真实验验证结果表明，该模型可为相关军事训练和指挥决策提供一定的帮助。

关键词：Lanchester 方程；时滞；初值；仿真
中图分类号：TJ01　　**文献标志码**：A

Analysis of Preemptive and Postemptive Suppression Time Based on Lanchester Square Law

Wang Husheng
(*Basic Department*, *Army Infantry College of PLA*, *Nanchang* 330103, *China*)

Abstract: Aiming at the problem that the quantitative analysis of preemptive or postemptive operational thinking in the military field is not comprehensive and thorough, this paper uses Lanchester equation to carry out theoretical analysis, establishes 2 models of preemptive and postemptive, and gives the general conditions that the application model needs to meet. The simulation results show that the model can provide some help for military training and command decision-making.

Keywords: Lanchester equation; time delay; initial value; simulation

0　引言

《汉书·项籍传》提到先发制人的概念，“先发制人，后发制于人”，战场上争取主动出击，占取主动权，扰乱对方先前部署；《荀子·议兵》提到后发制人的概念，“后之发，先之直，此用兵之要术也”，等对方先动手，等有利时机出现时进行反击，制服对方。

古今中外都有很多通过先发制人或后发制人取胜的典例，一些典例的定量分析通过 Lanchester 方程来刻画，文献[1-4]从不同角度改进 Lanchester 方程，研究并建立了符合战争特点和规律的模型；文献[5]讨论了一方战斗时滞，且被压制方在被压制时间内无任何反击能力的战争模型。笔者在此基础上讨论更一般化的模型，即被压制方在被压制时间内具有一定的反制能力，从弱势一方进行分析和研究，给出迟滞时间的一般条件。

1　建立 Lanchester 方程

设红蓝双方进行对抗战斗，建立如下方程：

$$\left.\begin{array}{l} dX_1/dt=-\alpha X_2 \\ dX_2/dt=-\beta X_1 \\ X_1(0)=N_1, X_2(0)=N_2 \end{array}\right\}。\tag{1}$$

式中：$X_1(t)$, $X_2(t)$为时刻 t 蓝红双方参战兵力的单位数；α,β 分别为红蓝双方的兵力损耗率系数；X_1, X_2 为红蓝双方初始兵力。

通过式(1)得：

$$dX_1/dX_2=\alpha X_2/\beta X_1。\tag{2}$$

于是：

$$\beta X_1^2(t)-\alpha X_2^2(t)=\beta N_1^2-\alpha N_2^2。\tag{3}$$

式(2)为 Lanchester 方程平方律；式(3)中的 $\beta X_1^2(t)$, $\alpha X_2^2(t)$ 为红蓝方 t 时刻的战斗力；$\beta N_1^2,\alpha N_2^2$ 分别为红、蓝双方的初始战斗力。显然：初始战斗力强的一方最终会取胜。

对式(1)左右两边求导，结合式(2)及初始条件(3)，得到：

$$\left.\begin{array}{l} d^2X_1(t)/dt^2-\alpha\beta X_1(t)=0 \\ X_1(0)=N_1,\ dX_1/dt\big|_{t=0}=-\alpha N_2 \end{array}\right\}。\tag{4}$$

于是：
$$X_1(t)=N_1\mathrm{ch}(\sqrt{\alpha\beta}t)-\sqrt{\alpha/\beta}N_2\mathrm{sh}(\sqrt{\alpha\beta}t)。\tag{5}$$

同理，
$$\left.\begin{array}{l} d^2X_2(t)/dt^2-\alpha\beta X_2(t)=0 \\ X_2(0)=N_2,\ dX_2/dt\big|_{t=0}=-\beta N_1 \end{array}\right\}。\tag{6}$$

得到：
$$X_2(t)=N_2\mathrm{ch}(\sqrt{\alpha\beta}t)-\sqrt{\beta/\alpha}N_1\mathrm{sh}(\sqrt{\alpha\beta}t)。\tag{7}$$

收稿日期：2022-03-14；修回日期：2022-04-21
作者简介：王虎生(1989—)，男，山西人，硕士，从事偏微分方程经典解的生命跨度和爆破研究。E-mail: bushputin@163.com。

2 Lanchester 方程的战斗时滞分析

2.1 先发制人下 Lanchester 方程战斗时滞模型

假设红方先发制人，蓝方在压制时间[0, T]内具有一定的反制能力，此时 Lanchester 方程为：

$$\left.\begin{array}{l} dX_1/dt=-\varepsilon X_2(t),(0<\varepsilon<\alpha) \\ dX_2/dt=-\beta X_1(t) \\ X_1(0)=N_1, X_2(0)=N_2 \end{array}\right\}。 \tag{8}$$

解得：

$$X_1(t)=N_1\mathrm{ch}(\sqrt{\varepsilon\beta}t)-\sqrt{\varepsilon/\beta}N_2\mathrm{sh}(\sqrt{\varepsilon\beta}t)\text{；} \tag{9}$$

$$X_2(t)=N_2\mathrm{ch}(\sqrt{\varepsilon\beta}t)-\sqrt{\beta/\varepsilon}N_1\mathrm{sh}(\sqrt{\varepsilon\beta}t)\text{。} \tag{10}$$

在时刻 T 之后($t>T$)，Lanchester 方程为：

$$\left.\begin{array}{l} dX_1/dt=-\alpha X_2(t),(0<\varepsilon<\alpha) \\ dX_2/dt=-\beta X_1(t) \\ X_1(T)=N_1', X_2(T)=N_2' \end{array}\right\}。 \tag{11}$$

解得

$$X_1(t)=N_1'\mathrm{ch}(\sqrt{\alpha\beta}t)-\sqrt{\alpha/\beta}N_2'\mathrm{sh}(\sqrt{\alpha\beta}t)\text{；} \tag{12}$$

$$X_2(t)=N_2'\mathrm{ch}(\sqrt{\alpha\beta}t)-\sqrt{\beta/\alpha}N_1'\mathrm{sh}(\sqrt{\alpha\beta}t)\text{。} \tag{13}$$

红方要战胜蓝方，在 T 时刻的红方初始战斗力要大于蓝方初始战斗力，即 $\alpha N_2'^2<\beta N_1'^2$，于是：

$$\sqrt{\beta}\left[N_1\mathrm{ch}(\sqrt{\varepsilon\beta}T)-\sqrt{\varepsilon/\beta}N_2\mathrm{sh}(\sqrt{\varepsilon\beta}T)\right]>\sqrt{\alpha}\left[N_2\mathrm{ch}(\sqrt{\varepsilon\beta}T)-\sqrt{\beta/\varepsilon}N_1\mathrm{sh}(\sqrt{\varepsilon\beta}T)\right]。 \tag{14}$$

求解 T，得到：

$$T>1/\sqrt{\varepsilon\beta}\,\mathrm{arth}\left(\left(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2\right)/\left(\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1\right)\right)。 \tag{15}$$

注：1) 这里要求 $0<\varepsilon<N_1/N_2\sqrt{\alpha\beta}$，否则当 $\varepsilon\geqslant N_1/N_2\sqrt{\alpha\beta}$ 时：

$$\mathrm{th}(\sqrt{\varepsilon\beta}T)<\left(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2\right)/\left(\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1\right)<0。$$

此时 $T<0$，即红方无法战胜蓝方，与题设冲突。

2) 令 $T(\varepsilon)=1/\sqrt{\varepsilon\beta}\,\mathrm{arth}\left(\left(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2\right)/\left(\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1\right)\right)$，对于函数 y=arth$x$ 而言，在 x=0 处 1 阶 Taylor 展开，得到 $y=x+o(x)$，于是当 $\varepsilon\to 0$ 时：

$$\lim_{\varepsilon\to 0}T(\varepsilon)=\lim_{\varepsilon\to 0}\left(1/\sqrt{\varepsilon\beta}\right)\left(\left(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2\right)/\left(\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1\right)\right)=\lim_{\varepsilon\to 0}\left(\left(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2\right)/\left(\sqrt{\beta}\varepsilon N_2-\beta\sqrt{\alpha}N_1\right)\right)=\left(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1\right)/\beta\sqrt{\alpha}N_1。 \tag{16}$$

而当 ε=0 时，$T>\left(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1\right)/\beta\sqrt{\alpha}N_1$，参考文献[5]给出相应的证明。

2.2 后发制人下 Lanchester 方程战斗时滞模型

假设红方后发制人，在时间[0, T_0]内蓝方压制红方，且满足 Lanchester 方程式(1)，在[T_0, T_1]时间内红方压制蓝方，且蓝方有一定的反制能力，此时：

$$\left.\begin{array}{l} dX_1/dt=-\varepsilon X_2(t),(0<\varepsilon<\alpha) \\ dX_2/dt=-\beta X_1(t) \\ X_1(T_0)=N_1', X_2(T_0)=N_2' \end{array}\right\}。 \tag{17}$$

求解 $X_1(t)$, $X_2(t)$，得到：

$$X_1(t)=N_1'\mathrm{ch}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)-\sqrt{\varepsilon/\beta}N_2'\mathrm{sh}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)=\left(N_1\mathrm{ch}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{k\alpha/\beta}N_2\mathrm{sh}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)\right)ch\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)-\sqrt{\varepsilon/\beta}\mathrm{sh}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)\left(N_2\mathrm{ch}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{\beta/k\alpha}N_1\mathrm{sh}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)\right)\text{；} \tag{18}$$

$$X_2(t)=N_2'\mathrm{ch}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)-\sqrt{\beta/\varepsilon}N_1'\mathrm{sh}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)=\left(N_2\mathrm{ch}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{\beta/k\alpha}N_1\mathrm{sh}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)\right)\mathrm{ch}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)-\sqrt{\beta/\varepsilon}\mathrm{sh}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}(t-T_0)\right)\left(N_1\mathrm{ch}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{k\alpha/\beta}N_2\mathrm{sh}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)\right)。 \tag{19}$$

在 T_1 之后的时间段红方要战胜蓝方，在 T_1 时刻的红方初始战斗力必须要大于蓝方初始战斗力，即 $\alpha X_2^2(T_1)<\beta X_1^2(T_1)$，于是：

$$\left(\sqrt{\beta}N_1\mathrm{ch}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{\alpha}N_2\mathrm{sh}\left(\sqrt{k\alpha\beta}T_0\right)\right)\mathrm{ch}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}\Delta T\right)-\mathrm{sh}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}\Delta T\right)\left(\sqrt{\varepsilon}N_2\mathrm{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{\beta\varepsilon/\alpha}N_1\mathrm{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)\right)>\left(\sqrt{\alpha}N_2\mathrm{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{\beta}N_1\mathrm{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)\right)\mathrm{ch}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}\Delta T\right)-\mathrm{sh}\left(\sqrt{\varepsilon\beta}\Delta T\right)\left(\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1\mathrm{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)-\sqrt{\alpha^2/\varepsilon}N_2\mathrm{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)\right)。 \tag{20}$$

这里 $\Delta T=T_1-T_0$，求解 ΔT，得到

$$\Delta T>1/\sqrt{\varepsilon\beta}\,\mathrm{arth}\left((\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2)-(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1)\mathrm{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)\right)/\left((\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1)-(\sqrt{\beta\varepsilon/\alpha}N_1-\sqrt{\alpha^2/\varepsilon}N_2)\mathrm{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)\right)。 \tag{21}$$

于是，当红方后发制人，红方迟滞蓝方的时间 ΔT 满足式(21)时，红方获胜。

注：1) 此处要求

$$0<\varepsilon<\frac{\sqrt{\alpha\beta}N_1-\alpha N_2\operatorname{th}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)}{N_2-\sqrt{\beta/\alpha}N_1\operatorname{th}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)}\text{。}\tag{22}$$

否则 $\Delta T<0$，即红方无法战胜蓝方，与题设冲突。

2) 观察式(21)不等式右侧，当 $\varepsilon\to 0$ 时：

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\beta}}\operatorname{arth}\frac{(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2)-(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1)\operatorname{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)}{(\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\frac{\alpha\beta}{\varepsilon}}N_1)-(\sqrt{\frac{\beta\varepsilon}{\alpha}}N_1-\sqrt{\frac{\alpha^2}{\varepsilon}}N_2)\operatorname{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\beta}}$$

$$\frac{(\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2)-(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1)\operatorname{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)}{(\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1)-(\sqrt{\beta\varepsilon/\alpha}N_1-\sqrt{\alpha^2/\varepsilon}N_2)\operatorname{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)}=\frac{\left(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1\right)\left(\operatorname{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)+\operatorname{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)\right)}{\alpha\sqrt{\beta}N_2\operatorname{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)+\beta\sqrt{\alpha}N_1\operatorname{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)}\text{。}\tag{23}$$

而当 ε=0 时：

$T>\dfrac{\left(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1\right)\left(\operatorname{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)+\operatorname{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)\right)}{\alpha\sqrt{\beta}N_2\operatorname{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)+\beta\sqrt{\alpha}N_1\operatorname{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)}$，文献[5]给出相应的证明。

2.3　2 种模型的战斗时滞阈值时间比较

比较先发制人情况下战斗时滞阈值时间 T 与后发制人情况下战斗时滞阈值时间 ΔT，当 T_0=0 时，式(21)即为式(15)。当 $T_0\neq 0$ 时：

$$\Delta T>\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\beta}}\operatorname{arth}\left(\frac{\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2}{\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1}\times\frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)+\operatorname{sh}\left(\sqrt{\alpha\beta}T_0\right)}{\left(\operatorname{ch}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)+\operatorname{sh}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)\dfrac{\sqrt{\beta\varepsilon/\alpha}N_1-\sqrt{\alpha^2/\varepsilon}N_2}{\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1-\sqrt{\varepsilon}N_2}\right)}\right)\text{。}\tag{24}$$

由于 $\left(N_2/\varepsilon+\left(N_1\sqrt{\beta}\right)/\sqrt{\alpha\varepsilon}\right)(\alpha-\varepsilon)>0$，于是 $N_1\left(\sqrt{\frac{\beta\varepsilon}{\alpha}}-\sqrt{\frac{\alpha\beta}{\varepsilon}}\right)<N_2\left(\sqrt{\frac{\alpha^2}{\varepsilon}}-\sqrt{\varepsilon}\right)$，进而 $(\sqrt{\frac{\beta\varepsilon}{\alpha}}N_1-\sqrt{\frac{\alpha^2}{\varepsilon}}N_2)\Big/(\sqrt{\frac{\alpha\beta}{\varepsilon}}N_1-\sqrt{\varepsilon}N_2)<1$，最终得到

$$\Delta T>T\text{。}\tag{25}$$

3　算例

下面通过对 4 个算例进行分析，运用 Matlab 软件作出红蓝双方战斗对抗兵力随时间变化的图像。

3.1　先发制人算例

例 1：设 α=0.9, β=0.4, ε=0.2, N_1=N_2=10 考虑红方先发制人，蓝方在被压制时间段内有一定的反制能力，要使红方战胜蓝方，需要条件满足式(15)，即

$$T>\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\beta}}\operatorname{arth}\frac{\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2}{\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1}\approx 1.306\,4\text{。}\tag{26}$$

当 T=1.29，T=1.31 时的红蓝双方随时间兵力变化分别如图 1、2 所示。

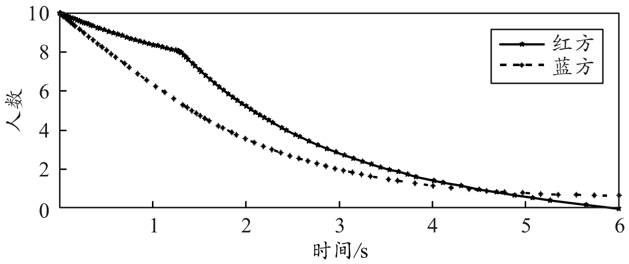

图 1　当 T=1.29 时红蓝双方随时间兵力变化

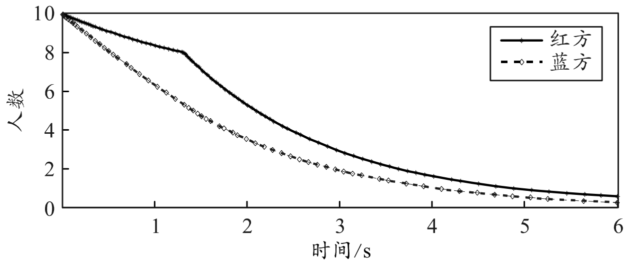

图 2　当 T=1.31 时红蓝双方随时间兵力变化

3.2　后发制人算例

例 2：设 α=0.9, β=0.4, ε=0.2, N_1=10, N_2=10, T_1=0.2，要使红方后发制人且获胜，$\Delta T=T_2-T_1$ 必须满足式(23)，即

$$\Delta T>1\Big/\sqrt{\varepsilon\beta}\operatorname{arth}\Big((\sqrt{\beta}N_1-\sqrt{\alpha}N_2)-(\sqrt{\alpha}N_2-\sqrt{\beta}N_1)\operatorname{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)\Big)\Big/\Big((\sqrt{\varepsilon}N_2-\sqrt{\alpha\beta/\varepsilon}N_1)-(\sqrt{\beta\varepsilon/\alpha}N_1-\sqrt{\alpha^2/\varepsilon}N_2)\operatorname{th}(\sqrt{\alpha\beta}T_0)\Big)\approx 2.005\,2\text{。}\tag{27}$$

当 ΔT=1.99，ΔT=2.01 时红蓝双方随时间兵力变化分别如图 3、4 所示。

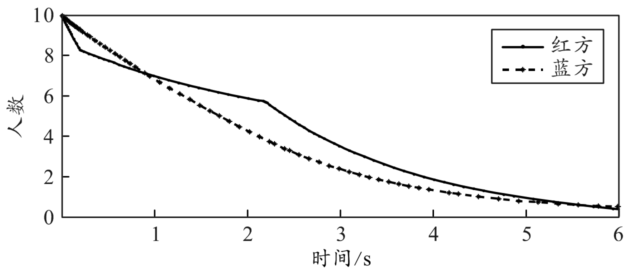

图 3　当 ΔT=1.99 时红蓝双方随时间兵力变化

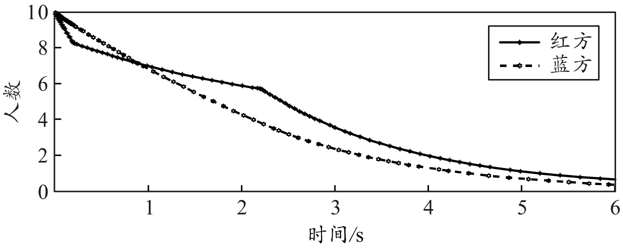

图 4　当 ΔT=2.01 时红蓝双方随时间兵力变化

由例 1 和 2 可知：相同的前提条件下，先发制人和后发制人在迟滞时间满足式(17)和式(23)时，红方获得胜利；同时，先发制人的最小迟滞时间小于后发制人的最小迟滞时间。

4　结束语

运用 Lanchester 方程对战斗迟滞时间进行研究，根据理论推导给出弱势方先发制人和后发制人满足的条件，为军事决策和日常训练提供了一定的指导。笔者仅讨论了被压制方在被压制时间段内有一定反击能力的情形，对于双方交替的战斗时滞(被压制方在被压制时间段无或有反击能力的 2 种情形)，三方作战一方被另外两方压制等，以上情况有待更加深入的研究。

参考文献：

[1] 胡浩然，王俊．信息化条件下时滞兰切斯特方程[J]．兵工自动化, 2012, 31(7): 72-73.

[2] 文婧，胡浩然，周存宝．基于时滞的现代空防对抗兰切斯特方程模型[J]．指挥控制与仿真，2012，34(6): 23-25.

[3] 谢英超，王鹏，田宗浩．一类带时滞的非线性兰切斯特战斗模型的分析[J]．火力与指挥控制，2016，41(7): 85-88.

[4] 胡宝安，李亚玲．基于信息的时滞兰彻斯特作战模型[J]．军事交通学院学报, 2018, 20(4): 80-84.

[5] 杨戈方．基于兰切斯特方程的战斗时滞分析[J]．火力与指挥控制, 2018, 43(10): 109-116.

****

(上接第 40 页)

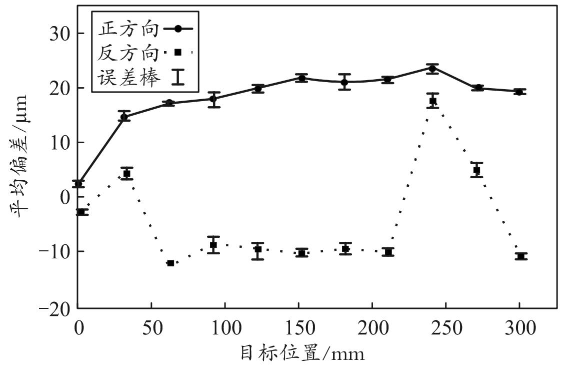

图 9　补偿后垂直轴偏差分析曲线

4　结论

笔者基于倍福控制器进行编程，对运动机构进行误差测量及补偿。实验结果表明：该方法对于精度较好的水平轴，精度有小幅提高，且有效改善其误差折线；对原本误差较大且存在较大反向间隙的垂直轴，能大幅减小各项偏差，提高精度，减小反向间隙。经该方法补偿能够有效弱化补偿值的阶跃突变，显著提高设备运行稳定性和控制精度，具有较好的实用性和可实施性；同时，也为使用其他 PLC 的自动化设备螺距误差补偿提供了新的思路。

参考文献：

[1] 李晶，刘国华．数控机床螺距误差补偿原理及方法[J]．包头职业技术学校学报, 2013, 14(4): 23-25.

[2] 董丽．浅析数控机床的螺距误差检测和补偿[J]．品牌与标准化, 2020(4): 51-52.

[3] 廖芸，周丽娟，胡阳．基于 PROFINET 总线的高精度安全型火工品压药控制系统[J]．兵工自动化, 2020, 39(6): 79-81.

[4] 何正红，汪涵，王新科，等．推进剂复合加工控制系统[J]．兵工自动化, 2021, 40(9): 83-88.

[5] 李继中．数控机床螺距误差补偿与分析[J]．工艺与装备, 2010(2): 98-101.

[6] 陈刚，羌铃铃．数控系统中螺距补偿的原理与设计[J]．机械制造, 2015, 44(1): 25-28.

[7] 代春香，孟浩权．数控系统螺距补偿方式测试[J]．机械研究与应用, 2019, 32(2): 158-159.

[8] 代春香，孟浩权．FANUC 增量存储型螺距补偿问题及解决方案[J]．科技创新导报, 2019(11): 84-85.