

doi: 10.7690/bgzdh.2023.08.004

多维变量对机械加工误差影响系统分析

赵华伟, 刘燕军, 李哲, 李晨蕊

(内蒙古北方重工业集团有限公司装备研究所, 内蒙古 包头 014000)

摘要: 针对加工零件传统单一变量对加工误差统计分析, 不能解决多关联变量之间的关系对加工误差的影响问题, 提出一种多维随机变量的机械加工误差分析系统。通过分析加工零件的关联尺寸, 用 Matlab 建立加工误差的分布规律图, 分析产生有效加工误差的概率; 用统计产品和服务解决方案 (statistical product and service solution, SPSS) 对测量出的关联尺寸组进行 Q 型聚类分析, 分析加工误差易发生段; 用 3 维点图法分析关联尺寸产生的系统误差和随机误差; 建立环形轴类零件的加工误差系统分析模型。结果表明, 该分析系统能提高机械加工误差分析的精确度。

关键词: 加工误差; 关联变量; Q 型聚类分析; 3 维点图法; 系统误差; 随机误差

中图分类号: TP391.7 **文献标志码:** A

Systematic Analysis of Influence of Multidimensional Variable on Machining Error

Zhao Huawei, Liu Yanjun, Li Zhe, Li Chenrui

(Equipment Research Institute of Inner Mongolia North Heavy Industry Group Co., Ltd., Baotou 014000, China)

Abstract: Aiming at the problem that the traditional statistical analysis of machining error based on single variable can not solve the influence of multiple associated variables on machining error, a machining error analysis system based on multi-dimensional random variables is proposed. The probability of effective machining error is analyzed by analyzing the correlation dimension of machining parts and establishing the distribution law of machining error with Matlab. The statistical product and service solution (SPSS) is used to carry out Q-type clustering analysis on the measured correlation dimension groups to analyze the sections where processing errors are prone to occur, and the three-dimensional point diagram method is used to analyze the systematic errors and random errors caused by the correlation dimensions; A systematic analysis model of the machining error of ring shaft parts is established. The results show that the analysis system can improve the accuracy of machining error analysis.

Keywords: machining error; associated variables; Q clustering analysis; three-dimensional map method; system error; random error

0 引言

机械加工的首要任务是保证零件所要求的加工精度^[1]。随着制造业科技水平的不断发展, 对机械产品的精度要求也越来越高, 一般主要考虑零件加工时的尺寸精度、形状精度和位置精度^[2-5]。影响零件加工精度的因素有很多, 考虑多维影响加工精度的指标因素至关重要。在实际零件加工过程中, 工人希望实际测量尺寸与理论尺寸误差越小越好, 但在加工时不确定因素很多, 很难用单因素分析法分析其因果关系, 且在加工时产生的关联因素很多, 用单一的因素分析不具备全面性, 其分析结果对加工误差系统分析价值意义不大; 需要一种多维随机变量分析法对加工误差进行系统分析, 这种分析方法考虑的因素较多, 且能很好地反映众多关联因素对加工过程的影响, 也能分离多维联合随机变量, 建立边缘单一变量分布的影响过程, 进而更加有效

分析加工误差的规律。

1 机械加工误差分析系统的建立

针对机械加工过程中传统单一变量对加工误差影响统计分析系统的局限性, 笔者提出一种多维随机变量的机械加工误差分析系统。该系统主要由 3 方面构成: 1) 对加工误差的分布规律进行多维统计, 结合 Matlab 建立数学模型, 分析加工误差的有效范围, 可得出在相同的加工环境生产的合格零件的占比; 2) 对产生加工误差的多频段区域进行综合分析, 结合统计产品和服务解决方案 (SPSS) 软件建立数学模型, 分析在组测过程中, 确定合理误差发生的多频段区域, 通过分析多频段区域在误差范围中的位置, 能够直观看出机床此时的加工状态是否良好; 3) 对加工误差统计分析, 结合 Matlab 建立 $\bar{x}-\bar{y}-R$ 点图, 能够多维且有效反映工艺过程指标

收稿日期: 2023-04-11; 修回日期: 2023-05-15

作者简介: 赵华伟(1988—), 男, 内蒙古人。

分布中心(系统误差)和质量指标分散范围(随机误差)的变化,判断工艺过程是否稳定,从而判断是否需要及时调整机床和加工状态。通过分析这 3 方面组合,可全面有效地分析各方面因素的加工误差对加工过程的影响。

2 基于 2 维正态分布的机械加工误差分布规律

2.1 加工误差 2 维正态分布的构建

机械加工产生的误差分布规律很多,常见分布规律有平顶分布、偏态分布、正态分布、双峰分布等^[6]。这些分布只能单一地分析加工过程中某因素

$$f(x, y) = \left(2\pi\delta_1\delta_2\sqrt{1-\rho^2} \right)^{-1} \exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{(x-\mu_1)^2}{\delta_1^2} - 2\rho(x-\mu_1)(y-\mu_2)/\delta_1\delta_2 + \frac{(y-\mu_2)^2}{\delta_2^2} \right) \right],$$

($-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty, \delta_1 > 0, \delta_2 > 0$)。

(1)

式中: $f(x, y)$ 为加工误差分布的概率密度; x, y 为环类零件的内、外径测量尺寸; μ_1, μ_2 为 x 和 y 随机变量总体算数平均值; δ_1, δ_2 为 x 和 y 随机变量的标准差; ρ 为 x 和 y 的相关性。

图 1 所示为环形轴类零件的 2 维图,通过在磨床上加工要求图样的内径 x 为 $\phi 25_{-0.040}^0$ mm, 图样的外径 y 为 $\phi 45_{+0.040}^0$ mm 的环形轴类零件图。在加工过程中,每隔一段时间连续抽取 5 个加工完环形轴类零件,通过千分尺对内径 x 和外径 y 进行测量,总结出一组数据,共测得 10 组工件 100 个数据,然后进行统计,表 1 所示为 10 组工件加工完毕的内径 x 和外径 y 测量值,其中定义: $x=25\ 000+a, y=45\ 000+b$ 。

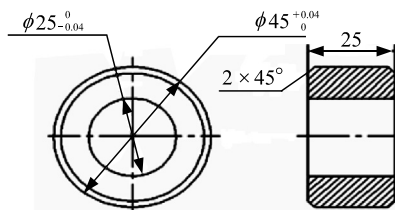


图 1 环形轴类零件

表 1 环形轴类零件内外径测量值 μm

组号	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
1	32	28	17	22	26	33	28	36	18	24
2	38	30	29	34	31	40	33	26	34	18
3	31	41	36	35	31	32	26	43	31	26
4	36	27	18	26	32	34	26	17	23	36
5	35	25	36	32	35	24	32	40	33	27
6	44	43	32	27	38	43	32	36	27	21
7	36	23	27	34	22	36	24	18	32	27
8	23	24	40	35	40	24	32	27	38	40
9	19	26	32	28	32	18	14	28	24	32
10	31	27	32	24	28	32	18	36	30	26

通过对环形轴类零件的测量,分析测量数据,再根据 2 维正态分布各参数计算公式计算出各参数

在某方向产生的加工误差,而实际加工过程中,关联影响因素对加工误差的影响很大,有时 2 个关联因素产生的误差影响值远大于 2 个单作用因素产生的误差影响值之和,所以很必要考虑多维加工因素在多维方向上产生的加工误差。

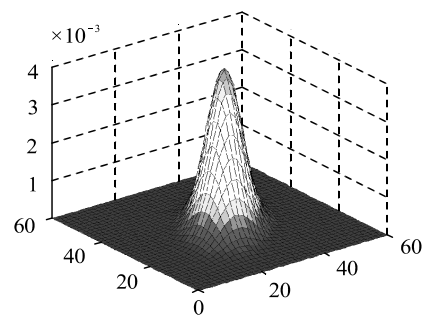
实践证明,在没有某种优势误差影响因素的前提下,在机床上用调整法加工一批零件时,统计数据得到的实验分布曲线图与正态分布曲线图接近^[6]。笔者对环类零件的内、外径关联尺寸进行加工误差分析,提出基于 2 维正态分布的机械加工误差分布规律,2 维正态分布的概率密度函数表达式为:

的值,如式(2)所示,得到测量结果分别是 $\mu_1=30.6\ \mu\text{m}, \mu_2=29.1\ \mu\text{m}, \delta_1=6.32, \delta_2=7.15, \rho=0.5216$ 。

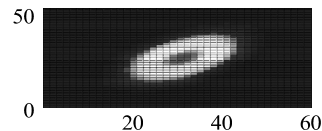
$$u = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2},$$

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}.$$
(2)

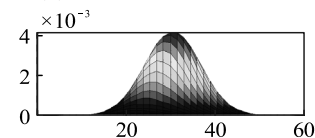
式中: $\text{Cov}(X, Y)$ 为变量 X 和 Y 的协方差; $E(XY)$ 为变量 X 和 Y 联合的数学期望; $E(X), E(Y)$ 为变量 X, Y 的数学期望; $\sqrt{D(X)}, \sqrt{D(Y)}$ 为变量 X, Y 的标准差。运用 Matlab 软件画出加工误差 2 维正态概率密度分布图以及投影各视角平面正态分布图,如图 2 所示。



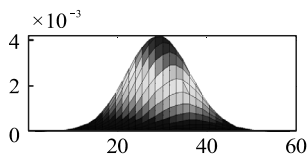
(a) 加工误差 2 维正态概率密度分布



(b) 在 XOY 面上的投影



(c) 在 XOZ 面上的投影



(d) 在 YOZ 面上的投影

图 2 加工误差概率密度分布

2.2 基于 2 维正态分布规律的有效加工误差分析

2 维正态分布总体的均值 μ 和标准差 δ 通常是未知的，但可以通过它们的样本平均值 \bar{X} 和样本标准差 δ 来估计^[7]。这样在批量加工同类零件时，抽取其中的少部分作为整体加工精度判别的样本，即可大体上估算整批工件的加工精度。对 10 组环形轴类零件的加工关联尺寸测量，得出 μ 和 δ ，从而建立加工误差概率密度分布图；从图 2 中不仅能看出总体关联尺寸对零件加工误差的影响，也可经投影视角看出单一尺寸在某方向对加工误差的影响。

由于加入相关系数 ρ ，可从 2 维正态分布中确定随机变量 X 和 Y 的边缘分布；因此，又可建立某个随机变量在某方向上对加工误差的平面概率密度分布，表达式为：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}, (-\infty < x < +\infty)。 \quad (3)$$

通过上式计算，其中落在 $x-\mu = \pm 3\delta$ 范围内的面积占总面积的 99.73%，也就是说 99.73% 的测量工件尺寸落在 $\pm 3\delta$ 范围内，仅有 0.27% 的工件在范围之外，可以忽略不计，所以在机械加工误差分析领域内 $\pm 3\delta$ 用处非常广泛，代表某加工方法在一定条件(如毛坯余量，切削用量，组成的机床、夹具、刀具等)下所能达到的精度，同时也能看出合格工件产出的概率。通过总结大范围合格工件产出的概率，可得出在一般加工方法下，应使所选择的加工方法的标准偏差 δ 与公差带偏差 T 之间应具备 $6\delta \leq T$ 。通过分布图可以分析加工误差的性质，确定各种方法所能达到的精度，确定工序能力及其等级以及估算不合格率，对于误差分析等有重要的作用。

3 基于 SPSS 多元分析的加工误差多频段分析

多元分析 (multivariate analyses, MA) 是多维随机变量的一种统计分析方法，是数理统计中应用广泛的一个重要分支。由于变量的相关性，不能简单地把每个变量的结果进行汇总，需要对多变量统一分析，这是多变量统计分析的基本出发点。笔者通过 SPSS 软件对加工误差的多频段进行分析，对变量之间的相关性以及变量之间的主成份对加工误差的影响进行分析^[8]。

3.1 建立综合评价指标体系

针对加工环形轴类零件，对环形轴类零件的内径 x 和外径 y 的 1 对关联尺寸有加工精度保证前提下，建立 1 对关联相关尺寸变量，针对这 2 方面变量指标因素，结合测量数据的统计表，建立环形轴类零件加工误差在某关联随机变量处的指标体系。

3.2 变量相似性度量

记随机变量 a_i 和 b_j 取值 $(a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni})^T$ 和 $(b_{1j}, b_{2j}, \dots, b_{nj})^T$ ，为便于计算两变量之间的相关性，把上述两随机变量组成统一变量 x_j ，取值 $(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})^T \in R^n$ ，其中 $j=1, 2, \dots, 10$ ，则可以用 2 个变量 x_j 和 x_k 的样本相关系数作为它们相似性度量：由于只分析环形轴类零件在一次加工时，内径和外径加工产生的加工误差具有一定的相关性，而由于加工时，组间的内径与内径或者外径与外径之间存在加工误差时的关联几乎不存在；所以在计算时，只考虑 $a_i a_i$ 、 $a_i b_i$ 和 $b_i b_i$ 3 种相关系数，相关系数的计算公式为：

$$r_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k)}{\left[\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2 \right]^{1/2}}。 \quad (4)$$

通过上式变量间相关系数的计算原理，结合表格中 CORREL 函数，得出相关系数矩阵如表 2 所示。

表 2 相关系数矩阵

变量	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	1	0	0	0	0	0.874	0	0	0	0
a_2	0	1	0	0	0	0	0.519	0	0	0
a_3	0	0	1	0	0	0	0	0.410	0	0
a_4	0	0	0	1	0	0	0	0	-0.097	0
a_5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0.321
b_1	0.874	0	0	0	0	1	0	0	0	0
b_2	0	0.519	0	0	0	0	1	0	0	0
b_3	0	0	0.410	0	0	0	0	1	0	0
b_4	0	0	0	-0.097	0	0	0	0	1	0
b_5	0	0	0	0	0.321	0	0	0	0	1

3.3 基于 Q 型聚类的加工误差指标分析

聚类分析又称群分析，是对多个样本(指标)进行定量分类的一种多元统计分类方法，研究样本的称为 Q 型聚类分析^[9]，研究指标的称为 R 型聚类分析。笔者通过对内径和外径各组样本进行单独分析，建立 Q 型聚类分析模型，分析加工误差产生的多频段区，图 3 所示为加工误差 Q 型聚类分析的柱形图，根据对纵坐标进行划分，可以对工件组别进行不同的分类；图 4 所示为加工误差 Q 型聚类分析的树形图，根据图中所示，可将统计组按照误差情况分为 1 和 6，2 和 7，5 和 10，3 和 8，9 和 4，共 5 大类，可以发现 1 和 6 组误差变化最小，优势明显。

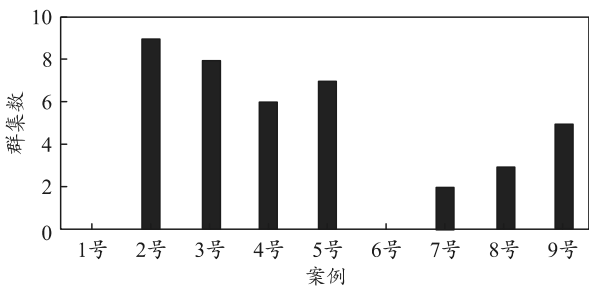


图 3 加工误差 Q 型聚类分析

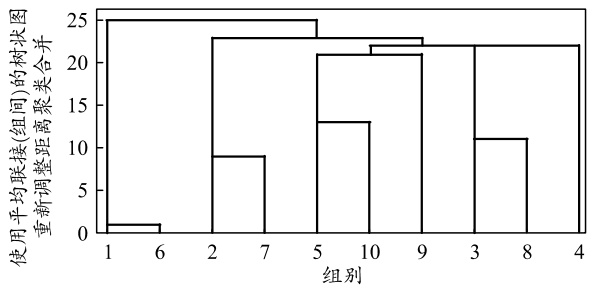


图 4 加工误差 Q 型聚类分析

4 基于 3 维点图法的加工误差统计分析

传统的分布图法在全部工件加工完之后才能分析每组加工零件的加工误差波动规律，其缺点是不能很好地反映零件加工次序以及加工误差的变化规律，不能按照特定规律变化区分加工时所产生的系统误差和随机误差。由于工艺系统出现的各种原始误差一直伴随着加工活动存在：如加工工具(机床、夹具和刀具等)的制造精度误差与老化磨损、工件的定位不可靠与夹紧偏移误差、测量不当造成的精度误差、工艺系统的调整误差，以及加工中的外部影响因素(如切屑力、夹紧力、应力释放和热量等)所引起的工件尺寸、形状和位置等不易估算误差，使工艺系统间正确的几何关系遭到破坏而产生加工误差^[10-12]。为克服这些不足，更利于批量生产的工艺过程质量控制，在生产实践中出现了点图法。

现流行的 2 维 $\bar{x}-R$ 图是由小样本均值 \bar{x} 的点图和小样本极差 R 的点图组成，该方法虽然能解决以上问题，但仅仅直观反映了单一变量对工艺过程质量影响，不能多维反映随机变量对工艺过程质量的影响。为直观了解多参数均值与小样本组序号，多参数极差与小样本组序号之间的关系，笔者提出一种基于 3 维 $\bar{x}-\bar{y}-R$ 点图法的加工误差分析方法。

在 $\bar{x}-\bar{y}$ 点图上， $\bar{\bar{x}}$ 和 $\bar{\bar{y}}$ 是小样本平均的均值线，也就是环形零件内径和外径测量的平均值， S_{UCL} 、 S_{LCL} 分别是小样本均值 $\bar{\bar{x}}$ 和 $\bar{\bar{y}}$ 上、下控制线所构成的矩形区域。在 R 点图上， \bar{R}_x 、 \bar{R}_y 分别是小样本极差 R_x 和 R_y 的均值线， S_{UR} 是小样本极差 R_x 和 R_y 的上控制线所构成的矩形区域。其中：

$$\begin{aligned} \bar{\bar{x}} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i, \bar{\bar{y}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{y}_i, \bar{R}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{xi}, \\ \bar{R}_y &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{yi}, S_{UR} = \overline{UR}_x \times \overline{UR}_y = \overline{DR}_x \times \overline{DR}_y, \\ S_{UCL} &= (\bar{\bar{x}} + A\bar{R}_x) \times (\bar{\bar{y}} + A\bar{R}_y), \\ S_{LCL} &= (\bar{\bar{x}} - A\bar{R}_x) \times (\bar{\bar{y}} - A\bar{R}_y). \end{aligned} \quad (5)$$

式中： n 为一批工件的分组数； \bar{x}_i 和 \bar{y}_i 为内径和外径第 i 组工件的平均尺寸； R_{xi} 和 R_{yi} 为内径和外径第 i 组工件的尺寸极差； A 、 D 系数^[7]如表 3。

表 3 A、D 系数值

每件组数	A	D
4	0.73	2.28
5	0.58	2.11
6	0.48	2.00

根据测量的内径 x 和外径 y 的统计值，结合公式计算出数值，运用 Matlab 软件绘制 $\bar{x}-\bar{y}$ 图和 R 图如图 5、6 所示。

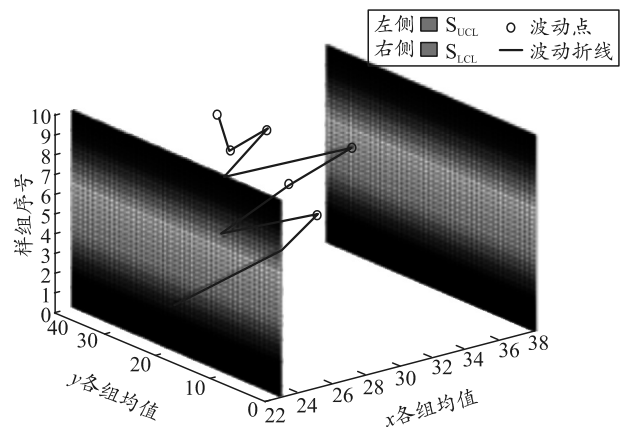


图 5 $\bar{x}-\bar{y}$

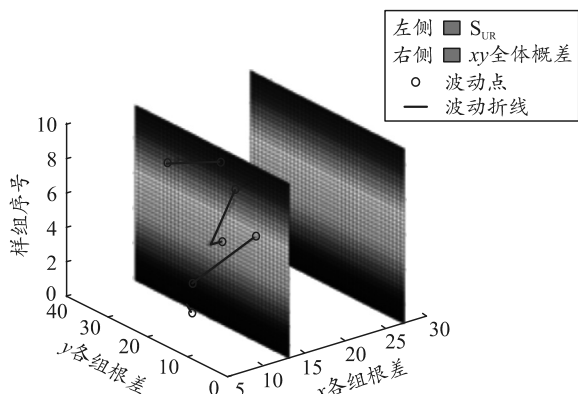


图 6 R

传统的 2 维点图法反映的是工艺过程质量指标分布中心(系统误差)以及指标分散范围(随机误差)的变化,虽然在分析工艺稳定时需要结合这 2 个点图一起使用,但也仅能直观反映出某一因素的均值和方差对工艺稳定性的影响,不能同时考虑 2 个以上因素的作用;而笔者提出的 $\bar{x}-\bar{y}$ 以及 R 3 维点图能够直观反映 2 个因素同时对工艺稳定性的影响。如图 5、6 所示,在 $\bar{x}-\bar{y}-R$ 图中没有波动点超过控制面,大部分波动点在均值面上上下波动,小部分波动点在控制面附近摆动,波动点没有明显的上升、下降倾向和周期性波动等规律性变化,代表此时工艺过程稳定;否则,表明工艺过程不稳定。在工艺过程出现非稳定性趋势时,要根据波动点的分布和超过控制面限度情况查找加工误差发生的原因,及时调整机床和加工状态,稳定工艺性能。

5 结论

在分析环形轴类零件关联尺寸的基础上,建立关联随机变量指标体系,并根据基于加工误差的正态分布规律分析、多元分析的多频段分析以及 3 维 $\bar{x}-\bar{y}-R$ 点图法的统计分析,建立机械加工误差影响系统的数学模型;通过分析这 3 方面数学模型,结合环形轴类零件实例总结:新建加工误差分析系

统能够 2 维分析在加工过程中关联尺寸对工件有效加工的影响,并能系统分析出加工误差多频发生段以及工艺过程的稳定性;提高了机械加工误差分析的精确度,对于 2 维分析的系统模型可以有效推广到多维随机变量对加工误差的影响,具有借鉴意义。

参考文献:

- [1] 于靖华. 基于工艺系统力变形的加工误差计算机辅助分析[J]. 机床与液压, 2010, 38(11): 109-111.
- [2] IWASAWA K, IWAMA A, MITSUI K. Development of a measuring method for several types of programmed tool paths for NC machines tools using a laser displacement Interferometer and a rotary encoder[J]. Precision Engineering, 2004, 28: 399-408.
- [3] 王胜, 刘宏昭. 数控车床位置精度检测与评定方法对比分析[J]. 中国机械工程, 2013, 24(14): 1862-1868.
- [4] 朱政红, 张春伟. 影响机械加工精度的几种因素[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2008(11): 76-82.
- [5] 戈广岭, 孙智鹏. 浅析零件加工误差与加工中心几何精度调整关系[J]. 工具技术, 2012, 46(11): 68-69.
- [6] 张世昌, 李旦, 高航, 等. 机械制造技术基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 157-159.
- [7] 郑修本. 机械制造工艺学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011: 207-209.
- [8] 赵翔, 唐敏, 刘正凡. 基于 SPSS 主成分分析的油料装备正规化建设评价[J]. 四川兵工学报, 2015, 36(4): 60-63.
- [9] 付殿敬, 徐敬领, 王贵文. 基于 Q 型聚类分析和贝叶斯判别算法研究储层分类评价[J]. 科技导报, 2011, 29(3): 29-33.
- [10] 王松伟, 蒋军彪, 姚合宝, 等. 高精度角度加工技术研究[J]. 应用光学, 2008, 29(6): 1013-1016.
- [11] 钟丽萍. 基于 Pro/E 和 ANSYS 渐开线齿轮接触应力分析[J]. 机械设计与制造, 2010(12): 102-104.
- [12] 王从军, 李湘生, 黄树槐. SLS 成型件的精度分析[J]. 华中科技大学学报, 2001, 29(6): 77-79.