doi: 10.7690/bgzdh.2023.05.013

基于 Hamacher 区间模糊算法的技术状态评估权重确定

储琛瑶[1]，狄　鹏[1]，尹东亮[2]，胡　斌[1]
（1. 海军工程大学管理工程与装备经济系，武汉 430033；2. 海军工程大学作战运筹与规划系，武汉 430033）

摘要：针对复杂装备技术状态评估权重确定过程中存在的专家犹豫和权重确定动态性不足的问题，结合区间值犹豫模糊熵、毕达哥拉斯模糊集和 Hamacher 算子，提出 Hamacher 区间模糊算法。综合各专家对各元素重要性的打分，构建区间值犹豫模糊集，改进区间值犹豫模糊熵，并对模糊集中各犹豫模糊元运算得到区间值犹豫模糊熵矩阵；令区间值犹豫模糊熵为隶属度，打分区间差值为犹豫度，得到毕达哥拉斯模糊集，运用 Hamacher 区间模糊算法计算得到各元素重要度得分函数，将得分函数归一化得到最终元素权重。算例结果表明，该验证方法对技术状态评估具有适用性。

关键词：权重；区间值；犹豫模糊熵；Hamacher 算子；毕达哥拉斯模糊集
中图分类号：TP15　　**文献标志码**：A

Weight Determination of Technical Condition Assessment Based on Hamacher Interval Fuzzy Algorithm

Chu Chenyao[1], Di Peng[1], Yin Dongliang[2], Hu Bin[1]
(1. *Department of Management Engineering and Equipment Economics*, *Naval University of Engineering*, *Wuhan* 430033, *China*;
2. *Department of Operations Research and Planning*, *Naval University of Engineering*, *Wuhan* 430033, *China*)

Abstract: In order to solve the problems of experts' hesitation and the lack of dynamics in the process of determining the weights of technical condition assessment for complex equipment, a Hamacher interval fuzzy algorithm is proposed by combining the interval-valued hesitation fuzzy entropy, Pythagorean fuzzy set and Hamacher operator. The interval-valued hesitation fuzzy set is constructed by integrating the scores of each expert on the importance of each element, the interval-valued hesitation fuzzy entropy is improved, and the interval-value hesitation fuzzy entropy matrix is obtained by operating each hesitation fuzzy element in the fuzzy set; The Pythagorean fuzzy set is obtained by taking the interval value hesitation fuzzy entropy as the membership degree and the scoring interval difference as the hesitation degree, and the Hamacher interval fuzzy algorithm is used to calculate the score function of each element importance, and the score function is normalized to obtain the final element weight. The results of the example show that the verification method is applicable to the state of technology assessment.

Keywords: weight; interval value; hesitant fuzzy entropy; Hamacher operator; Pythagorean fuzzy set

0　引言

技术状态评估是复杂装备技术状态管理的一项重要工作[1-2]。直观、准确的技术状态评估结论能为复杂装备使用、维修等工作提供重要的决策依据。在复杂装备技术状态评估中，既包括检查测定的定量和定性元素，又包括装备各组成部分这类元素，权重反映了各元素在元素集中的重要程度；因此，复杂装备技术状态评估中，元素权重的确定至关重要。元素可以指装备的各组成部分，也可指单项评估参数。确定复杂装备技术状态评估元素权重时，常存在专家犹豫和权重确定动态性不足的问题。

在复杂系统实际技术状态评估过程中，存在大量不确定性信息，情况复杂多样。1965 年，Zadeh[3]提出模糊集(fuzzy sets，FS)对信息的不确定性进行刻画，主要用于处理无法用确定值描述的模糊信息，将定性问题定量化来进行综合评价。为更完整地阐明信息，Atanassov[4]于 1986 年提出了直觉模糊集(intuitionistic fuzzy sets，IFS)的概念，同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度 3 方面的信息，且要求这三者之和为 1。2013 年，Yager 等[5]在此基础上提出了毕达哥拉斯模糊集(pythagorean fuzzy sets，PFS)，其突出特点为允许隶属度和非隶属度之和可以超过 1，但其平方和不超过 1，拓展了使用范围。显然，毕达哥拉斯模糊集比直觉模糊集具有更高的潜力来刻画模糊性和解决实际复杂决策问题中的不精确性和不确定性[6]。

收稿日期：2023-01-18；修回日期：2023-02-18
作者简介：储琛瑶(1999—)，男，安徽人，硕士，从事复杂装备技术状态评估、装备管理研究。E-mail: 1415053395@qq.com。

专家打分法[7]是确定权重的主要方法之一，具有简便易行的优点；但在复杂的实际情况中，专家面对不完整、不确定性的模糊信息，在给一些重要度相差较小的元素进行打分时会存在犹豫的现象，难以用某一定值准确表达。为解决该问题，1975 年 Zadeh[8]提出语言变量的概念，Peng 等[9]在此基础上提出了区间值毕达哥拉斯模糊集(interval-valued Pythagorean fuzzy sets，IVPFS)的概念，作为 PFS 的推广。其特点是为集合中的每个元素分配一个区间值隶属度和一个区间值非隶属度。当 PFS 中的隶属函数和非隶属函数的值难以用精确的实数表示时，IVPFS 可以更充分、更准确地表征不确定信息。Zhang 等[10]将毕达哥拉斯犹豫模糊环境扩展到区间值毕达哥拉斯犹豫模糊环境，提出区间值毕达哥拉斯犹豫模糊集，其中每个区间值毕达哥拉斯模糊元(interval-valued pythagoreanhesitant fuzzy element，IVPHFE)是由几对区间值组成的。文献[11]提出了基于毕达哥拉斯模糊交叉影响集成算子的决策方法，并通过决策实例验证了所提出方法的稳定性和有效性。文献[12]首次给出了区间值毕达哥拉斯犹豫模糊集的概念，提出了 4 种毕达哥拉斯犹豫模糊集的相关系数，并将其推广到了区间形式。

区间值犹豫模糊熵是区间值犹豫模糊元(interval-valued hesitant fuzzy element，IVHFE)的熵值，本质是区间中每个元素的熵的算术平均，可以有效地在元素权重确定中降低专家打分不确定性的影响[13]。文献[14]利用区间值犹豫模糊熵对元素进行权重分配，很大程度上解决了公路工程的施工评估中犹豫这一不确定因素带来的问题。文献[15]为解决公路工程设计施工总承包模式风险评价过程中专家对风险因素打分时的模糊性与随机性，提出基于区间值犹豫模糊熵的风险评价方法，进一步提高了风险评价的准确性。得分函数[16]是研究区间模糊问题的一个重要指标，可用于对比分析各元素的重要程度，对区间值进行运算得到精确单一数值，便于对比决策。

在传统技术状态评估中，评估权重往往为一固定值，没有针对装备实际状态变化进行调整的能力，权重的确定缺乏动态性[17]；但评价元素往往随着实际情况不断变化，当变动大到一定程度，固定的权重取值会导致部分异常信息被淹没，进而导致评估结论不准确，这显然不符合实际需要[18]。在技术状态评估中，应充分合理地考虑权重的动态性，适当调整元素权重，确保异常信息能在结果中得到表达。“Hamacher 积”与“Hamacher 和”可通过改变参数实现权重值的动态性，文献[19]将 Hamacher 运算推广到了毕达哥拉斯模糊数环境，定义了毕达哥拉斯模糊 Hamacher 运算。可通过此运算，使复杂装备技术状态评估元素的权重确定更贴近动态的实际情况。

综上，笔者将区间值犹豫模糊熵、毕达哥拉斯模糊集和 Hamacher 算子引入技术状态评估元素权重确定，提出 Hamacher 区间模糊算法，增强专家打分的可信度和权重确定的动态性。得出在复杂装备技术状态评估中，更加合理且具有动态性的元素权重确定方法。最后，通过算例验证本算法的正确性，分析 Hamacher 算子中参数 γ 的变化对权重的影响。

1 相关基础知识

为便于理解笔者所提出的 Hamacher 区间模糊算法，现补充相关定义说明。

定义 1[19-20]：区间值犹豫模糊集(interval-valued hesitant fuzzy sets，IVHFS)的定义如下：设 X 是一个非空集合，则称 $\{Z=x,h_z(x)|x\in X\}$ 为区间犹豫模糊集，其中 $h_z(x)$是[0,1]上一系列不等区间数的集合，表示 X 中 x 对应的可能隶属度的集合，把 $h=h_z(x)$作为区间犹豫模糊元。

在实际打分中，评估专家对元素的打分区间就是一个区间值犹豫模糊元，这些元素分值的集合就是一个区间值犹豫模糊集。区间值犹豫模糊熵在犹豫模糊集的基础上，将隶属度得分从单值信息拓展成区间值信息。在评估专家对技术状态评估元素重要度进行打分时，利用此方法能够削弱专家打分的不确定因素。

定义 2[5]：设 X 为论域，称 $A=\{<x,\mu_\alpha(x),v_\alpha(x)>|x\in X\}$为毕达哥拉斯模糊集，其中：对于集合 A 中的任意 $x\in X$ 而言，映射 $\mu_\alpha: X\to[0,1]$ 表示其隶属度，映射 $v_\alpha: X\to[0,1]$ 表示其非隶属度，$\pi_\alpha(x)=\sqrt{1-(\mu_\alpha(x))^2-(v_\alpha(x))^2}$ 表示其不确定性，称之为犹豫度；满足 $0\leqslant(\mu_\alpha(x))^2+(v_\alpha(x))^2\leqslant 1$。

PFS 中的 $\alpha_i=<\mu_{\alpha_i},v_{\alpha_i}>(i=1,2,\cdots,n)$ 称为毕达哥拉斯模糊数(pythagoreanfuzzy number，PFN)，其 $\oplus$ 运算[21]为：

$$\alpha_1\oplus\alpha_2=<\sqrt{\mu_{\alpha_1}^2+\mu_{\alpha_2}^2-\mu_{\alpha_1}^2\mu_{\alpha_2}^2},\ v_{\alpha_1}v_{\alpha_2}>。\tag{1}$$

毕达哥拉 Hamacher⊕运算[11]为：

$$\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \left\langle \sqrt{\frac{\mu_{\alpha_1}^2 + \mu_{\alpha_2}^2 - \mu_{\alpha_1}^2\mu_{\alpha_2}^2 - (1-\gamma)\mu_{\alpha_1}^2\mu_{\alpha_2}^2}{\gamma + (1-\gamma)(1-\mu_{\alpha_1}^2\mu_{\alpha_2}^2)}}, \sqrt{\frac{v_{\alpha_1}v_{\alpha_2}}{\gamma + (1-\gamma)(v_{\alpha_1}^2 + v_{\alpha_2}^2 - v_{\alpha_1}^2 v_{\alpha_2}^2)}} \right\rangle。 \quad (2)$$

式中：$\gamma \in (0,\infty)$，$\lambda > 0$。

设 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$为 PFN 权重向量，且 $\omega_i \geqslant 0$，$i = 1, 2, \cdots, n, \sum_{i=1}^{n}\omega_i = 1$，若 $\text{PFHWA}(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n) = \oplus_{i=1}^{n}(\omega_i \alpha_i)$，则称 PFHWA 为毕达哥拉斯模糊 Hamacher 加权平均算子[11]，简称 PFHWA 算子。

$$\text{PFHWA}(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n) = \left\langle \sqrt{\frac{\prod_{i=1}^{n}(1+(\gamma-1)\mu_{\alpha_i}^2)^{\omega_i} - \prod_{i=1}^{n}(1-\mu_{\alpha_i}^2)^{\omega_i}}{\prod_{i=1}^{n}(1+(\gamma-1)\mu_{\alpha_i}^2)^{\omega_i} + (\gamma-1)\prod_{i=1}^{n}(1-\mu_{\alpha_i}^2)^{\omega_i}}}, \sqrt{\frac{\sqrt{\gamma}\prod_{i=1}^{n}v_{\alpha_i}^{\omega_i}}{\prod_{i=1}^{n}(1+(\gamma-1)v_{\alpha_i}^2)^{\omega_i} + (\gamma-1)\prod_{i=1}^{n}v_{\alpha_i}^{2\omega_i}}} \right\rangle。 \quad (3)$$

定义 3[21]：设 $\alpha = \langle \mu_\alpha, v_\alpha \rangle$ 为毕达哥拉斯模糊数，定义 $s_\alpha = \mu_\alpha^2 - v_\alpha^2$ 为 α 的得分函数。

2　区间值犹豫模糊熵和得分函数的改进

2.1　对区间值犹豫模糊熵的改进

在确定某系统技术状态各评估元素权重时，邀请 n 位专家对同一层级的 m 个元素重要度进行打分。为减轻专家打分的主观性和犹豫度带来的影响，利用区间值犹豫模糊熵进行改进，计算第 i 位专家对元素 j 的打分区间值犹豫模糊熵的方法如下。

将所有评估专家对元素 j 的打分犹豫模糊元 $\bar{h}_z(j)$ 代入式(4)，计算各元素的区间值犹豫模糊熵 Z_j。

$$Z_j = \frac{1}{\sqrt{2}-n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sin\left(\pi(\bar{h}_{Z(i)}^{-} + \bar{h}_{Z(n-i+1)}^{+})/4\right) + \cos\left(\pi(\bar{h}_{Z(i)}^{-} + \bar{h}_{Z(n-i+1)}^{+})/4\right) - 1\right)。 \quad (4)$$

式中：n 为专家总人数；$\bar{h}_{Z(i)}^{-}(j)$ 为第 i 位专家对元素 j 的打分区间的下限值；$\bar{h}_{Z(i)}^{+}(j)$ 为第 i 位专家对元素 j 的打分区间的上限值。

为得到毕达哥拉斯模糊矩阵，需求出矩阵中各隶属度，即需要每位专家对每个元素打分的犹豫模糊熵与其一一对应；因此，将式(4)改进如下：

$$Z_{ij} = \frac{n}{\sqrt{2}-n}\left(\sin(\pi(\bar{h}_{Z(i)}^{-} + \bar{h}_{Z(i)}^{+})/4) + \cos(\pi(\bar{h}_{Z(i)}^{-} + \bar{h}_{Z(i)}^{+})/4) - 1\right)。 \quad (5)$$

式中：n 为专家总人数；Z_{ij} 为第 i 位评估专家对元素 j 的打分区间值犹豫模糊熵。

2.2　对得分函数的改进

根据前文计算的各元素区间值犹豫模糊熵，得出专家 i 对某元素 j 重要度打分所占的权重 ω_{ij} 为：

$$\omega_{ij} = (1-Z_{ij}) \Big/ \sum_{i=1}^{n}(1-Z_{ij})。 \quad (6)$$

由 $\mu_{ij} = Z_{ij}$，$\pi_{ij} = \bar{h}_{Z(i)}^{+} - \bar{h}_{Z(i)}^{-}$，$v_{ij} = \sqrt{1-\mu_{ij}^2 - \pi_{ij}^2}$，计算毕达哥拉斯模糊 $\alpha_{ij} = < \mu_{ij}, v_{ij} >$ 的得分函数：

$$s(\alpha_{ij}) = \mu_{ij}^2 - v_{ij}^2。 \quad (7)$$

式中：μ_{ij} 为毕达哥拉斯隶属度；v_{ij} 为毕达哥拉斯非隶属度。

为根据实际情况实现权重值的动态性，同时方便矩阵运算，将 PFHWA 算子引入得分函数。令各专家打分权重相同，改进式(7)可得元素 j 得分函数为：

$$s(\alpha_{ij}) = \frac{\prod_{i=1}^{n}(1+(\gamma-1)\mu_{\alpha_{ij}}^2)^{1/n} - \prod_{i=1}^{n}(1-\mu_{\alpha_{ij}}^2)^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(1+(\gamma-1)\mu_{\alpha_{ij}}^2)^{1/n} + (\gamma-1)\prod_{i=1}^{n}(1-\mu_{\alpha_{ij}}^2)^{1/n}} - \frac{\sqrt{\gamma}\prod_{i=1}^{n}v_{\alpha_{ij}}^{1/n}}{\prod_{i=1}^{n}(1+(\gamma-1)v_{\alpha_{ij}}^2)^{1/n} + (\gamma-1)\prod_{i=1}^{n}v_{\alpha_{ij}}^{2/n}}。 \quad (8)$$

式中：$\mu_{\alpha_{ij}}$ 为毕达哥拉斯模糊数 α_{ij} 的隶属度；$v_{\alpha_{ij}}$ 为毕达哥拉斯模糊数 α_{ij} 的非隶属度，$\gamma > 0$，为一可变系数。

3　Hamacher 区间模糊算法

根据前文提出的区间值犹豫模糊熵的运算方法，可运用 Hamacher 加权平均算子算出毕达哥拉斯模糊数的隶属度、非隶属度和犹豫度，从而算出各元素得分函数，最后得到归一化的权重，旨在降低专家打分犹豫度与不确定性对技术状态评估元素权重确定的影响。笔者提出基于毕达哥拉斯 Hamacher 区间模糊算法的技术状态评估元素权重确定算法，该算法基于前文计算的得分函数，对技术状态评估权重确定进行优化，具体步骤如下：

在某系统技术状态评估时，设有 n 位专家，分别对 m 项评价元素的重要程度进行打分，在[0,1]范围内给出元素权重的得分区间，要求得分区间跨度不大于 0.2，并规定各评估专家的权重是相等的。

步骤 1：构建专家集 $P=\{P_1\cdots P_i\cdots P_n\}$、某系统技术状态评估元素集 $B=\{B_1\cdots B_i\cdots B_m\}$。专家需要在[0,1]的范围内，给出元素重要度的得分区间，第 i 位专家对第 j 个元素重要度的打分对应的犹豫模糊元为 $\bar{h}_{Z(i)}(j)=\{\bar{h}^{-}_{Z(i)}(j),\bar{h}^{+}_{Z(i)}(j)\}$。其中：$\bar{h}^{-}_{Z(i)}(j)$ 为打分区间下限值，$\bar{h}^{+}_{Z(i)}(j)$ 为打分区间上限值，专家打分的集合构成一个区间值犹豫模糊集 $h_Z(n)$。

步骤 2：得分区间上下限之差即为犹豫度，可得犹豫度矩阵 $\pi_{ij}=\bar{h}^{+}_{Z(i)}(j)-\bar{h}^{-}_{Z(i)}(j)$，将第 i 位专家对元素 j 重要度的打分犹豫模糊元 $\bar{h}_Z(i)$ 代入式(5)，计算得到元素重要度的区间值犹豫模糊熵 Z_{ij}，第 i 位专家对第 j 个元素重要度打分的支持度，也即毕达哥拉斯模糊数隶属度 $\mu_{ij}=Z_{ij}$，则非隶属度 $v_{ij}=\sqrt{1-\pi_{ij}^2-\mu_{ij}^2}$。

步骤 3：由步骤 2 计算可得专家 i 对第 j 个元素重要度打分的毕达哥拉斯模糊数 $\alpha_{ij}=<\mu_{ij},v_{ij}>$，由此建立毕达哥拉斯模糊决策矩阵 $\boldsymbol{M}=(\alpha_{ij})_{mn}$ 用于得分函数的计算。

步骤 4：由式(8)计算得各元素得分函数 $s(\alpha_{ij})$，并将其进一步归一化后可得各元素权重为：

$$\omega_{ij}=s(\alpha_{ij})\Big/\sum_{j=1}^{m}s(\alpha_{ij})。\tag{9}$$

本方法同样适用于多层级指标体系。在某二级指标体系中，令专家对一级、二级指标重要性进行区间打分，通过步骤 1—4 计算出一级指标的模糊熵值和权重后，再用相同步骤计算出二级指标的熵值、相对权重和总权重。

4　算例分析

4.1　算法正确性验证

现有 5 名专家对某船舶推进系统进行技术状态评估，该系统主要由推进柴油机组(B_1)、齿轮箱(B_2)、调距桨(B_3)、监控系统(B_4)、动力辅助系统(B_5)和轴系(B_6) 6 个分系统组成。现有打分专家集 $P=\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$对推进系统技术状态评估元素集 $B=\{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6\}$进行重要度打分，各专家的权重相等。

专家需要在[0, 1]的范围内给出元素重要度的得分区间，各专家对各元素的打分结果如表 1 所示。

表 1　各分系统重要度专家打分

元素	专家				
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
B_1	[0.8, 0.9]	[0.7, 0.8]	[0.9, 1.0]	[0.7, 0.9]	[0.8, 0.9]
B_2	[0.6, 0.8]	[0.6, 0.8]	[0.7, 0.8]	[0.6, 0.8]	[0.8, 0.9]
B_3	[0.5, 0.6]	[0.7, 0.8]	[0.6, 0.7]	[0.6, 0.7]	[0.6, 0.8]
B_4	[0.4, 0.5]	[0.3, 0.5]	[0.4, 0.6]	[0.5, 0.6]	[0.4, 0.5]
B_5	[0.5, 0.6]	[0.6, 0.8]	[0.5, 0.7]	[0.6, 0.7]	[0.6, 0.8]
B_6	[0.6, 0.8]	[0.7, 0.9]	[0.7, 0.8]	[0.6, 0.7]	[0.7, 0.8]

取 n=5，将各元素的得分区间代入式(5)进行计算，得到评估元素的区间值犹豫模糊熵矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 为：

$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}-0.287\,0 & -0.427\,5 & -0.105\,1 & -0.362\,6 & -0.287\,0\\ -0.481\,1 & -0.481\,1 & -0.427\,5 & -0.481\,1 & -0.287\,0\\ -0.571\,5 & -0.427\,5 & -0.523\,1 & -0.523\,1 & -0.481\,1\\ -0.571\,5 & -0.553\,3 & -0.577\,6 & -0.571\,5 & -0.571\,5\\ -0.571\,5 & -0.481\,1 & -0.553\,3 & -0.523\,1 & -0.481\,1\\ -0.481\,1 & -0.362\,6 & -0.427\,5 & -0.523\,1 & -0.427\,5\end{bmatrix}。$$

第 i 位专家对第 j 项元素重要度打分的犹豫度矩阵 $\boldsymbol{\pi}$ 为：

$$\boldsymbol{\pi}=\begin{bmatrix}0.100\,0 & 0.100\,0 & 0.100\,0 & 0.200\,0 & 0.100\,0\\ 0.200\,0 & 0.200\,0 & 0.100\,0 & 0.200\,0 & 0.100\,0\\ 0.100\,0 & 0.100\,0 & 0.100\,0 & 0.100\,0 & 0.200\,0\\ 0.100\,0 & 0.200\,0 & 0.200\,0 & 0.100\,0 & 0.100\,0\\ 0.100\,0 & 0.200\,0 & 0.200\,0 & 0.100\,0 & 0.200\,0\\ 0.200\,0 & 0.200\,0 & 0.100\,0 & 0.100\,0 & 0.100\,0\end{bmatrix}。$$

非隶属度矩阵 $\boldsymbol{v}$ 为：

$$\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}0.952\,7 & 0.898\,5 & 0.989\,4 & 0.910\,2 & 0.952\,7\\ 0.853\,6 & 0.853\,6 & 0.898\,5 & 0.853\,6 & 0.952\,7\\ 0.814\,5 & 0.898\,5 & 0.846\,4 & 0.846\,4 & 0.853\,6\\ 0.814\,5 & 0.808\,6 & 0.791\,5 & 0.814\,5 & 0.814\,5\\ 0.814\,5 & 0.853\,6 & 0.808\,6 & 0.846\,4 & 0.853\,6\\ 0.853\,6 & 0.910\,2 & 0.898\,5 & 0.846\,4 & 0.898\,5\end{bmatrix}。$$

由此可得毕达哥拉斯模糊集矩阵 $\boldsymbol{M}$：

$$\boldsymbol{M}=\begin{Bmatrix}<-0.287\,0,0.952\,7> & <-0.427\,5,0.898\,5> & <-0.105\,1,0.989\,4> & <-0.362\,6,0.910\,2> & <-0.287\,0,0.952\,7>\\ <-0.481\,1,0.853\,6> & <-0.481\,1,0.853\,6> & <-0.427\,5,0.898\,5> & <-0.481\,1,0.853\,6> & <-0.287\,0,0.952\,7>\\ <-0.571\,5,0.814\,5> & <-0.427\,5,0.898\,5> & <-0.523\,1,0.846\,4> & <-0.523\,1,0.846\,4> & <-0.481\,1,0.853\,6>\\ <-0.571\,5,0.814\,5> & <-0.553\,3,0.808\,6> & <-0.577\,6,0.791\,5> & <-0.571\,5,0.814\,5> & <-0.571\,5,0.814\,5>\\ <-0.571\,5,0.814\,5> & <-0.481\,1,0.853\,6> & <-0.553\,3,0.808\,6> & <-0.523\,1,0.846\,4> & <-0.481\,1,0.853\,6>\\ <-0.481\,1,0.853\,6> & <-0.362\,6,0.910\,2> & <-0.427\,5,0.898\,5> & <-0.523\,1,0.846\,4> & <-0.427\,5,0.898\,5>\end{Bmatrix}。$$

令 γ=1.55，由式(8)计算各元素得分函数 $s(\alpha_j)$ 并归一化，得到各元素权重如表 2 所示。

表 2　各分系统重要度得分

元素	权重	元素	权重
B_1	0.225 8	B_4	0.119 5
B_2	0.182 0	B_5	0.143 3
B_3	0.151 2	B_6	0.178 3

对各分系统重要度权重得分结论分析得到排序 $B_1>B_2>B_6>B_3>B_5>B_4$，即推进柴油机组重要度最高，且与其他元素区分明显，齿轮箱、轴系、调距浆、动力辅助系统次之，它们之间区分度不高，监控系统重要度最低。上述排序结果与专家打分直觉相符，又进一步明晰了权重的具体取值。运用 Hamacher 区间模糊算法可有效得到各元素权重，验证了本文中算法的正确性和高效性。

4.2　参数 γ 变化的影响

文献[11]提到随参数 γ 增加，各方案的得分函数值随之变化，并从整体上呈现出递增趋势。本节将研究各元素权重随 γ 取值变化的情况。

由式(8)计算得归一化后的各元素得分函数 $s(\alpha_j)$时，令 γ 在[0.01, 2]区间内，以 0.1 为间隔进行取值。以 γ 为横坐标，各元素权重得分为纵坐标，经计算可得各元素权重得分变化如图 1 所示。

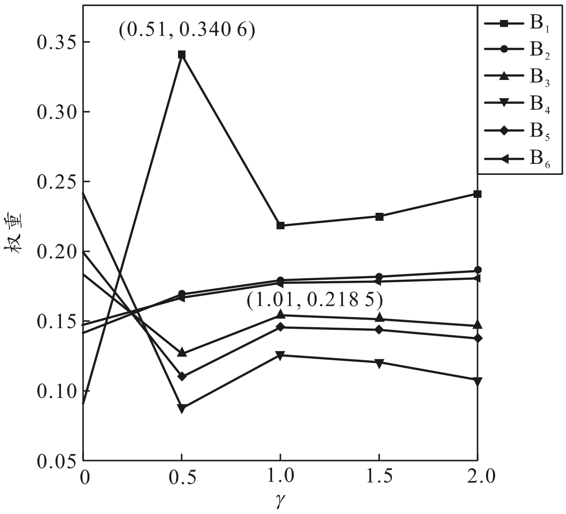

图 1　各元素权重得分随 γ 变化

由上图可以看出，$\gamma\leqslant0.51$时，各元素权重得分随 γ 变化剧烈，且权重排序不符合专家直觉，不具备参考价值，故剔除。$0.51<\gamma\leqslant2$ 时，各元素权重排序不变且与专家直觉相符。其中，$0.51<\gamma\leqslant1.01$ 时，各元素权重得分变化同样较为剧烈，出于稳定性考虑进行剔除。$1.01<\gamma\leqslant2$ 时，各元素权重趋于稳定，对于权重确定。在 4.1 节中取 $\gamma=1.55$ 进行计算，能取得较好的效果。

5　结论

针对复杂装备技术状态评估确定元素权重时存在的专家犹豫、权重确定动态性不足和方法普适度不高的问题，笔者首先选取了运用条件更宽广的毕达哥拉斯模糊集参与权重确定，从隶属度、非隶属度、犹豫度 3 方面综合衡量专家打分，给方法较高的普适性奠定了基础。其次，针对专家打分法确定元素权重时存在犹豫的情况，引入并改进了对不确定性信息分析能力更强的区间值犹豫模糊熵，帮助专家通过区间值更好地描述不精确对象。出于对评估中元素权重动态变化这一实际情况的考量，选取具有可变系数的 Hamacher 算子，提出了 Hamacher 区间模糊算法。最后结合算例，验证了该方法的适用性，改进了复杂装备技术状态评估中元素权重的确定方法，具有一定的实践意义。

参考文献：

[1] 马飒飒，陈国顺，方兴桥. 复杂装备故障预测与健康管理系统初探[J]. 计算机测量与控制, 2010, 18(1): 1-4.
[2] 耿俊豹，邱玮，孔祥纯. 基于粗糙集和 D-S 证据理论的设备技术状态评估[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(1): 112-115.
[3] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and control, 1965, 8(3): 338-353.
[4] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy set and system, 1986, 20(1): 87-96.
[5] YAGER R R, BASOV A M. Pthagorean membership grades, complex numbers and decision making[J]. International journal of intelligent systems, 2013, 28(5): 436-452.
[6] AKRAM M, NAZ S, DAWAZ B. Simplified interval-valued Pythagorean fuzzy graphs with application[J]. Complex & intelligent systems, 2019, 5(2): 425-433.
[7] 赵丽琴，刘昶，曹明生. 复杂装备健康度评估方法研究综述[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(11): 1-7, 17.
[8] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I[J]. Inf. Sci., 1975, 8(3): 192-198.
[9] PENG X D, YANG Y. Fundamental Properties of interval-valued Pythagorean fuzzy aggregation operators[J]. International journal of intelligent systems, 2015, 31(5): 444-487.
[10] ZHANG M Y, ZHENG T T, ZHENG W R, et al. Interval-Valued Pythagorean Hesitant Fuzzy Set and Its Application to Multiattribute Group Decision-Making[J]. Complexity, 2020, 8(3): 257-263.

（下转第 87 页）