

doi: 10.7690/bgzdh.2023.10.018

一种无人机集群相对定位新方法及编队队形影响分析

潘礼规¹, 尹佳琪², 徐春光¹

(1. 中山大学航空航天学院, 广东 深圳 518107;

2. 中国航天科工信息技术研究院系统仿真科技有限公司, 北京 100144)

摘要: 针对无人机集群编队问题, 提出一种无人机间相对定位方法。利用每架无人机上呈三角形配置的 3 个无线电收发装置, 基于高精度载波相位测量技术, 采用扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)算法, 实现对无人机位置、速度和姿态的同步求解; 给出相对定位模型和具体的滤波实现算法, 并对无人机集群在“线”“面”“体”等不同空间布局情况下的飞行状态进行估计和分析。结果表明: 相比于“线”布局, “面”布局可显著提升定位性能, 与“体”布局获得的效果无明显差异, 说明在无人机集群定位系统中, 合理配置观测几何能够有效提高相对定位精度; 仿真算例表明, 在良好观测几何的条件下, 冗余观测数据可进一步提高系统稳定性。

关键词: 无人机集群; 编队队形; 观测模型; 扩展卡尔曼滤波

中图分类号: V249.32 **文献标志码:** A

A New Method for Relative Positioning of UAV Group and Analysis of Formation Influence

Pan Ligui¹, Yin Jiaqi², Xu Chunguang¹

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China;

2. System Simulation Technology Co. Ltd., Information Technology Research Institute of China Aerospace Science and Technology, Beijing 100144, China)

Abstract: Aiming at the formation problem of unmanned aerial vehicles (UAVs), a relative positioning method between UAVs is proposed. Based on the high precision carrier phase measurement technology and the extended Kalman filter (EKF) algorithm, the synchronous solution of the position, velocity and attitude of the UAV is realized by using three radio transceivers configured in a triangle on each UAV; The relative positioning model and the specific filtering algorithm are given, and the flight States of the UAV group in different spatial layouts such as line, “surface” and “body” are estimated and analyzed. The results show that compared with the “line” layout, the “surface” layout can significantly improve the positioning performance, and there is no significant difference with the “body” layout, which indicates that in the UAV group positioning system, the rational configuration of observation geometry can effectively improve the relative positioning accuracy. Simulation examples show that under the condition of good observation geometry, redundant observation data can further improve the system stability.

Keywords: UAV group; formation; observation model; extended Kalman filter

0 引言

随着集群概念在军民领域的推广, 无人机集群编队技术逐渐受到广泛关注^[1]。无人机集群编队指多架飞行器按照特定队形编排和任务分配, 包括队形的形成、维持、调整以及重构等过程, 可实现单架无人机无法执行的飞行任务^[2-3]。在无人机集群编队飞行中, 充分利用集群内部有效信息是实现编队协同飞行的有效途径, 获取高精度相对定位信息则是协同编队导航的重要条件, 为实现编队精准控制提供了基础保障^[1]。

在协同定位方面, 研究人员开展了大量研究, 文献[4-6]利用 UWB 测距提高了相对定位精度。文

献[7-8]将惯导/数据链信息进行融合, 提出了协同定位方案, 有效缓解了惯导误差的发散速度。文献[7]利用几何图形平移旋转来估计惯导误差, 提高了定位性能。文献[8]则基于最小二乘法估计无人机相对位置误差, 通过秩亏网平差进一步提高定位精度。文献[9]联合解析几何和非线性迭代优化方法, 利用测距测角信息提高了双机协同定位精度。文献[10]将 UAV 组成三角形, 结合测距测角信息优化了导航性能。文献[11]基于距离测量和无人机站址位置构建协同观测模型, 利用 GDOP 最小值优化 3 架同高绕圈飞行的编队队形, 在编队成正三角形且中心投影处于目标附近时, 定位精度更高。

收稿日期: 2023-06-08; 修回日期: 2023-07-05

作者简介: 潘礼规(1997—), 男, 广西人, 硕士。

在无人机集群编队构型方面，不同的编队构型会对相对定位精度、飞行效率等产生影响^[12]。文献[13]指出，鸟类组成钝“V”字形编队飞行，个体能够节省近乎相同的能量；对锐“V”字形而言，处于首尾位置的个体则需要消耗更多能量。由此可见，鸟类编队飞行时，不同编队队形可影响飞行所需能量、飞行速度以及飞行距离。此外，在飞行过程中，产生的气动干扰会改变集群内部个体受到的力与力矩，影响个体在编队队形中的位置^[14]。编排合理的队形，将内部产生的气动干扰转变为驱动力，可使集群飞行能够减小飞行阻力、节省耗油量以及延长飞行距离，从而充分发挥集群飞行的优势。

笔者介绍一种适用于无人机集群相对定位的方法，该方法无需测速测角，通过机间测距即可同步解算无人机位置、速度以及姿态信息。文中给出具体的估值模型和滤波算法，并对不同空间布局的无人机集群，计算集群间相对定位结果，评估布局对相对定位精度的影响。

1 相对定位方案

1.1 定位方法及队形设计

无人机集群近距离飞行环境下，获取无人机高精度定位是防止无人机相互碰撞的关键技术之一。此外，针对无人机集群飞行，无法为每架无人机搭载高精度导航设备；因此，可在主飞行器中配备高精度导航设备，而僚机搭载低成本的导航与定位装置，结合相对定位方法实现对僚机的高精度定位。本文中方案采用主从式结构模式，实现多架主飞行器对从飞行器的相对定位。通过引入无线电发射/接收装置，为每架无人机配备呈三角几何关系的 3 个天线，从而实现飞行器位姿状态的解算。无人机机体坐标系以及天线位置如图 1 所示。

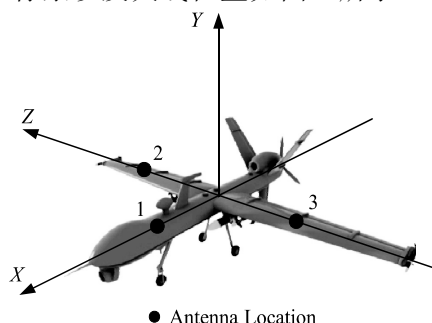


图 1 无人机天线位置

方案中，每架无人机机身上的 3 个天线均具有发射和接收无线电信号的功能，各无人机同一位置的天线可发射相同频率的电波信号，而同一架无人

机上不同位置天线发射不同频率电波。此外，每个天线均能够实时检测其他无人机发射的点频相位信号，以此构建相应的观测模型进行定位解算。

分析不同编队队形对飞行器定位性能的影响，主从式结构编队队形中，多架主机对一架从机进行观测，以某一主机作为领航无人机，其机体坐标系作为其他无人机的导航坐标系，图 2 所示为多架主飞行器对一架从飞行器的观测。

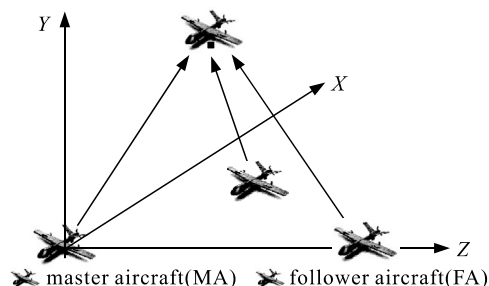


图 2 主从飞行器观测

笔者将多架主飞行器编排成 4 种队形，分析不同编队队形对从飞行器定位性能的影响。以某一主飞行器的机体坐标系为导航坐标系，多架主飞行器构成一定的队形，对从飞行器进行观测定位。图 3 给出了主飞行器 4 种编排队形飞行示意图。

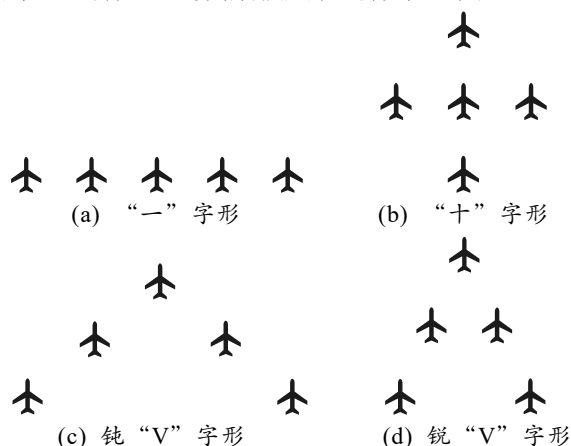


图 3 主飞行器编队队形

1.2 数学模型

1.2.1 基本位置模型

记每架无人机机身上的 3 个天线，在其自身机体坐标系中的坐标分别为 $(a, 0, 0)$ 、 $(0, 0, b)$ 和 $(0, 0, -b)$ 。某一主飞行器的导航坐标系中，记从机的坐标位置为 (x, y, z) ，且姿态角分别为方位角 (ψ) 、俯仰角 (ϑ) 和滚动角 (γ) 。则由欧拉角表示的旋转矩阵，可通过绕 Y 轴旋转方位角 ψ ，再绕 Z 轴旋转俯仰角 ϑ ，最后绕 X 轴旋转滚动角 γ 计算。联合从机的坐标位置与姿态角，可知 3 个天线位置为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^T \\ \mathbf{X}_2^T \\ \mathbf{X}_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_o^T \\ \mathbf{X}_o^T \\ \mathbf{X}_o^T \end{bmatrix} + \left(\mathbf{C}^T \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \right)^T \quad (1)$$

式中： \mathbf{X}_o^T 表示从机位置； \mathbf{X}_j^T 表示从机天线 j 的位置；旋转矩阵 \mathbf{C}^T 表示从机体坐标系到领航无人机机体坐标系的转换矩阵：

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos(\mathcal{G})\cos(\psi) & \sin(\mathcal{G}) & -\cos(\mathcal{G})\sin(\psi) \\ \sin(\gamma)\sin(\psi) - \cos(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) & \cos(\gamma)\cos(\mathcal{G}) & \sin(\gamma)\cos(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) \\ \cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) & -\sin(\gamma)\cos(\mathcal{G}) & \cos(\gamma)\cos(\psi) - \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} \cos(\mathcal{G})\cos(\psi) & \sin(\gamma)\sin(\psi) - \cos(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) & \cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) \\ \sin(\mathcal{G}) & \cos(\gamma)\cos(\mathcal{G}) & -\sin(\gamma)\cos(\mathcal{G}) \\ -\cos(\mathcal{G})\sin(\psi) & \sin(\gamma)\cos(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) & \cos(\gamma)\cos(\psi) - \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) \end{bmatrix} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)中，得到如下关系：

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} \cos(\mathcal{G})\cos(\psi) \\ \sin(\mathcal{G}) \\ -\cos(\mathcal{G})\sin(\psi) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} \cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) \\ -\sin(\gamma)\cos(\mathcal{G}) \\ \cos(\gamma)\cos(\psi) - \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - b \begin{bmatrix} \cos(\gamma)\sin(\psi) + \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) \\ -\sin(\gamma)\cos(\mathcal{G}) \\ \cos(\gamma)\cos(\psi) - \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

领航无人机在其自身导航坐标系中的坐标为：

$$\begin{bmatrix} x_{10} \\ y_{10} \\ z_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{20} \\ y_{20} \\ z_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{30} \\ y_{30} \\ z_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -b \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 $(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})^T$ 表示天线 i 的位置坐标，且 $i=1, 2, 3$ 。

主机对从机的观测距离为：

$$r_{ij} = \sqrt{(x_{i0} - x_j)^2 + (y_{i0} - y_j)^2 + (z_{i0} - z_j)^2} \quad (5)$$

式中 j 表示从机上第 j 个天线，且 $j=1, 2, 3$ 。

以相位量测值作为观测量，相位角、波长与距离存在如下关系：

$$r_{ij} = \theta_{ij} \lambda_i / 2\pi \quad (6)$$

1.2.2 基本速度模型

假设相位测量周期为 T ，且相位测量值记为 θ_{ij} 。

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} -\cos(\mathcal{G})\sin(\psi) & -\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) & 0 \\ 0 & \cos(\mathcal{G}) & 0 \\ -\cos(\mathcal{G})\cos(\psi) & \sin(\mathcal{G})\sin(\psi) & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\gamma)\cos(\psi) - \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) & \sin(\gamma)\cos(\mathcal{G})\cos(\psi) & -\sin(\gamma)\sin(\psi) + \cos(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) \\ 0 & \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G}) & -\cos(\gamma)\cos(\mathcal{G}) \\ -\cos(\gamma)\sin(\psi) - \sin(\gamma)\sin(\mathcal{G})\cos(\psi) & -\sin(\gamma)\cos(\mathcal{G})\sin(\psi) & -\sin(\gamma)\cos(\psi) - \cos(\gamma)\sin(\mathcal{G})\sin(\psi) \end{bmatrix} \quad (9)$$

若当前时刻记为 t_0 ，当前时刻 t_0 之前的第 k 个测量周期节点的相位测量值为 θ_{ijk} ，则可通过选择合适的测量周期 T 来保证连续周期节点间的相位测量值之差 $\delta\theta_{ijk} = (\theta_{ijk} - \theta_{ij(k+1)})$ 维持在 $(-\pi, \pi)$ 的范围内，其中 $k=0, 1, 2, \dots, N$ ；因此，主从飞行器天线间相对速度为：

$$\left. \begin{aligned} \delta\theta_{ijk} &= (\theta_{ijk} - \theta_{ij(k+1)}) \\ \dot{r}_{ijk} &= \delta\theta_{ijk} \cdot \lambda_i / (2\pi T) \\ \dot{R}_{ij} &= \sum_{k=0}^N \dot{r}_{ijk} / (N+1) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 N 表示当前时刻之前的第 N 个测量周期节点。

式(3)两边对时间求一阶导，则可得到相对速度与姿态变化关系为：

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + a\mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\mathcal{G}} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + b\mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\mathcal{G}} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} - b\mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\mathcal{G}} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中： $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ 表示从机速度； $(\dot{x}_j, \dot{y}_j, \dot{z}_j)$ 表示从机天线 j 的速度； $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$ 表示式(3)中相应向量对姿态角速率的 Jacobian 矩阵，具体为：

将式(5)两边对时间求导, 得相对速度为:

$$\dot{r}_{ij} = \frac{\dot{x}_j(x_j - x_{i0})}{r_{ij}} + \frac{\dot{y}_j(y_j - y_{i0})}{r_{ij}} + \frac{\dot{z}_j(z_j - z_{i0})}{r_{ij}} \quad (10)$$

式中: r_{ij} 表示天线 i 与天线 j 的计算距离; \dot{r}_{ij} 表示从机速度观测量。

针对 2 架无人机而言, 联合基本位置关系 9 个方程与基本速度关系 9 个方程共 18 个方程, 可求解任意非领航无人机 3 个天线位置与速度参数, 进而得到该无人机姿态参数。

取基本位置速度模型的非线性向量方程为:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{h}(\mathbf{X}) \quad (11)$$

式中: \mathbf{Z} 表示观测向量; $\mathbf{h}(\mathbf{X})$ 表示非线性向量函数; \mathbf{X} 表示从机状态向量。

若观测量取 $\mathbf{Z} = [r_{i1} \ r_{i2} \ r_{i3} \ \dot{r}_{i1} \ \dot{r}_{i2} \ \dot{r}_{i3}]^T$, 则基本位置速度关系方程具体形式为:

$$\begin{bmatrix} r_{i1} \\ r_{i2} \\ r_{i3} \\ \dot{r}_{i1} \\ \dot{r}_{i2} \\ \dot{r}_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_{i0} - x_1)^2 + (y_{i0} - y_1)^2 + (z_{i0} - z_1)^2} \\ \sqrt{(x_{i0} - x_2)^2 + (y_{i0} - y_2)^2 + (z_{i0} - z_2)^2} \\ \sqrt{(x_{i0} - x_3)^2 + (y_{i0} - y_3)^2 + (z_{i0} - z_3)^2} \\ \frac{\dot{x}_1(x_1 - x_{i0})}{r_{i1}} + \frac{\dot{y}_1(y_1 - y_{i0})}{r_{i1}} + \frac{\dot{z}_1(z_1 - z_{i0})}{r_{i1}} \\ \frac{\dot{x}_2(x_2 - x_{i0})}{r_{i2}} + \frac{\dot{y}_2(y_2 - y_{i0})}{r_{i2}} + \frac{\dot{z}_2(z_2 - z_{i0})}{r_{i2}} \\ \frac{\dot{x}_3(x_3 - x_{i0})}{r_{i3}} + \frac{\dot{y}_3(y_3 - y_{i0})}{r_{i3}} + \frac{\dot{z}_3(z_3 - z_{i0})}{r_{i3}} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (12)$$

式中: 等号左边的 r_{ij} 与 \dot{r}_{ij} 表示位置、速度观测量; \mathbf{v} 表示观测模型噪声, 满足均值为零的高斯白噪声序列。

2 扩展卡尔曼滤波

扩展卡尔曼滤波(EKF)算法在状态向量最优估计值与一步预测值处, 对非线性方程作泰勒近似并保留一阶项, 将非线性问题进行线性化处理^[15]。

2.1 状态方程

飞行器的离散时间状态方程为:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}[\mathbf{X}_{k-1}, k-1] + \mathbf{w}_k \quad (13)$$

式中: \mathbf{X}_k 表示系统状态向量, 利用无人机在 k 时刻 3 个天线的位置、速度进行描述, 即 $\mathbf{X}_k = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_3]^T$, 其中 $\mathbf{x}_j = [x_j, y_j, z_j]^T$ 、 $\dot{\mathbf{x}}_j = [\dot{x}_j, \dot{y}_j, \dot{z}_j]^T$, $j=1, 2, 3$; $\mathbf{f}[\bullet]$ 表示非线性状态向量函数; \mathbf{w}_k 表示系统模型噪声, 满足均值为零的高

斯白噪声序列, 其统计特性为:

$$\left. \begin{aligned} E(\mathbf{w}_k) &= \mathbf{0} \\ E(\mathbf{w}_k \mathbf{w}_j^T) &= \mathbf{Q}_k \delta_{k,j} \\ \delta_{k,j} &= \begin{cases} 1, & k=j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: \mathbf{Q}_k 表示过程噪声方差矩阵; $\delta_{k,j}$ 表示克罗内克(Kronecker- δ)函数。

已知系统在 t_{k-1} 时刻的系统状态参数最优估计值 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 和估计值的协方差矩阵 \mathbf{P}_{k-1} 。将式(13)的离散时间状态方程线性化处理, 可得:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}, k-1) \quad (15)$$

2.2 观测方程

与状态方程类似, 将观测方程在一步预测值 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ 处进行泰勒近似, 并仅保留线性项, 从而将非线性问题线性化处理。

飞行器离散时间观测方程为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}[\mathbf{X}_k, k] + \mathbf{v}_k \quad (16)$$

式中: \mathbf{Z}_k 为系统观测向量, 利用 k 时刻主飞行器对从飞行器的相位量测值表示, 即 $\mathbf{Z}_k = [r_{i1} \ r_{i2} \ r_{i3} \ \dot{r}_{i1} \ \dot{r}_{i2} \ \dot{r}_{i3}]^T$; $\mathbf{h}[\bullet]$ 表示非线性向量函数; \mathbf{v}_k 表示系统观测噪声, 满足均值为零的高斯白噪声序列。

根据 t_k 时刻状态一步预测值 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ 和预测值的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$, 将式(16)离散时间观测方程线性化处理, 则有

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}[\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}, k] + \mathbf{v}_k \quad (17)$$

相应地, 状态方程一步预测值的协方差矩阵传递表达式为:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_{k|k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k|k-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad (18)$$

根据卡尔曼滤波的量测更新阶段, k 时刻经过量测修正的状态最优估计值为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}, k)] \quad (19)$$

式中 \mathbf{K}_k 为卡尔曼增益, 表示时间更新与量测修正的权重, 其表达式为:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (20)$$

同理, 量测更新阶段的协方差矩阵表达式为:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (21)$$

综上所述, EKF 算法的递推方程如式(22)所示:

4 仿真验证

4.1 基本数据

采用数值仿真方法对上述模型进行仿真实验。为便于分析不同编队队形对飞行器相对定位性能的影响，假设主飞行器处于稳定飞行状态，从飞行器相对于领航无人机的位姿变化关系满足关系：

$$\left. \begin{aligned} x &= -200 + 4.0t \\ y &= 150 + 3.0t \\ z &= -200 + 4.0t \\ \psi &= -(\pi/36)\sin(2\pi ft + \pi/2) \\ \vartheta &= (\pi/18)\sin(2\pi ft + \pi/2) \\ \gamma &= (\pi/72)\sin(2\pi ft + \pi/2) \\ f &= 1/200 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中： (x, y, z) 表示飞行器位置参数； $(\psi, \vartheta, \gamma)$ 表示飞行器姿态参数； f 表示飞行器姿态变化频率。

已知每架无人机天线安装参数为 $a=1.0$ m, $b=1.0$ m, 主飞行器 3 个天线发射电磁波波长分别为 $\lambda_1=1$ m、 $\lambda_2=2$ m、 $\lambda_3=3$ m, 采样频率取 10 Hz。根据本文中主飞行器的编排队形，选取处于对称轴上的主飞行器机体坐标系作为其他无人机的导航坐标系，则 4 种编队队形主飞行器点位布置如下：

1) H000 方案。

主飞行器均布置在同一个高度 ($H=0$)，且包括“线”“面”2 种布局方式。4 种编队队形中，“一”字形处于“线”布局，其他 3 种属于“面”布局，分析“线”“面”布局方式对定位性能的影响。此方案中，邻近无人机相距 100 m，其中钝“V”字形夹角为 120° 、锐“V”字形夹角为 30° 。

2) H100 方案与 H600 方案。

从 H000 方案 4 种编队队形中，将“一”字形的“线”布局转换为“面”布局，钝“V”字形的“面”布局转换至“体”布局方式。通过设置不同飞行高度，以分析“面”“体”布局结构对定位性能的影响，各主飞行器飞行高度参数如表 1 所示。

表 1 不同编队队形下 UAV 高度参数 m

Formation	Scheme	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
“一”字形	H000	0	0	0	0	0
	H100	0	100	0	100	0
	H600	0	600	0	600	0
钝“V”字形	H000	0	0	0	0	0
	H100	0	100	0	100	0
	H600	0	600	0	600	0

4.2 初始条件

取初始时刻的无人机位置状态误差为 $(-1.335\ 00, -1.621\ 00, -1.682\ 19)$ m, 其速度状态误

差为 $(0.818\ 60, 0.686\ 10, 0.741\ 50)$ m/s。相应地，位置初始协方差阵取 $\text{diag}(1.873\ 06, 3.147\ 71, 3.703\ 52)$ ，速度初始协方差阵取 $\text{diag}(0.699\ 28, 0.460\ 08, 0.505\ 87)$ 。结合初始时刻飞行器姿态角与天线安装参数，可得 3 个天线状态参数组成的初始时刻状态向量与协方差阵。考虑相位量测值服从高斯分布，其误差转换至距离观测量噪声为 $0.15(3\sigma)$ m, 转换到速度观测量噪声取 $0.3(3\sigma)$ m/s。在扩展卡尔曼滤波框架下，结合初始条件可估计出飞行器的状态参数。

4.3 结果与分析

利用上述给定的条件，结合 H000 方案，可得到“一”字形、“十”字形、钝“V”字形以及锐“V”字形共 4 种编队队形的估计结果，以分析具有“线”布局、“面”布局特点的不同队形对飞行器定位效果的影响，H000 方案的位置误差估计结果如图 4—7 所示。

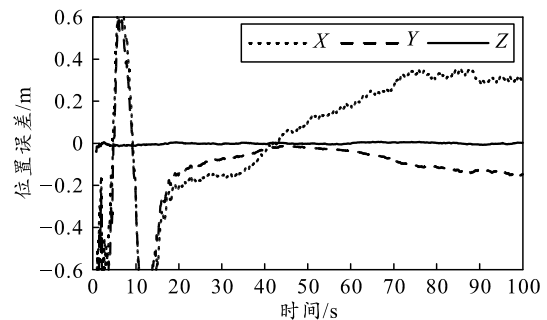


图 4 位置误差曲线 (“一”字形, H000)

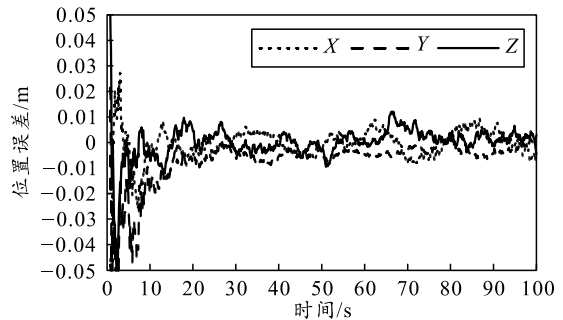


图 5 位置误差曲线 (“十”字形, H000)

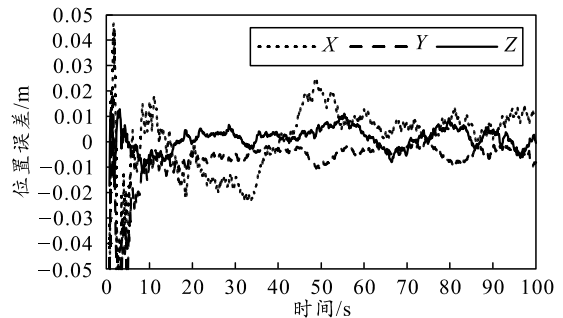


图 6 位置误差曲线 (钝“V”字形, H000)

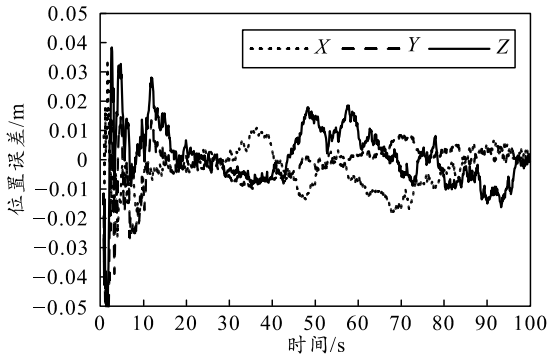


图 7 位置误差曲线(锐“V”字形, H000)

图 4 给出了“一”字形的位 置误差估计曲线。从图 4 可明显看出，主飞行器呈线性编排的构型使从飞行器在 Z 方向可达到较高的定位精度，但在 X 方向和 Y 方向的定位误差呈发散趋势，较大地偏离了规划路线，说明线性几何构型不利于提高从飞行器的定位精度，在集群无人机进行飞行任务时，应避免选用此类编队队形对其他无人机进行观测定位。图 5 给出了“十”字形的位 置误差估计曲线。从图 5 可看出，“十”字形的编排形式可较好的估计出从飞行器的位置状态，其 3 个方向上的误差均能够收敛到±0.01 m 的范围内。相比于“一”字形构型，“十”字形队形改善了观测几何结构，很大程度上提升了从飞行器的定位性能。

图 6 与 7 分别给出了钝“V”字形、锐“V”字形的位 置误差估计曲线。从图 6 与 7 可以看出，“V”字形同样能够取得较好的估计效果，其误差均在±0.03 m 范围内波动，且钝“V”字形与锐“V”字形对从飞行器的定位精度影响相当，均可获得较好的定位精度，满足精度要求。

上述 4 种编队队形中，线性结构的“一”字形编队难以获得满足精度要求的效果，而“十”字形、钝“V”字形和锐“V”字形队形的估计效果相差较小，且均在 2 个方向上进行编排，即后 3 种编队构型根据“面”进行布局，而“一”字形队形仅具有“线”布局的特点，不具备改善观测几何的优势。说明“面”布局或者至少在 2 个维度方向上对集群无人机进行队形编排，可显著提升无人机定位效果，获得较高的导航定位性能。表明本文中相对定位方案对需要节省能耗的编队队形具有较好的适应性。

4 种编队队形中，速度误差估计曲线如图 8—11 所示。

图 8 给出了“一”字形队形的速度误差估计曲线，与位置状态估计类似，线性结构使得估计结果震荡较为强烈，但随着时间推移，其误差可减小至

±0.005 m/s 范围内，速度误差仍能符合精度要求。图 9—11 分别给出了“十”字形、钝“V”字形和锐“V”字形的速度误差估计曲线。从图 9—11 可看出，3 种编队队形对从飞行器的速度估计影响相当，且均可达到较好的精度等级，能在较短时间内收敛到较高的精度范围。总体上，相较于“一”字形的“线”布局特点，其他 3 种队形的“面”布局具有更高的观测优势，且由于观测模型本身存在冗余观测数据，使得同是“面”布局的不同编排队形对从飞行器的定位性能无明显差异，均可获得较好的估计效果，体现了相对定位方案能够适应不同的编队队形，实际工程应用时可将队形编排成尽可能节省能耗的编队。

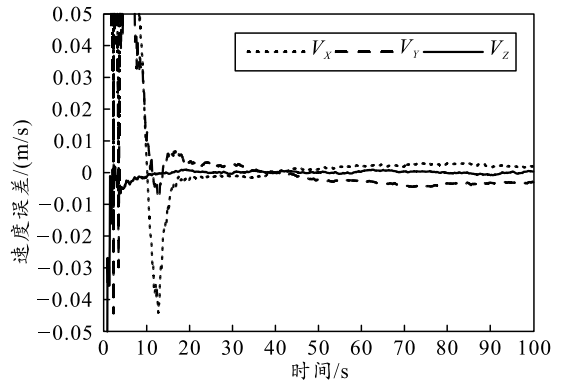


图 8 速度误差曲线(“一”字形, H000)

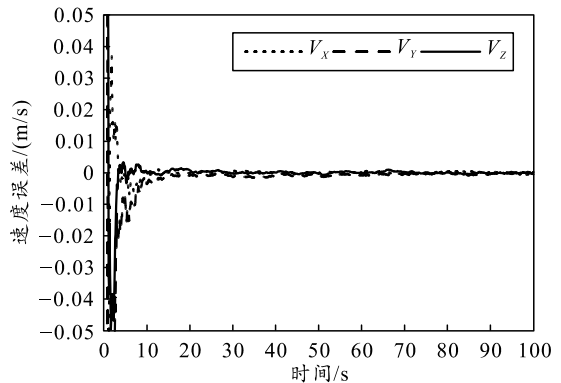


图 9 速度误差曲线(“十”字形, H000)

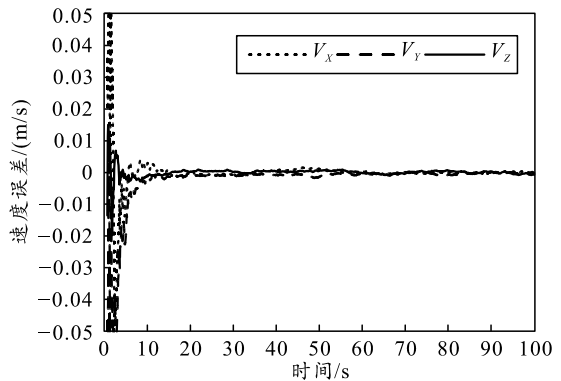


图 10 速度误差曲线(钝“V”字形, H000)

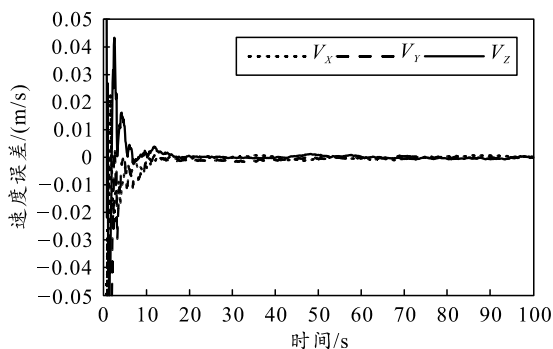


图 11 速度误差曲线(锐“V”字形, H000)

上述 H000 布局方案中,表明主飞行器的“面”布局较“线”布局具有较好的观测几何,能够显著提升飞行器的导航定位性能。为进一步研究其他布局对飞行器状态估计的影响,将“一”字形和钝“V”字形中的 2 架无人机提升高度,以分析从“线”结构转换至“面”结构和从“面”结构转换至“体”结构的布局方式对飞行器定位精度的影响, H100 方案和 H600 方案获得的位置误差估计结果如图 12—15 所示。

图 12 与 13 分别给出了“一”字形队形在 H100 布局、H600 布局中的位置误差曲线,可以看出,相比于图 4 中给出“一”字形在 H000 布局下滤波发散的结果, H100 布局与 H600 布局方案显著提升了位置滤波估计精度,且 H600 布局表现出更好的定位结果。说明主飞行器从“线”布局转换至“面”布局改善了观测几何,可显著提高定位性能。图 14 与 15 给出了钝“V”字形在 H100 布局与 H600 布局下的位置误差估计结果,可以看出, H600 布局方式的滤波结果略优于 H100 布局, H100 布局与 H000 布局下的结果相当。从钝“V”字形不同高度布局下的结果可看出,从“面”布局转化至“体”布局的方式虽可提高定位精度,但效果不明显,由于观测模型本身存在冗余观测数据,使得系统对观测几何无过多限制条件,但主飞行器分布在从飞行器的周围对提升定位性能仍具有优势。

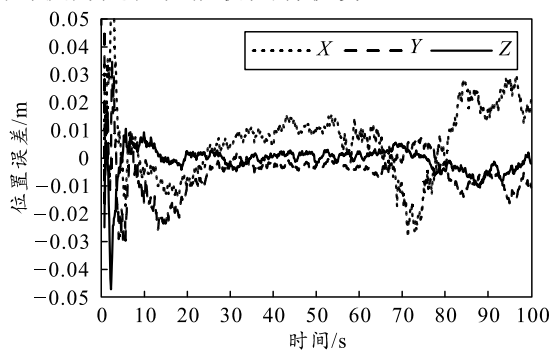


图 12 位置误差曲线(“一”字形, H100)

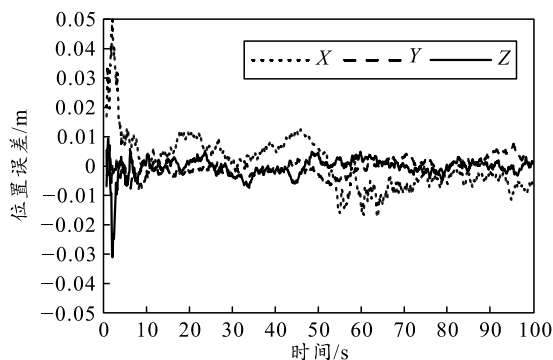


图 13 位置误差曲线(“一”字形, H600)

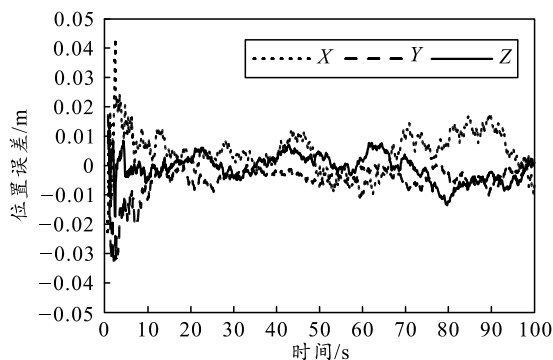


图 14 位置误差曲线(钝“V”字形, H100)

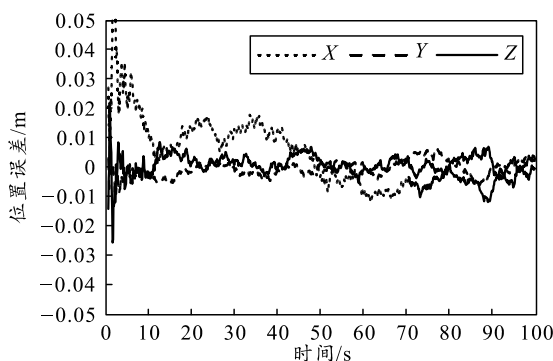


图 15 位置误差曲线(钝“V”字形, H600)

5 结论

仿真算例表明,笔者所提方法能在无人机集群不同空间布局条件下,给出高精度的集群间相对定位结果,具有良好的适应性和精度。针对“线”“面”“体”等不同编队队形,分析了其对飞行器相对定位性能的影响,仿真结果表明:

1) 具有“线”布局特点的队形,无法满足飞行器定位要求,而“面”布局方式的队形可显著提高飞行器状态估计效果;

2) 结合“面”布局和“体”布局方式获得的定位效果,可知在至少 2 个维度方向上的编队队形中,观测几何对定位精度提升不明显,冗余的观测数据占据主导地位;