

doi: 10.7690/bgzdh.2024.05.018

## 基于最优转向曲率的无人车横向控制

赵 阳<sup>1</sup>, 汪海涛<sup>2</sup>

(1. 河南工业职业技术学院自动化工程学院, 河南 南阳 473000;  
2. 许继集团电力电子有限公司, 河南 许昌 461000)

**摘要:** 为提高无人车横向控制性能, 提出一种基于最优转向曲率的控制方法。利用车辆运动学约束, 求解最优转向曲率的解析形式; 采用线性化方法证明由该控制方法构成的闭环系统在平衡点附近的零输入局部稳定性; 用数值方法定量分析保证闭环系统局部稳定的车速与预瞄距离的关系; 提出一定车速下的最优预瞄距离的概念, 用数值方法求解最优预瞄距离与车速的关系; 探讨执行机构动态特性对闭环系统稳定性的影响。仿真和实车实验结果表明: 在非零输入下, 无人车依然可以稳定运行。

**关键词:** 无人车; 横向控制; 预瞄距离; 稳定性; 实验

**中图分类号:** TP242 **文献标志码:** A

## Lateral Control of Unmanned Vehicle Based on Optimal Turning Curvature

Zhao Yang<sup>1</sup>, Wang Haitao<sup>2</sup>

(1. College of Automation Engineering, He'nan Polytechnic Institute, Nanyang 473000, China;  
2. Power Electronics Co., Ltd., Xuji Group Corporation, Xuchang 461000, China)

**Abstract:** In order to improve the lateral control performance of unmanned vehicle, a control method based on optimal steering curvature is proposed. The analytical form of the optimal turning curvature is solved by using the vehicle kinematic constraints, and the local stability of the closed-loop system with zero input near the equilibrium point is proved by using the linearization method, and the relationship between the vehicle speed and the preview distance, which guarantees the local stability of the closed-loop system, is quantitatively analyzed by numerical methods; The concept of the optimal preview distance under a certain speed is proposed, and the relationship between the optimal preview distance and the speed is solved by numerical method. The results of simulation and real vehicle experiment show that the unmanned vehicle can still run stably under non-zero input.

**Keywords:** unmanned vehicle; lateral control; preview distance; stability; experiment

### 0 引言

智能化已经成为目前汽车发展的重要方向之一, 其中高级驾驶辅助系统已经走上了商业化的道路, 对于减少交通事故, 缓解交通拥堵, 节能减排做出了贡献。同时, 作为高级驾驶辅助系统的高级形式—无人驾驶也越来越多地受到研究机构和汽车企业的关注。谷歌公司研发的无人车, 完成了大量的道路试验, 成为一个成功的典范<sup>[1]</sup>。国内的无人车发展也备受关注, 从 2009 年以来, 中国已经成功举办了 5 届智能车未来挑战赛。从历届比赛各参赛队的表现可以看出, 我国无人车技术正在快速发展。

无人车技术涉及多个领域, 控制技术是其中之一。无人车的控制一般分为纵向和横向 2 项内容, 其中横向控制相对复杂, 成为无人车研究的热点方向之一。郭孔辉<sup>[2]</sup>提出的预瞄跟随模型为无人车横向控制奠定了基石。很多学者采用预瞄跟随结构,

提出不同的控制算法, 解决无人车的横向控制问题, 取得了丰硕的成果。文献[3]针对延迟问题, 设计了车辆换道过程的控制算法; 文献[4]提出了预瞄距离和车速随前方道路曲率调整的方法; 文献[5]提出了一种预瞄点搜索方法; 文献[6]分析了预瞄距离、延迟、车速和扰动之间的关系。

以往的研究表明, 在预瞄跟随结构中, 预瞄距离是一个重要的参数。预瞄距离与车速、道路曲率以及控制方法都有关系。在确定的控制方法下, 如何选取预瞄距离, 使闭环系统稳定且具有良好的性能, 是无人车横向控制要解决的问题之一。

笔者提出一种基于最优转向曲率的无人车横向控制方法, 控制无人车辆跟踪预定轨迹。根据车辆位姿与预瞄点之间的几何关系计算最优转向曲率, 且在计算方向盘转角时考虑了车辆的不足转向特性。对该方法的局部稳定性进行理论与数值分析,

收稿日期: 2024-01-11; 修回日期: 2024-02-13

第一作者: 赵 阳(1980—), 女, 河南人, 硕士。

并通过仿真和实车实验对笔者的研究内容进行验证。

### 1 车辆模型

以往的文献给出了很多不同的车辆模型<sup>[7-9]</sup>, 精确性和复杂性各不相同。考虑到笔者考察的是平衡点附近的局部稳定性, 且仅进行横向控制, 假设纵向车速恒定; 因此, 采用结构简单、应用广泛、被业界普遍认同的二自由度线性模型<sup>[10]</sup>。该模型结构简单, 便于分析, 且在平衡点附近能够很好地反映车辆的真实特性。其状态方程为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}_y &= \frac{2(C_f + C_r)}{mv} v_y - \left( v - \frac{2(C_f l_f - C_r l_r)}{mv} \right) r - \frac{2C_f}{mI_s} \delta \\ \dot{r} &= \frac{2(C_f l_f - C_r l_r)}{I_z v} v_y + \frac{2(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{I_z v} r - \frac{2C_f l_f}{I_z I_s} \delta \end{aligned} \right\}。(1)$$

式中:  $v_y$  为横向速度;  $r$  为横摆角速度;  $v$  为纵向车速;  $C_f$  和  $C_r$  分别为前后轮侧偏刚度;  $l_f$  和  $l_r$  分别为前后轴到质心的距离;  $m$  和  $I_z$  分别为整车质量和绕垂直轴的转动惯量;  $I_s$  为方向盘转角到前轮转角的传动比;  $\delta$  为方向盘转角。

此外, 笔者还考虑了转向执行机构的动态特性, 其传递函数用式(2)所示的二阶系统描述, 该特性对控制系统闭环稳定性具有重要影响。

$$G_\delta(s) = \delta(s)/\delta_u(s) = (a_1 s + a_2)/(s^2 + b_1 s + b_2)。 (2)$$

式中  $\delta_u$  为控制器输出的方向盘转角控制量。记  $G_\delta(s)$  的一个状态空间实现如下:

$$\begin{pmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{\delta}_2 \end{pmatrix} = A_\delta \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} + b_\delta \delta_u; \quad \delta = c_\delta \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix}。(3)$$

### 2 最优转向曲率

给定一条轨迹, 设其任意一点在大地坐标系  $XOY$  下的坐标表示为  $(X_d, Y_d)$ 。设在大地坐标系下, 车辆的位姿表示为  $(X, Y, \psi)$ , 如图 1(a)所示。

笔者提出的方法采用多点预瞄方式, 在预定轨迹上选择  $n$  个等间距的点作为预瞄点, 设预瞄距离为  $d + i\Delta$ ,  $di = 0, 1, 2, \dots$ 。假设  $|Y - Y_d| \ll d$ , 即道路弯曲程度不大且车辆偏离道路较小, 则预瞄点的坐标可近似表示为:

$$A_i(X + d + i\Delta d, Y_d), \quad i = 0, 1, 2, \dots。(4)$$

为求解最优转向曲率, 首先需要将预瞄点坐标转换到车辆坐标系  $XOY$ , 其中  $+x$  方向为车辆行驶方向, 由图 1(a)可得坐标转换关系:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= (d + i\Delta d) \cos \psi - (Y - Y_d) \sin \psi \\ y_i &= -(d + i\Delta d) \sin \psi - (Y - Y_d) \cos \psi \end{aligned} \right\}。(5)$$

式中  $(x_i, y_i)$  为  $A_i$  在车辆坐标系下的坐标, 如图 1(b)所示。

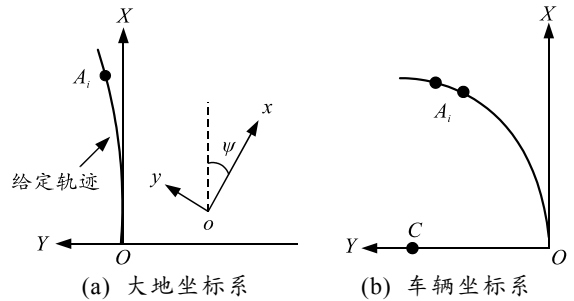


图 1 大地坐标系与车辆坐标系

由于车辆未来行驶轨迹必然以当前位置为起点, 且必然与当前航向相切; 因此, 在未来一段时间内, 可将一段圆弧作为行驶轨迹, 该圆弧以当前位置为起点, 与当前航向相切, 且所有预瞄点到该圆弧的距离之平方和最小。笔者将这样一段圆弧的曲率称为最优转向曲率, 如图 1(b)所示。图中  $C$  为该圆弧的圆心, 则  $C$  点在车辆坐标系下的坐标为  $(0, y_c)$ ,  $y_c$  为圆弧半径。选取如式(6)所示的性能指标, 该指标反映了预瞄点到圆弧距离的大小。

$$J = \sum_{i=0}^{n-1} (A_i C^2 - y_c^2)^2。(6)$$

令  $\partial J / \partial y_c = 0$  得最优解  $y_c^*$ , 以及最优转向曲率  $\rho$ :

$$\rho = \frac{1}{y_c^*} = 2 \sum_{i=0}^{n-1} y_i^2 / \left( \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 y_i + \sum_{i=0}^{n-1} y_i^3 \right)。(7)$$

### 3 闭环控制系统的局部稳定性

根据车辆不足转向的特性, 方向盘转角与转向曲率之间有如下关系<sup>[10]</sup>:

$$\delta_u = I_s (L + K v^2) \rho。(8)$$

式中:  $L = l_f + l_r$  为轴距;  $K$  为车辆不足转向系数。

联立式(1)、(3)、(5)、(7)、(8)可得闭环控制系统的状态方程, 该系统有 6 个状态变量  $\zeta = (Y, \psi, v_y, r, \delta_1, \delta_2)^T$ , 一个扰动输入  $Y_d$ , 原点为闭环系统的一个平衡点。

为研究闭环系统平衡点处的局部稳定性, 给出车辆参数及控制参数如表 1 所示。

考虑零输入下的局部稳定性, 令  $Y_d = 0$ , 即预定轨迹为一条直线, 代入表 1 的参数, 将闭环系统在原点处线性化得:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & v & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -101.2863/v & -(v+19.7112/v) & 1.8634 & 10.7417 \\ 0 & 0 & -12.2223/v & -116.2775/v & 1.6754 & 9.6578 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & -8.9210 & -5.3380 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.0000 & 0 \end{pmatrix} x \quad (9)$$

式中： $a_{51} = -\frac{112(2.7+0.0003v^2)}{2d^2+2d+1}$ ， $a_{52} = a_{51}d$ 。

表 1 车辆参数及控制参数<sup>[11]</sup>

名称	值
前轮侧偏刚度 $C_f$ /(N/rad)	-39 181
后轮侧偏刚度 $C_r$ /(N/rad)	-34 049
横摆转动惯量 $I_z$ /(kg·m <sup>2</sup> )	2 332
整车质量 $m$ /kg	1 446
前轴到质心距离 $l_f$ /m	1.45
后轴到质心距离 $l_r$ /m	1.25
转向传动比 $I_s$	14
转向执行机构系数 $A_\delta$	$\begin{pmatrix} -8.92 & -5.338 \\ 4.00 & 0 \end{pmatrix}$
转向执行机构系数 $b_\delta$	$(2 \ 0)^T$
转向执行机构系数 $c_\delta$	$(0.4814 \ 2.775)$
不足转向系数 $K$ /(s <sup>2</sup> /m)	0.000 3
预瞄点间距 $\Delta d$ /m	1
预瞄点个数 $n$	2

给定一个  $v$ ，令  $d$  从小到大变化，求出闭环特征值，将其绘制在复平面上，观察其随  $d$  变化的趋势，可求出在一定车速下，保证系统稳定的最小预瞄距离。图 2 给出了  $v=40$  km/h， $d \in [1, 100]$  的闭环特征值变化趋势。

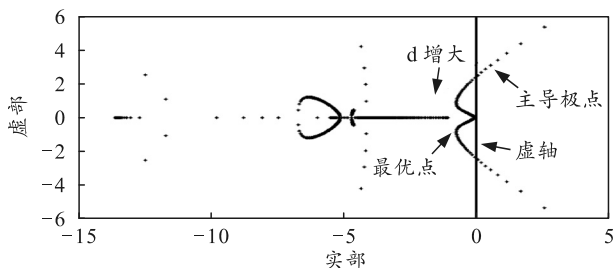


图 2 闭环特征值随预瞄距离变化趋势

从上图可看出：当预瞄距离较小时，存在不稳定的特征值，随着预瞄距离的增大，特征值逐渐进入左半平面，系统从不稳定变为稳定，这与驾驶经验一致；当预瞄距离继续增大时，主导极点反而向虚轴移动，表明采用当前的控制方法，盲目增大预瞄距离，并不一定能改善系统性能。笔者将图 2 中主导极点位于左半平面且距虚轴最远时(图 2 中的最优点)对应的预瞄距离，称为该车速下的最优预瞄距离。在该预瞄距离下，闭环系统的稳定性和快速性都较好。

图 3 则给出了最小稳定预瞄距离与最优预瞄距离随车速变化的曲线。

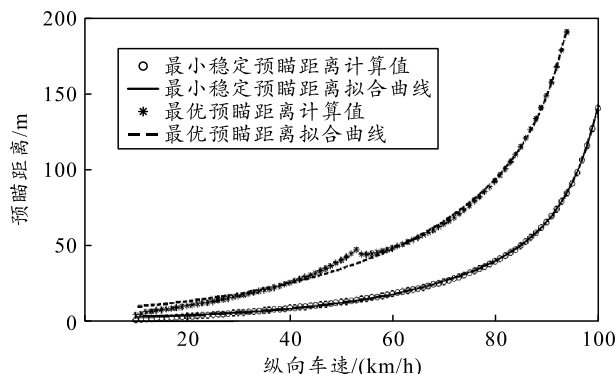


图 3 最小稳定预瞄距离、最优预瞄距离与纵向车速关系

从上图可看出，二者随车速呈指数上升，由图中数据经曲线拟合得到车速与最小稳定预瞄距离具有下面的函数关系：

$$d_{\min} = 5.578 \times 10^{-7} e^{0.1845v} + 1.755 e^{0.03846v} \quad (10)$$

同样可拟合出最优预瞄距离与车速的关系：

$$d_{\text{opt}} = 4.242 \times 10^{-7} e^{0.1978v} + 6.855 e^{0.0322v} \quad (11)$$

式中  $v$  为车速，km/h。

#### 4 执行机构对稳定性的影响

执行机构的动态特性对闭环系统的稳定性具有重要的影响，执行机构的动态特性是预瞄距离存在的必要性的直接原因，若执行机构的传递函数为 1，则任意小的预瞄距离都不会导致系统不稳定。

假设  $G_\delta(s)=1$ ，则闭环系统降为 4 阶，令  $Y_d=0$ ，在原点线性化后得：

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & \frac{-101.2836}{v} & -\left(v + \frac{19.7112}{v}\right) \\ a_{41} & a_{42} & \frac{-12.2223}{v} & \frac{-116.2775}{v} \end{pmatrix} x \quad (12)$$

式中：

$$\begin{aligned} a_{31} &= -541.9224(2.7+0.0003v^2)/(2d^2+2d+1), \\ a_{41} &= -487.2424(2.7+0.0003v^2)/(2d^2+2d+1), \\ a_{32} &= a_{31}d, \quad a_{42} = a_{41}d. \end{aligned}$$

可以算得,当车速在[10, 100] km/h 范围内变化时,最小稳定预瞄距离都为 0。换言之,在任意小的预瞄距离下,闭环系统总是稳定的。

从以上分析可得到一个结论:执行机构的动态特性(惯性和延迟)是导致必须进行预瞄的直接原因。

应用该结论可寻求一条提高跟踪精度的途径。即在不影响稳定性的前提下,可通过改善执行机构的动态特性来减小预瞄距离,从而达到提升跟踪精度的目的。

### 5 仿真验证

通过 Simulink 仿真,验证本文中的所有结论。

#### 5.1 最小稳定预瞄距离

仿真车速设定为 60 km/h,初始状态  $\zeta = (0.2, 0.1, 0, 0, 0, 0)^T$ 。按式(10)可计算出  $d_{min}=17.7$  m。图 4 比较了  $d=17$  m 和  $d=18$  m 2 种情况下  $Y$  的响应曲线。

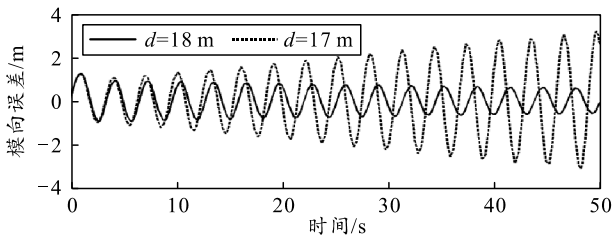


图 4 预瞄距离影响稳定性

从上图可以看出,当  $d > d_{min}$  时,  $Y$  震荡收敛,表明系统是稳定的;而当  $d < d_{min}$ , 响应震荡发散,表明系统是不稳定的。同时也反映出,在最小稳定预瞄距离附近,控制系统对预瞄距离的小幅变化比较敏感,且震荡剧烈;因此,在控制时,不能将最小稳定预瞄距离作为实际的预瞄距离使用。

#### 5.2 最优预瞄距离

仿真初始条件同上,按式(11)可计算出  $d_{opt}=47.4$  m。图 5 给出了预瞄距离为  $d=47.4, 60, 30$  m 3 种情况的比较。可以看出,采用过分大的预瞄距离,将增大超调量,减慢响应速度;相反,采用较小的预瞄距离虽然可以减小超调量,但震荡较大。

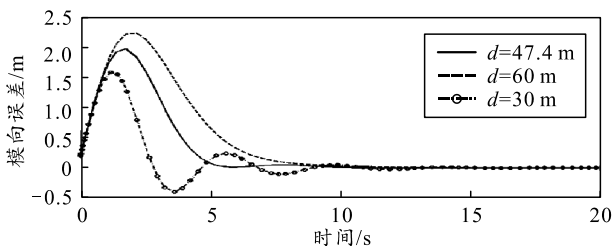


图 5 不同预瞄距离的比较

### 5.3 忽略执行结构动态特性

仿真初始条件依然不变,图 6 给出了  $G_\delta(s)=1, d=0$  的情况,可以看出,当忽略执行机构动态特性时,即使预瞄距离为 0,闭环系统也是稳定的。

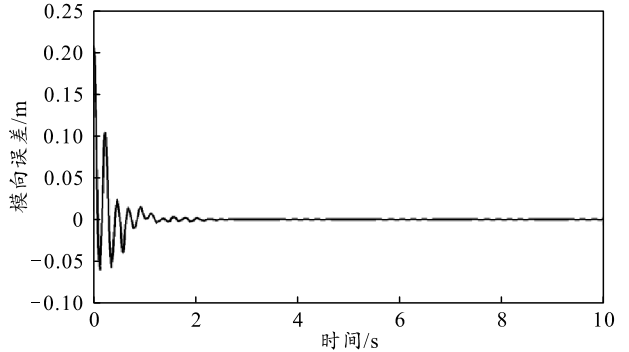


图 6 忽略执行机构动态特性

### 6 实验验证

通过实车实验,验证笔者设计控制方法的有效性。

实验用车为某品牌增程式纯电动车。实验车经过改装,装备有 GPS 接收装置 SPAN-CPT、执行机构控制器、电动助力转向系统 (electric power steering, EPS)、USB-CAN 通信模块以及工控机。

SPAN-CPT 通过串口与工控机相连,采集车辆位姿,执行机构控制器通过 USB-CAN 通信模块与工控机相连,接收工控机发出的控制指令,驱动 EPS 动作,实现转向。工控机安装 Windows XP 操作系统及 Visual Studio 2010。控制程序用 VC++ 编写,采用定步长方式,采样周期 0.1 s。

首先由驾驶员驾驶实验车沿实验道路行驶一次,记录 GPS 轨迹,作为预定轨迹,如图 7 所示。然后将实验车停在预定轨迹起点处,启动程序,试验车将自动跟踪预定轨迹,记录 GPS 路点。自动行驶时车速为 20 km/h,实验结果如图 7 所示。图 8 则绘制了自动行驶轨迹与预定轨迹之间的偏差。

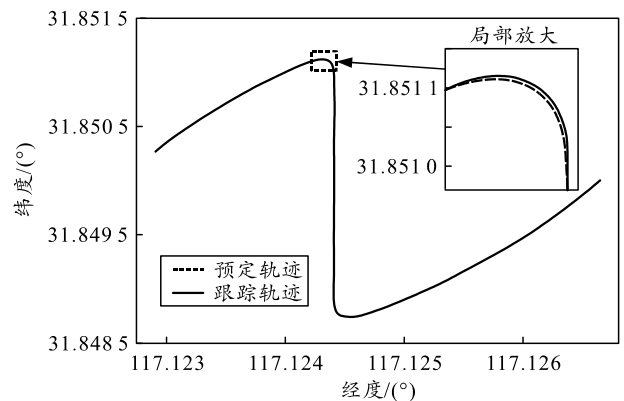


图 7 实验轨迹

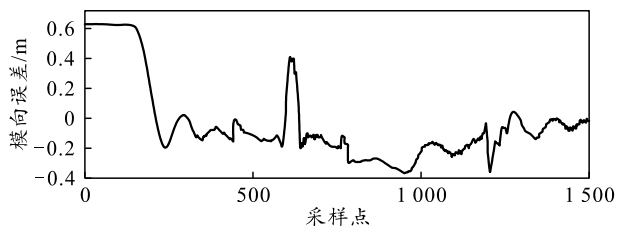


图8 横向误差

从上图中可以看出,跟踪轨迹与预定轨迹基本重合,表明笔者提出的控制方法能够实现轨迹跟随功能,且跟踪精度较高。

图9给出了方向盘转角曲线,可以看出方向盘转动平稳,没有突变和毛刺。

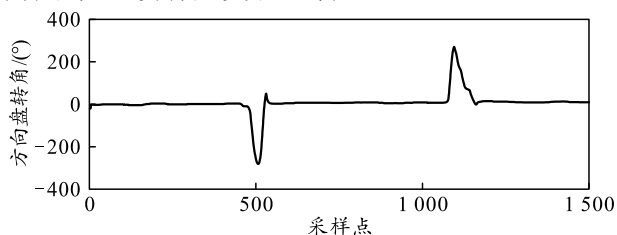


图9 方向盘转角

## 7 结论

1) 笔者提出一种基于最优转向半径的无人车横向控制方法,根据车辆位姿与预瞄点的几何关系以及车辆运动学约束,求解最优转向曲率的解析形式。考虑车辆不足转向特性,计算相应的方向盘转角。

2) 在平衡点附近将闭环系统线性化,得到以纵向车速和预瞄距离为参数的线性状态方程。分析闭环系统的局部稳定性。

3) 利用数值方法绘制闭环特征值随预瞄距离的变化情况,求解不同车速下,保证闭环稳定的最小预瞄距离,通过数据拟合,说明最小稳定预瞄距离与车速间满足指数关系。给出最优预瞄距离的概念,求解不同车速下的最优预瞄距离,通过数据拟合,说明二者之间为指数关系。

4) 在忽略执行机构特性的情况下,将闭环系统线性化,在任意小的预瞄距离下,闭环系统都稳定。说明执行机构的动态特性是预瞄距离存在的必要性的直接原因。

5) 通过仿真和实验,验证了上述结论。

笔者仅研究了闭环系统在零输入下的局部稳定性,而实验结果表明:在非零输入下,即预定轨迹不是一条直线,无人车依然可以稳定运行。后续,将讨论在 $Y_d \neq 0$ 的情况下,闭环系统的稳定性以及预瞄距离与道路曲率的关系。

## 参考文献:

- [1] 百度百科. 谷歌无人驾驶汽车[EB/OL]. (2014-05-31). <http://baike.baidu.com/view/8279448.htm?fr=aladdin>.
- [2] 郭孔辉. 驾驶员—汽车闭环系统操纵运动的预瞄最优曲率模型[J]. 汽车工程, 1984(3): 1-16.
- [3] 王畅, 秦加合, 郭明华, 等. 智能汽车换道控制算法的仿真研究[J]. 计算机工程与设计, 2013, 34(7): 2528-2532.
- [4] 陈松, 宋晓琳. 基于DSP的智能小车路径跟随系统设计[J]. 工程设计学报, 2012, 19(4): 312-317.
- [5] 黄锡昌, 宗志坚. 基于改进预瞄跟随算法的电动车智能转向控制[J]. 中国机械工程, 2014, 25(14): 1984-1987.
- [6] GORDON T J. Nonlinear crossover model of vehicle directional control[C]//American Control Conference. ST. Louis, MO, 2009: 451-456.
- [7] NGUYEN B M, WANG Y F, FUJIMOTO H, et al. Lateral stability control of electric vehicle based on disturbance accommodating Kalman filter using the integration of single antenna GPS receiver and yaw rate sensor[J]. Journal of Electrical Engineering and Technology, 2013, 8(4): 899-910.
- [8] CAIRANO DI S, TSENG H E, BERNARDINI D, et al. Vehicle yaw stability control by coordinated active front steering and differential braking in the tire sideslip angles domain[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(4): 1236-1248.
- [9] RAJAMANI R, PIYABONGKARN D. New paradigms for the integration of yaw stability and rollover prevention functions in vehicle stability control[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 14(1): 249-261.
- [10] RAJAMANI R. 车辆动力学及控制[M]. 王国业, 江发潮, 译. 北京: 机械工业出版社, 2010: 101-121.
- [11] SADRI S, WU C Q. Lateral stability analysis of on-road vehicles using Lyapunov's direct method[C]//Intelligent Vehicles Symposium. Alcalá de Henares, Spain, 2012: 821-826.
- [12] 百度地图[EB/OL]. <http://map.baidu.com/.20210531>.