

doi: 10.7690/bgzdh.2024.03.008

# 基于 SVRM 极值延拓的 EMD 端点效应抑制方法

丰少伟, 柴 凯, 杨云生

(海军工程大学舰船与海洋学院, 武汉 430033)

**摘要:** 以满足船舶机械设备故障实时在线快速诊断为牵引, 针对经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 的端点效应问题, 深入研究支持向量回归机 (support vector regression machine, SVRM) 延拓参数对延拓性能的影响, 提出一种 EMD 极值快速延拓算法。研究端点效应的产生机理及影响, 分析典型端点效应处理方法的优点及局限性; 阐述 SVRM 预测基本原理, 提出以信号极值尺度设置延拓长度与样本数量的方法; 以信号极值点数值和时刻值为样本, 提出一种基于 SVRM 的极值预测延拓方法。仿真结果表明: 该方法可显著提高 EMD 的分解精度及运算效率, 可为拓展 EMD 技术在舰船装备实时监测与智能诊断中的应用提供支撑。

**关键词:** 故障诊断; 支持向量回归机; 经验模态分解; 端点效应; 极值预测

**中图分类号:** TN911.7; TH165.3 **文献标志码:** A

## EMD End Effect Suppression Method Based on SVRM Extremum Extension

Feng Shaowei, Chai Kai, Yang Yunsheng

(College of Naval Architecture and Ocean, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In order to meet the requirements of real-time online fault diagnosis of marine machinery and equipment, the support vector regression machine (SVRM) is studied in depth to solve the end effect problem of empirical mode decomposition (EMD). An EMD extremum fast continuation algorithm is proposed. The generation mechanism and influence of point effect are studied, and the advantages and limitations of typical end effect processing methods are analyzed. Then the basic principle of SVRM prediction is described, and the method of setting the extension length and sample number based on the signal extreme value scale is proposed. Finally, a SVRM-based extreme value prediction extension method is proposed by taking the signal extreme value point value and time value as samples. The simulation results show that the method can significantly improve the decomposition accuracy and operation efficiency of EMD, and provide support for the application of EMD technology in real-time monitoring and intelligent diagnosis of warship equipment.

**Keywords:** fault diagnosis; SVRM; empirical mode decomposition; end effect; extreme value prediction

## 0 引言

随着人们对船舶机械设备在线监测及智能诊断需求的日益迫切, 对信号处理技术的自适应性、运算效率以及故障模式识别精度提出了更高的要求。经验模态分解 (EMD) 技术可以自适应地将信号根据自身尺度分解为若干个固有模态函数 (intrinsic mode function, IMF), 非常适合处理非线性、非平稳信号, 在船舶机械故障诊断领域具有广阔的应用前景<sup>[1]</sup>。比如, 船舶推进轴系振动特征周期性明显, 应用 EMD 和自相关分析相结合可对船舶轴系振动、船体尾部结构振动等振动数据进行处理与分析; 针对船用往复式二级空压机振动信号非线性、非平稳性问题, 利用振动信号辨识故障, 综合 EMD 和 SVM 的信号处理方法可有效实现对船用空压机的

故障诊断。

EMD 在采用三次样条函数对包络线进行拟合时, 由于在端点处不可避免地会缺少极值约束, 导致包络线出现大幅摆动, 从而产生端点效应。端点效应是 EMD 应用中的一个重要缺陷, 产生的虚假 IMF 分量严重时导致分解失去意义, 是限制 EMD 技术推广应用的主要难点之一<sup>[2]</sup>。许多学者对此提出了不同的改进方法, 归纳起来主要基于 2 种思路: 一是从改善 EMD 包络插值方法着手; 二是进行数据延拓, 具体又可分为基于原数据的延拓和基于预测的延拓<sup>[3]</sup>。

基于原数据的延拓方法是根据数据本身进行延拓, 该类算法计算速度快, 适合长时延拓。Huang<sup>[4]</sup>在 EMD 方法提出之时就发现了端点效应问题, 故提出特征波方法并申请了专利。黄大吉等<sup>[5]</sup>提出了

收稿日期: 2023-11-11; 修回日期: 2023-12-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(51679245, 51579242); 湖北省自然科学基金(2020CFB148)

第一作者: 丰少伟(1975—), 男, 湖北人, 硕士。

镜像闭合延拓方法，该方法操作简单，长数据延拓效率高，但该方法需在极值处截去信号会造成部分信息丢失，不适于处理短数据，同时当信号对称性较差时效果并不好。正弦波匹配法一定程度上能缓解端点效应问题，但在实际应用中所构造波形难以反映信号变化趋势，实用性较差<sup>[6]</sup>。波形匹配方法较好地保持原信号的变化趋势，对波形较规则、周期性较强的信号效果很好，但对于周期性不好的信号，可能会出现难以找到匹配度较高的子波现象<sup>[7]</sup>。

基于数据预测的方法，一般精度较高、延拓平顺性好，但由于运算量较大而影响 EMD 的应用范围。邓拥军<sup>[8]</sup>提出了基于神经网络的预测算法，该算法精度较高，但所需训练样本多，学习时间过长，难以进行实时在线处理。张郁山等<sup>[9]</sup>提出了自适应自回归模型处理方法，该方法运算效率较高，但自回归模型属于线性运算，对非平稳信号应用效果较差。张梅军等<sup>[10-11]</sup>将径向基神经网络预测技术应用于 EMD 预测延拓，由于 RBF 比 BP 网络具有更快的学习速度和局部逼近特性，使得该方法比文献<sup>[9]</sup>的方法具有更好的性能，在保持高精度预测的同时，降低了运算时间。

总体来说，目前解决 EMD 端点效应的方法主要存在以下问题：1) 运算效率。支持向量回归机 (SVRM) 法、神经网络法，都大幅增加了 EMD 的运算量<sup>[12]</sup>。2) 自适应。某些端点延拓算法需根据信号特征设置参数、阈值等<sup>[13]</sup>。3) 推广性。一般改进端点效应的方法对信号的特征都比较敏感，目前尚无一种处理方法对所有信号都能获得理想的处理结果，如镜像延拓法要求信号具有较强的对称性及足够的长度，比例延拓法中要求极大值极小值交替出现，而波形匹配算法则要求信号整体具有较强的周期特性<sup>[14]</sup>。

上述问题严重阻碍了 EMD 的应用和推广，尤其是运算效率和自适应问题，导致该方法难以满足在线监测与故障诊断的需要。为此，笔者针对 EMD 的运算效率、自适应和推广性问题，提出一种基于 SVRM 的极值预测延拓方法来消除端点效应，在不损害 EMD 自适应性分解特性的基础上提升运算效率、改善分解精度。

## 1 方法的引入

### 1.1 EMD 的端点效应

EMD 在采用插值函数对极值点进行插值拟合

的过程中，由于在端点处会失去必要的极值点约束，导致包络线在端点处出现发散现象，且其误差会随着筛分的进行而累积并传递到低阶 IMF，进而污染内部数据，严重情况会导致分解结果失去分析意义。对于具有足够长度的数据而言，这种失真可能只出现数据两端，可将分解结果截去受影响的部分，不影响内部数据的分析；而对于短数据而言，端点效应可能导致低频阶段分解结果严重失真。由于在端点处不可避免的存在极值缺失的现象，因此对于任何信号而言，端点效应都是一个无法回避的问题，因而严重阻碍着 EMD 方法的推广应用。

### 1.2 端点效应的处理方法

目前改善端点效应的方法有数据延拓法和改善插值法等，其中数据延拓法较容易实现，效果明显，因而成为主要的研究方向。数据延拓法主要包括 3 类：1) 短时延拓方法。特征波延拓、端点极值法和极值延拓法。2) 波形延拓方法。镜像闭合延拓法和波形匹配法。3) 预测延拓方法。数学模型预测和人工智能预测法。

图 1 是现有几种延拓方法的对比。由图可知，图 1(a)的正弦波匹配延拓和图 1(b)的极值平移延拓，均割裂了近端点处的信号与内部信号的联系，对于随机性较强的信号，实用性并不强；图 1(c)基于数据点的神经网络延拓，左右各延拓 100 个点，却需耗时 8.038 3 s，虽然延拓平顺性好，但运算量较大。因此，需要一种既考虑端点附近极值点的变化趋势，又综合数据内部极值点信息的快速延拓方法来抑制 EMD 的端点效应。

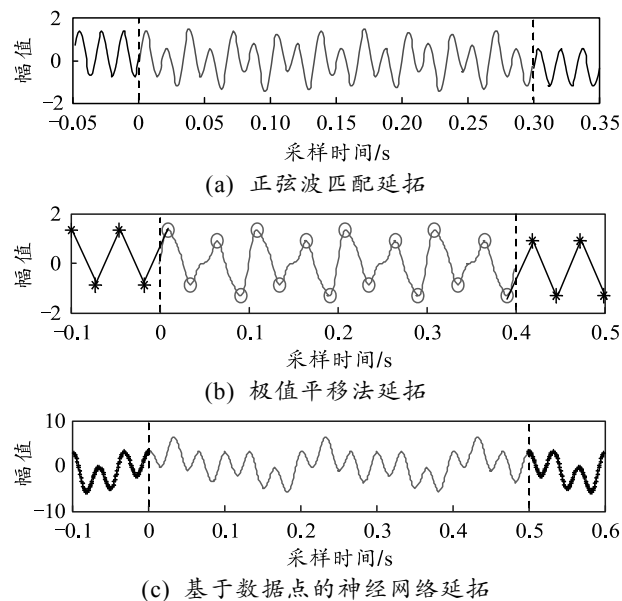


图 1 常见的端点延拓方法

### 2 SVRM 的原理和极值预测方法

SVRM 延拓法能准确实现小样本条件下的平滑延拓, 且具有良好的泛化能力, 因而成为遏制端点效应的重要方法<sup>[15]</sup>; 但是, 由于 SVRM 算法对参数的敏感性, 在应用过程中涉及到众多参数的设置问题, 影响到了延拓结果的稳定性, 而在 EMD 延拓应用中, 总是希望获得更快、更准、更长的延拓数据以遏制端点效应的影响。如何根据信号自身特征, 确定合理的延拓长度、样本数量以保证算法在可接受的运行时间内获得理想的延拓结果, 仍然是个亟待研究的问题。

#### 2.1 SVRM 的原理

SVRM 基本思想是通过非线性映射将数据映射到高维特征空间, 并在高维特征空间进行线性回归。

设给定的训练样本集:  $S = \{(x_i, y_i) \cdots (x_l, y_l)\}$ ,  $x_i, y_i \in R^n$ ,  $i = 1, 2, \dots, l$ ,  $l$  为样本数目, 令阈值为  $b$ , 构造线性回归函数:

$$f(x) = w \cdot \Phi(x) - b, \quad \Phi: R^n \rightarrow F, \quad w \in F. \quad (1)$$

回归的基本方法如下:

1) 选择适当的精度参数  $\varepsilon$ 。

假设所有的训练样本数据都可以在精度  $\varepsilon$  下用线性函数拟合, 那么寻找最小  $w$  的问题就可以转化成凸优化问题:

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2, \quad \text{约束条件为} \begin{cases} y_i - w \cdot x_i + b \leq \varepsilon \\ w \cdot x_i - b - y_i \leq \varepsilon \end{cases}. \quad (2)$$

2) 选择损失函数。

为了提高推广能力, 允许拟合误差的情况, 有样本点  $a$  不在以  $\varepsilon$  为直径内时, 则需考虑误差超出管道之外的点所带来的损失。此时, 定义经验风险:

$$R_{\text{emp}} = \sum_{i=1}^l e[f(x_i - y_i)]. \quad (3)$$

损失函数最常用的是线性  $\varepsilon$  不敏感损失函数, 具体表达式为:

$$e(x, y, f) = |y - f(x)|_\varepsilon = \begin{cases} 0 & |f(x) - y| \leq \varepsilon \\ |f(x) - y| - \varepsilon & \text{其他} \end{cases}. \quad (4)$$

3) 选择惩罚参数  $C$ 。

$C$  是大于零的常数,  $C$  越大, 超出拟合精度  $\varepsilon$  的风险损失越大。 $C$  主要用来平衡回归函数  $f$  的平坦度和偏差大于  $\varepsilon$  样本点的个数。误差损失调整为:

$$R_{\text{emp}} = C \sum_{i=1}^l e[f(x_i - y_i)].$$

4) 选择适当的核函数, 主要分为线性、多项式、RBF 和 MLP 4 种:  $k(x_i, y_i) = \Phi(x_i) \cdot \Phi(y_i)$ 。

5) 最小化结构风险  $R(w)$ :

$$R(w) = R_{\text{emp}} + \frac{1}{2} \|w\|^2 = C \sum_{i=1}^l e[f(x_i - y_i)] + \frac{1}{2} \|w\|^2. \quad (5)$$

通过对偶理论转化成二次规划问题后, 建立 Lagrange 方程即可对式(5)进行求解。对式(6)中  $w$  和  $b$  分别求导并令之为零, 即在约束:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^l (a_i - a_i^*) &= 0 \\ 0 \leq a_i, \quad a_i^* &\leq \frac{C}{l}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, l \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

对  $a_i$  和  $a_i^*$  求解目标函数式(7)的最小值, 即

$$Q(a, a^*) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l (a_i^* - a_i)(a_j^* - a_j)k(x_i, x_j) + \varepsilon \sum_{i=1}^l (a_i^* + a_i) - \sum_{i=1}^l y_i(a_i^* - a_i). \quad (7)$$

得到最优解  $\bar{a} = [\bar{a}_1 \bar{a}_1^* \cdots \bar{a}_l \bar{a}_l^*]^T$ 。

6) 构造回归模型。

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (a_i - a_i^*)k(x_i, x_j) + \bar{b}. \quad (8)$$

式中选择位于开区间(0, C/l)内的  $\bar{a}_j$  或  $\bar{a}_k^*$ :

$$\left. \begin{aligned} \bar{b} &= y_j - \sum_{i=1}^l (\bar{a}_k^* - \bar{a}_j)(x_i, x_j) + \varepsilon, \quad \text{选择} \bar{a}_j \text{时} \\ \bar{b} &= y_k - \sum_{i=1}^l (\bar{a}_k^* - \bar{a}_j)(x_i, x_k) + \varepsilon, \quad \text{选择} \bar{a}_k^* \text{时} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

#### 2.2 数据序列预测方法

1) 根据现有数据序列构造训练集。

对于一个给定的数据序列  $s(1), s(2), \dots, s(N)$ , 其中  $N$  为数据列的采样点数, 首先确定训练样本个数  $l$ , 按照一定的规则产生一个训练集  $L = \{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\}$ , 其中  $x_i = [s(i) s(i+1) \cdots s(N-l+i-1)]$ ,  $y_i = s(N-l+i)$ ,  $1 \leq i \leq l$ 。

2) 构造回归模型。

按照上述方法构造如式(8)所示的回归模型。

3) 预测第一个序列值。

利用该回归模型就可得到边界外第 1 个预测值  $s(N+1)$ , 表达式为:

$$s(N+1) = \sum_{i=1}^l (\bar{a}_i^* - \bar{a}_i)k(x_i, x_{l+1}) + \bar{b}. \quad (10)$$

式中  $x_{l+1} = [s(l+1) s(l+2) \cdots s(N)]^T$ 。

4) 逐步迭代, 获得预测序列值。

将  $s(N+1)$  作为原始数据新的边界点，就可得到第 2 个数据序列的延拓值  $s(N+2)$ ，依次类推，根据需要延拓长度  $M$ ，得到全部的延拓序列  $s(N)$ ， $s(N+1)$ ， $\dots$ ， $s(N+M)$ ，任一延拓值  $s(N+m)$  为：

$$s(N+m) = \sum_{i=1}^l (\bar{a}_i^* - \bar{a}_i) k(x_i, x_{l+m}) + \bar{b} \quad (11)$$

### 2.3 极值预测方法

数据延拓的目的是通过延长数据以获得足够的极值点，为样条插值函数提供约束条件。在延拓所得的波形上，给样条插值函数提供约束信息的仅仅是延拓极值点的数值和位置，而不是波形上的全部点都要参与。从这个角度出发，仅需要预测出端点外极值点的位置和数值就可以得到包络线，不需要确切的知道极值点外数据的数值和时刻。这种延拓思想即为极值预测延拓法。笔者结合边分解边延拓的思想，提出一种基于 SVRM 的 EMD 极值预测延拓方法。其中 SVRM 极值预测步骤如下：

#### 1) 构建预测序列。

设信号为  $x(t)$ ，提取信号  $x(t)$  的所有极值点时刻，记时刻序列为  $t(1), t(2), \dots, t(i), i=1, 2, \dots, n$ ， $n$  为所有极值点个数；根据极值点时刻位置提取极值点幅值，记为  $x(t(1)), x(t(2)), \dots, x(t(i)), i=1, 2, \dots, n$ 。

#### 2) 序列预测。

确定样本长度及预测长度，采用 SVRM 方法分别对时刻序列及极值序列进行预测。设信号两端各延拓  $k$  个极值，可得到左端点的幅值预测值为  $x_e(k+1), x_e(k), \dots, x_e(1)$ ，左端点时刻预测值为  $t_e(k+1), t_e(k), \dots, t_e(1)$ ；右端点幅值预测值为  $x_e(t(n)+1), x_e(t(n)+2), \dots, x_e(t(n)+k)$ ，右端点时刻预测值为  $t_e(t(n)+1), t_e(t(n)+2), \dots, t_e(t(n)+k)$ 。

#### 3) 生成延拓序列对。

将预测的幅值序列及对应的时刻序列重新组合成序列对，可得左端点的延拓结果为  $\{[x_e(k+1), t_e(k+1)], [x_e(k), t_e(k)], \dots, [x_e(1), t_e(1)]\}$ ，右端点的延拓结果为  $\{[x_e(t(n)+1), t_e(t(n)+1)], [x_e(t(n)+2), t_e(t(n)+2)], \dots, [x_e(t(n)+k), t_e(t(n)+k)]\}$ 。

### 2.4 延拓参数设置

在 EMD 延拓应用，不仅需要考虑到核函数及其参数选择（目前已有多种成熟方法），还需考虑诸如延拓长度、样本数量、运算时间等参数设置问题。

为此，本文中着重研究延拓参数设置问题。SVRM 的延拓精度随着样本个数的增加而提高，运

算效率随着样本个数的增加而降低。为了保证延拓精度，样本个数  $N_e$  须与延拓长度  $N_s$  同增减。不妨令  $k=N_e/N_s$ ，增加  $k$  的值，可在不增加样本数量的前提下增加延拓长度，提高运算效率；降低  $k$  的值，可提高短时延拓精度。由于 EMD 延拓时，距离端点越近的数据对包络线拟合精度影响越大，距离端点越远，影响越小。所以，短时延拓要求延拓精度较高， $k$  取较小值；长时延拓时，可适当降低延拓精度要求，选择较大的  $k$  以提高运算效率。

由于极值延拓方法的目的是获得足够的极值点而不是数据本身，而对于一个未知信号，在不做先验性判断的情况下难以判断需多长的数据延拓才能提供足够的极值点；因此，延拓参数设置以信号极值点间的长度为基准是比较合理的。

$$l = [\text{ind min}(2) - \text{ind min}(1), \text{ind max}(2) - \text{ind max}(1)]/2, N_e = k_e * l, N_s = k_s * l \quad (12)$$

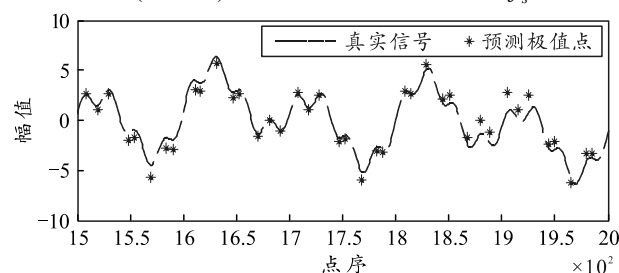
式中： $l$  为极值点间距； $\text{indmin}(i)$  与  $\text{indmax}(i)$  分别为信号第  $i$  个极小值与极大值的时刻； $k_s$  为样本长度系数， $k_s > 0$ 。

## 3 方法验证

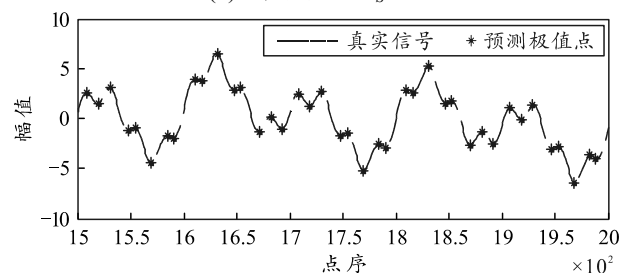
### 3.1 极值预测方法的仿真实验

如式(13)仿真信号  $y_2(t)$  从 500 至 1 500 点，采用基于 SVRM 的极值预测方法对其两端分别进行 40 个极值点的延拓，可得右端点的预测如图 2 所示，预测误差及耗时见表 1 所示。

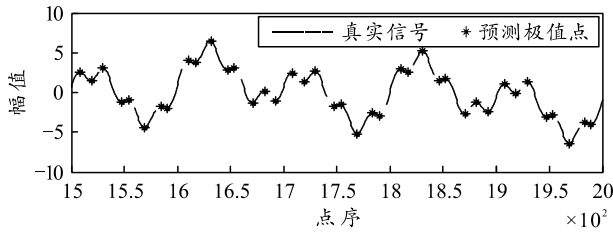
$$y_2(t) = 3\sin(0.08\pi t) + \sin(0.32\pi t) + \cos(0.01\pi t) + 2\sin(0.04\pi t), N = 2000, t = 500 \text{ s}, f_s = 4 \quad (13)$$



(a) 样本长度  $N_s=10$



(b) 样本长度  $N_s=20$



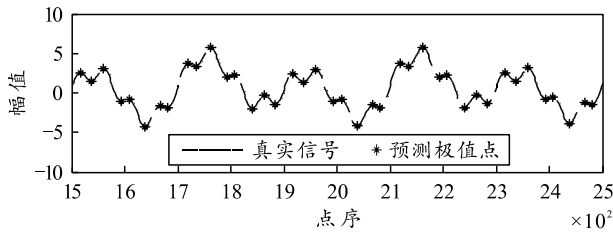
(c) 样本长度  $N_S=25$

图 2 仿真信号 SVRM 极值预测结果

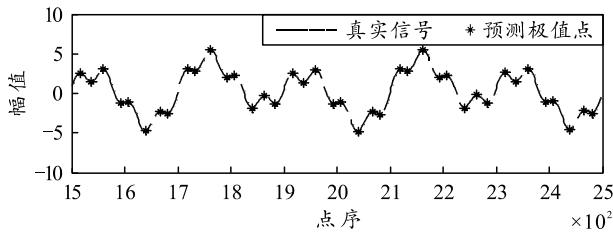
表 1 仿真信号 SVRM 极值预测数据

性能参数	样本数		
	10	20	25
误差 $\sum e$	24.695 900	0.706 700	0.585 600
耗时	0.283 979	0.453 228	0.781 986

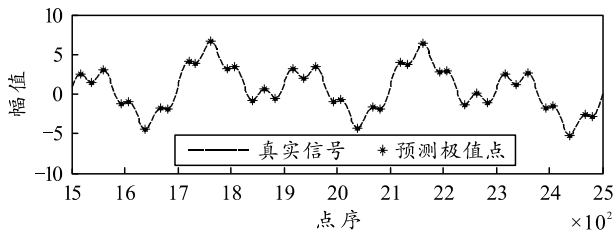
由预测结果可知，随着样本数量的增加，极值预测精度逐渐提高，当样本数量达到 20 时，实现了较为准确的预测结果。其中，该方法在对极值时刻预测时出现了小数，由于离散数据的时刻必须为整数，本文中采取四舍五入的方法取整处理。为对比方法的有效性，以 SVRM 直接预测波形，获得极值方法进行对比，预测结果见图 3 及表 2 所示。



(a) 样本长度  $N_S=10$



(b) 样本长度  $N_S=20$



(c) 样本长度  $N_S=30$

图 3 仿真信号 SVRM 极值预测结果

由表 2 可知，相同训练样本个数的前提下，SVRM 极值预测延拓法对于极值点的预测精度明显优于直接模型预测法，对于提高 SVRM 运算效率，解决长时延拓问题具有重要意义。

表 2 仿真信号 SVRM 波形预测数据

性能参数	样本数		
	10	20	30
极值误差 $\sum e$	32.981 500	30.208 600	20.533 200
误差 $\sum E$	412.145 900	378.815 700	256.923 700
耗时	0.448 677	1.261 947	2.261 340

### 3.2 EMD 延拓方法的仿真实验

由上述极值预测与延拓过程可知，SVRM 极值预测延拓的样本序列是原始信号的极值序列，因此该方法要求原始信号有足够的极值个数(一般不能少于 6 个)，当信号极值个数较少时，SVRM 难以依据较少的极值点准确的预测外延信号的极值位置及数值。需要注意的是，随着 EMD 分解过程的进行，所得分量频率成分逐步降低，若采用此方法进行边分解边延拓，则在低频阶段可能会出现因极值点个数较少而无法准确延拓的现象，因此，该方法较适用于分解前一次延拓。基于 SVRM 极值预测的 EMD 方法主要有 4 个关键步骤：

- 1) 提取原始信号极值点，对极值序列进行预测，得到极值延拓序列；
  - 2) 极值序列进行插值拟合获得延拓信号；
  - 3) 对延拓信号进行 EMD 分解；
  - 4) 将分解结果减去延拓部分。
- 具体步骤如图 4 所示。

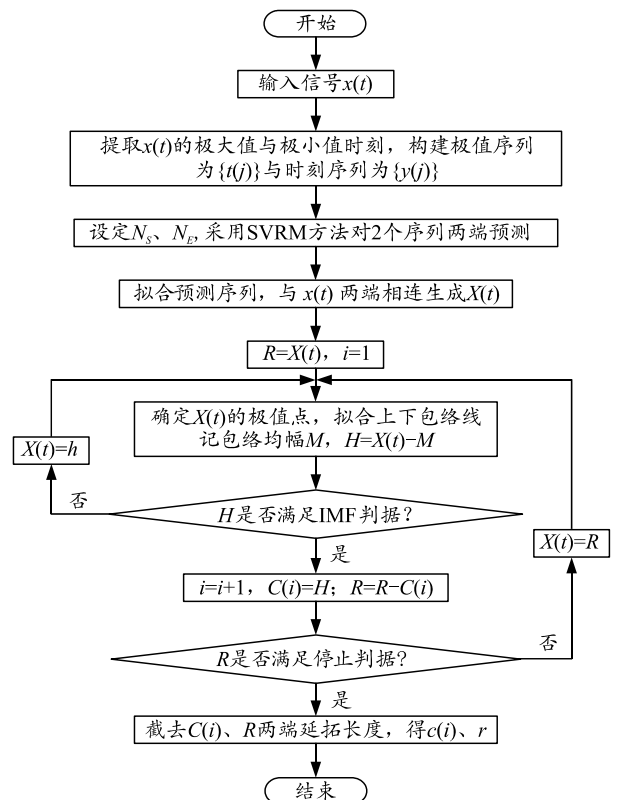


图 4 基于 SVRM 极值预测延拓的 EMD 流程

以前述仿真信号  $y_2(t)$  为例，分解结果见图 5 和 6 所示。由图可知，当样本为 10 时，分解结果产生了残留项，当样本增加到 20 时，分解结果达到了很高的精度，而此时整分解过程耗时仅为 0.904 5 s。

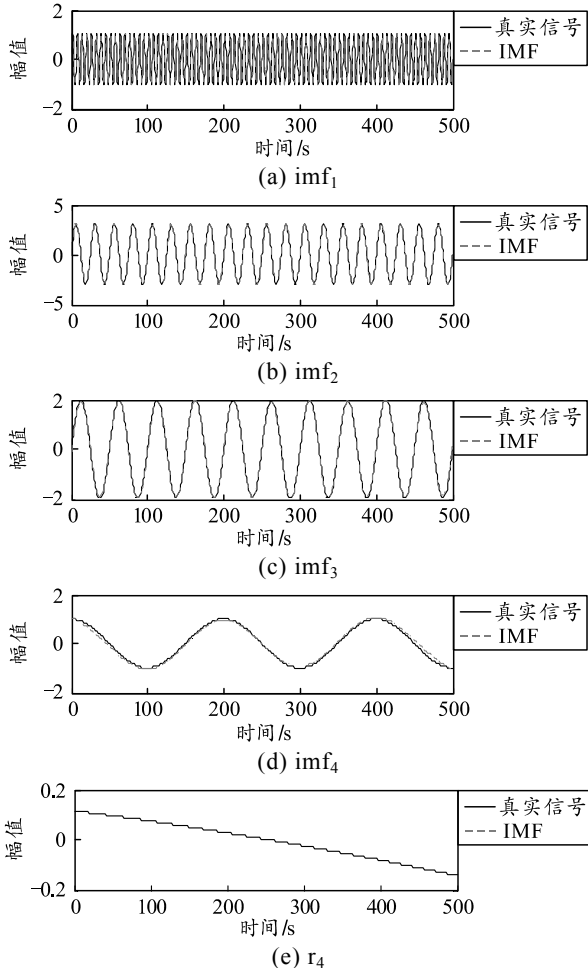


图 5 基于 SVRM 极值预测延拓的 EMD 分解结果( $N_s=10$ ,  $N_e=30$ ,  $T=0.7239$  s)

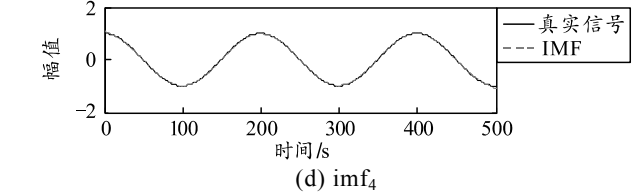
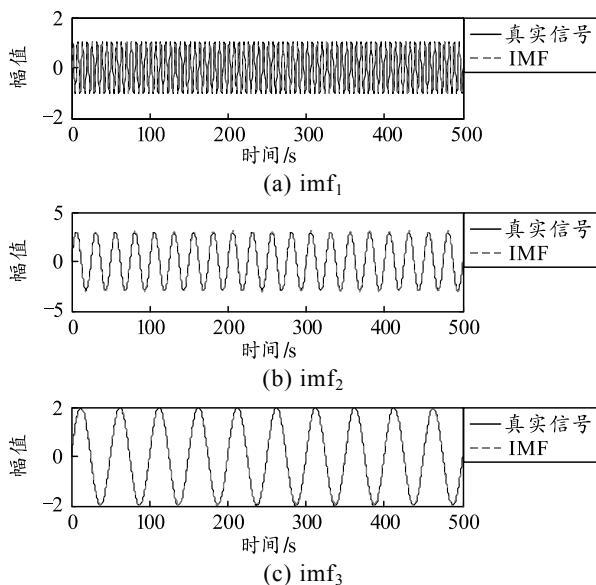
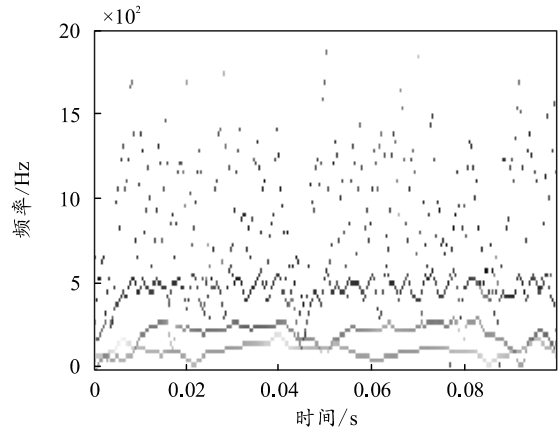


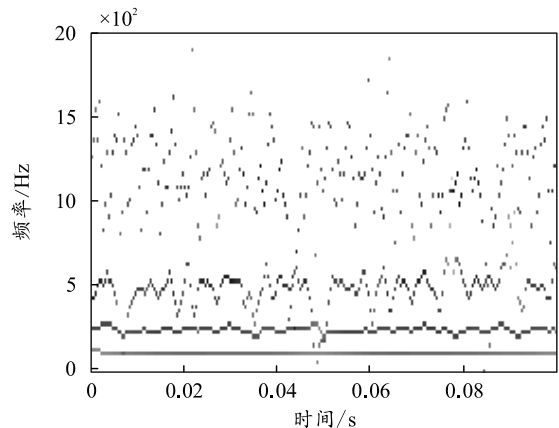
图 6 基于 SVRM 极值预测延拓的 EMD 分解结果( $N_s=20$ ,  $N_e=30$ ,  $T=0.9045$  s)

### 3.3 EMD 延拓方法的试验验证

为验证本文中方法抑制端点效应的有效性和在工程实际中的实用性，对实测液压系统故障信号进行分析。图 7 是未经延拓和经 SVRM 延拓方法延拓的 Hilbert 谱的比较。由图可知，未经处理的 Hilbert 时频谱在信号两端有明显的端点发散现象，而且端点“飞翼”导致严重的模态混叠；而基于极值延拓的 SVRM 处理后的 EMD 分解的 Hilbert 谱谱线较为清晰，虚假分量减少，两端振荡微弱，频率相近的成份在端点处没有出现明显的交叉重叠，IMF 分量的模态混叠现象明显得到抑制，有效地解决了端点效应导致的实测短数据信号的分解失真现象。



(a) 未经延拓的时频谱



(b) 基于极值点的 SVR 延拓后的时频谱

图 7 未经延拓与经基于极值点 SVR 延拓 Hilbert 时频谱对比