

doi: 10.7690/bgzdh.2024.10.012

基于对抗博弈下的导弹部队机动路径规划研究

高展

(中国人民解放军 96753 部队, 济南 271100)

摘要: 针对作战中敌我双方高强度对抗博弈的背景, 基于机动路径的节点重要度评估和战场环境构建对抗博弈模型进行研究, 构建基于改进神经网络的博弈路径规划方法。该方法主要分为预先路径规划和实时路径规划 2 个模块, 在预先路径规划的基础上, 得出初始机动路径方案。根据新的战场环境信息和导弹分队机动位置信息, 不断更新神经网络的增益, 直到机动路径规划结束, 实现实时路径规划。该实时路径规划对常导机动路径选择具有重要参考价值。

关键词: 对抗博弈; 机动路径规划; 神经网络

中图分类号: TJ768 文献标志码: A

Research on Maneuver Path Planning of Missile Troops Based on Confrontation Games

Gao Zhan

(No. 96753 Unit of PLA, Ji'nan 271100, China)

Abstract: In view of the background of high-intensity confrontation game between the enemy and ourselves in combat, this paper studies the evaluation of node importance based on maneuvering path and the construction of confrontation game model based on battlefield environment, and constructs a game path planning method based on improved neural network. The method is mainly divided into two modules: pre-path planning and real-time path planning. On the basis of pre-path planning, the initial maneuvering path scheme is obtained, and according to the new battlefield environment information and the maneuvering position information of the missile unit, the gain of the neural network is continuously updated until the end of the maneuvering path planning, and the real-time path planning is realized. The real-time path planning has an important reference value for the path selection of normal navigation maneuver.

Keywords: confrontation game; maneuver path planning; neural network

0 引言

随着科技实力的提升, 导弹武器系统也有了突飞猛进的发展。导弹武器系统具有射程远、命中精度高、突防能力强、射前生存能力高、机动性强等特点^[1], 在跨区域作战中发挥着“杀手锏”作用。鉴于导弹诸多优势, 在各国军事发展中备受青睐。常导部队机动路线是一个复杂的路网^[2]。敌方会根据路网相关属性, 有重点地对某些重要节点实施打击^[3]。我方指挥员根据对抗博弈思想, 也会采取相应的规避和防护措施, 采取分散机动或者间隔机动, 甚至牺牲部分机动时间采用迂回机动方式来降低敌被打击的可能^[4-5]; 因此, 基于对抗博弈的结果将会制约和影响作战结果。

在对抗博弈的背景下, 传统的常导部队机动作战在运用博弈论思想的基础上, 设置机动路径预先规划方案^[6], 在作战中根据战场态势按预案进行更换。如果在作战规模不大的情况下, 仅考虑准时准

点的完成任务, 依据预案能够满足任务需求^[7]。一旦综合分析各种对抗博弈条件以及在大规模多波次作战中, 上述预先规划方法将相形见绌^[8]。

对于对抗博弈规模较小的机动路径预先规划求解问题, 有 0-1 规划^[9]、最小二乘法等经典数学算法^[10], 也有遗传算法^[11]、蚁群算法^[12]、禁忌搜索法^[13]等智能算法。上述方法对于特定问题求解有很好的针对性, 能够得出设定条件下的有效最优解。针对敌我作战对抗博弈过程的升级, 不确定信息逐步增加, 得到路径规划缺乏实时性, 需加入一定情报信息来增加对抗的准确性和实时性; 因此, 笔者构建基于改进神经网络的博弈路径规划方法, 为常导部队提供指挥决策。

1 基于机动路径的节点重要度评估模型

常导部队作战机动路径可看成是一个复杂的不规则路网结构^[14], 且由大量的节点和路线组成, 如图 1 所示。将路网定义为 $G=(V, E, A)$, 其中 $V=(v_1,$

收稿日期: 2024-06-27; 修回日期: 2024-07-23

第一作者: 高展 (1986—), 男, 河南人, 硕士。

v_2, \dots, v_m) 表示路网中节点的集合, m 表示节点的总数目; $E=(e_1, e_2, \dots, e_n)$ 表示路网中边的集合, n 表示边的总数目; A 表示路网的邻接矩阵。若路网 G 有 n 个节点数, 则路网 G 的邻接矩阵 A 可以表示为 $A=(a_{ij})_{n \times n}$ 的一个 n 阶方阵, 其中 a_{ij} 是 A 中的一个元素, 即:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{节点 } i \text{ 和 } j \text{ 存在一条路段相连} \\ 0, & \text{节点 } i \text{ 和 } j \text{ 不存在一条路段相连} \end{cases} \quad (1)$$

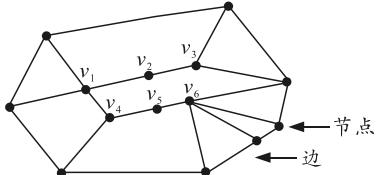


图 1 路网结构

为方便分析路网结构特性, 重点从以下评价指标方面来进行研究。

1.1 节点的连接度指标

节点连接度是最常用的评价指标之一, 表示路网中与此节点相连接的边数, 节点的连接度表示为:

$$k_i = \sum_j a_{ij} = \sum_j a_{ji} \quad (2)$$

式中 a_{ij} 和 a_{ji} 均为邻接矩阵中的元素, 且 a_{ji} 跟 a_{ij} 的条件一致, 即满足公式(1)。如果某一节点的连接度高于其他节点的连接度, 则此节点将尤为重要, 在作战中, 将会成为敌重点打击对象和目标, 一旦节点受损, 将严重影响整个战局。在图 1 中, v_1-v_6 的连接度分别为 3、2、3、3、2、5, 其中 v_6 的连接度最大为 6, 在作战中将会重点关注, 若 v_6 遭敌破坏, 则与其相连的 5 条道路将失去作用。

一般情况, 节点的连接度大小能在一定程度上反映该节点的重要性, 在路网评估具有相应的参考价值, 但是由于路网拓扑结构的复杂性, 节点连接度在指标评估中也会存在局限。如图 1 中, 虽然 v_5 的连接为 2, 不是最大的连接度节点, 但是在整个路网中起到关键性作用, 特别是对于节点 v_6 发挥桥梁纽带作用, 其作用更重要。若此节点遭破坏, 则会造成 v_5-v_6 的路段中断, 以致于与 v_6 相连接的到处失去作战作用。

综上分析, 节点连接度是路网评价中的一个重要指标, 但是要全面表述路网中的所有关键节点, 还需要考虑节点的介数度指标。

1.2 节点的介数指标

节点的介数指标是指整个路网中, 节点均为有

效节点, 所有最短路径中经过该节点的路径总数量占最短路径总数量的比例, 记为:

$$B_i = \sum_{j,k \in V, j \neq k} \frac{n_{jk}(i)}{n_{jk}} \quad (3)$$

式中: n_{jk} 为连接节点 j 和 k 之间所有最短路径总数量; $n_{jk}(i)$ 为连接节点 j 和 k 且经过给定节点 i 之间所有最短路径总数量。节点的介数与节点的重要性成正比, 即节点介数指标越高, 说明该节点越重要。节点介数是一个全局性指标, 可以有效弥补部分连接度低但是节点较为重要所带来的不足。

1.3 节点的脆弱性指标

在高强度的作战对抗中, 若整个机动路网结构中的某一关键节点因遭敌精确打击而失效, 势必将导致整个机动路径方案发生变化, 而部分节点对于新的机动方案可能面临失效的情况, 因此整个机动路网是一个随诸多因素不断更新变化的动态路网^[15-16]。在分析节点连接度和介数的基础上, 还要综合考虑剔除某一节点给整个机动路网所带来的机动路径影响及变化, 此变化率由节点脆弱性来表述, 记为:

$$\Delta P(i) = \frac{\sum_{j,k \in V, j \neq k} P_{jk}(i) - \sum_{j,k \in V, j \neq k} P_{jk}}{\sum_{j,k \in V, j \neq k} P_{jk}} \quad (4)$$

式中: $\sum_{j,k \in V, j \neq k} P_{jk}(i)$ 为节点 i 遭破坏的情况下被剔除后的机动路径总和; $\sum_{j,k \in V, j \neq k} P_{jk}$ 为节点 i 未被破坏的情况下初始机动路径总和; $\Delta P(i)$ 为节点脆弱性即为剔除节点 i 后的机动路径变化率。若 $\Delta P(i)$ 的值较大则表明剔除节点后对机动路径影响就大, 反之则小。

综上所述, 敌我双方作战中, 指挥员会根据不同的评价指标制定合理的打击策略, 可以从 3 个指标中任选 1 或 2 个, 也可同时衡量 3 个指标, 来确定最终的方案。

2 基于战场环境构建对抗博弈模型

作战是一个激烈的对战过程, 我方重要机动路段也是敌方关注并极有可能选择重点打击对象。假设对抗双方都是理性的, 为使双方获得最大收益, 将采取有限个策略, 我方所选机动路径和敌方重点关注打击路径条件下的模型为

$$\Gamma = (N, \{S_i\}, \{u_i\}) \quad (5)$$

式中: $N=\{1, 2, \dots, n\}$ 为局中人的集合; S_i 和 u_i 分别

为局中人 i 的策略集和支付函数, 且 $i \in N$ 。在作战对抗中, 局中人为敌我双方, 由此可得敌我双方对抗模型可简化二人博弈, 其模型为:

$$\Gamma' = (N, \{S_1, S_2\}, \{u_1, u_2\}), \quad N = \{1, 2\} \quad (6)$$

式中: $S_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ 为我方机动路径选择方案; u_1 为我方收益; $S_2 = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ 为敌方打击方案; u_2 为敌方收益。

敌我双方作战开始阶段, 都会从最小的代价来获取最大的利益作为出发点来确定初始策略即 S_1 和 S_2 ; 随着战斗行动的展开, 敌方根据初始确定的打击方案, 运用精确制导武器实施打击行动, 我方实时负责侦察监视, 当雷达探测到敌武器信息时, 根据计算机系统, 自动计算得出敌武器可能飞行轨迹, 迅速传输至导弹分队, 指挥员根据敌情迅速作出新的调整策略 S_1^1 ; 随后敌方再根据我方新的机动路径实施第二波次的打击 S_2^2 ; 因为战斗双方有时难以在一个波次分成胜负, 需要多波次打击和应对, 如此延续迭代下去, 由于作战双方是此消彼长的过程, 最终一方因战损过大而不得已撤出战斗, 则行动终止, 则得出在 w 波次结束时的行动方案:

$$\left. \begin{array}{l} S_1^{w+1} = (\alpha_1^w, \alpha_2^w, \dots, \alpha_m^w) \\ S_2^{w+1} = (\beta_1^w, \beta_2^w, \dots, \beta_n^w) \end{array} \right\}. \quad (7)$$

式中: S_1^{w-1} 和 S_2^{w-1} 为我方和敌方在第 w 波次阶段所采取的行动策略。当 $S_1^1 = S_1$ 时, $S_1^1 = S_1$, 即第一波次的策略为初始策略。对于整个作战行动中的某一特定局势 $(\alpha_i, \beta_j) (i=1, 2, \dots, m) (j=1, 2, \dots, n)$ 下, 我方的期望收益记为 $x_{ij} = u_1(\alpha_i, \beta_j)$, 则整个行动我方的收益矩阵可表示为 $C = (x_{ij})_{m \times n}$; 同理, 敌方在同一局势 (α_i, β_j) 下的期望收益为 $y_{ij} = u_2(\alpha_i, \beta_j)$, 敌方收益矩阵为 $D = (y_{ij})_{m \times n}$ 。当作战双方进行到某一波次的对抗, 彼此都达到了利益最大化, 形成了都不愿改变的相对稳定局势, 此时行动终止, 这样就形成了一个混合的 Nash 均衡, 所形成的局势 (α_i^*, β_j^*) 即为博弈的结果值, 且满足下面条件:

$$\left. \begin{array}{l} xC\gamma^* \leq x^*C\gamma^* \\ xD\gamma^* \leq x^*D\gamma^* \\ x^* \geq 0 \\ y^* \geq 0 \end{array} \right\}. \quad (8)$$

3 算法流程设计

为求解最终路径规划方案, 设计了改进神经网

络算法, 算法设计流程如图 2 所示。主要包括预先规划和实时规划 2 部分, 具体流程设计综述如下:

1) 预先规划。

Step 1: 根据导弹分队作战所处的地域, 将机动路线构建成路网 0—1 矩阵。

Step 2: 用 Matlab 软件计算节点的连接度指标。

Step 3: 使用 Floyd 算法计算出任意两节点之间最短路径的矩阵, 计算出所有节点介数, 并对介数指标进行分析判断, 得出初始机动路径选择方案。

Step 4: 在步骤 3 的基础上, 逐个剔除节点, 分析机动路网的脆弱性, 并重新生成在没有干扰情况下的机动路径规划方案。

至此预先规划结束。

2) 实时规划。

Step 5: 设步骤 4 得到的机动方案共需时间为 T , 并按照一定的时间间隔将整个机动路径分为若干等分 $t_i (i=0, 1, 2, \dots, T)$, t_0 为机动开始时间。导弹分队机动位置和敌方精确打击武器的位置分别记为 F_i 和 F_i^* , 常导部队机动开始的位置记为 F_0 , 首次探测到敌方武器所处的记为 F_0^* 。

Step 6: 基于时间和位置构建以 (t_0, F_0) 和 (t_0, F_0^*) 为原点的直角坐标系, 横坐标为时间, 纵坐标为位置, 则 t_i 时刻双方所处位置可表示为 (t_i, F_i) 和 (t_i, F_i^*) , 将 (t_i, F_i) 和 (t_{i+1}, F_{i+1}^*) 作为神经网络的训练样本输入, 将 t_{i+1} 时刻与 t_i 对应的位置差用神经网络误差函数 Sigmoid 得出增益系数作为输出。

Step 7: 随着时间的推移, 下一时刻的位置变化重新输入到神经网络, 并输出实时更新后的增益系数, 达到自适应优化的目的。

Step 8: 当双方达到基于混合的 Nash 均衡, 即双方都达到了所预期的目的, 则实时规划结束。

输出结果即为导弹分队最终机动方案。

4 案例分析

某常导部队在作战区执行任务, 作战区路网结构如图 3 所示, 此路网由 62 个节点(J)以及相关的待机阵地(D)、发射阵地(F)和转载阵地(Z)组成。在执行作战任务中, 敌方将选取若干个重要节点实施精确打击, 我方根据提供的实时信息进行机动路径调整。

1) 利用 Floyd 算法计算得出最短机动路径, 因篇幅原因, 列出部分最短路径见表 1 所示。

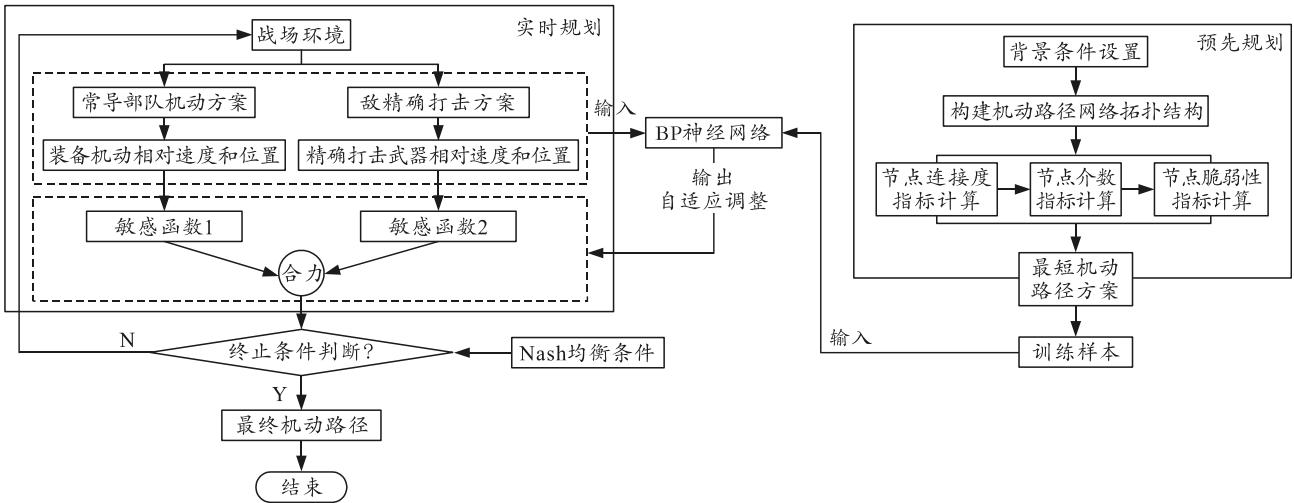


图 2 基于改进的神经网络算法流程

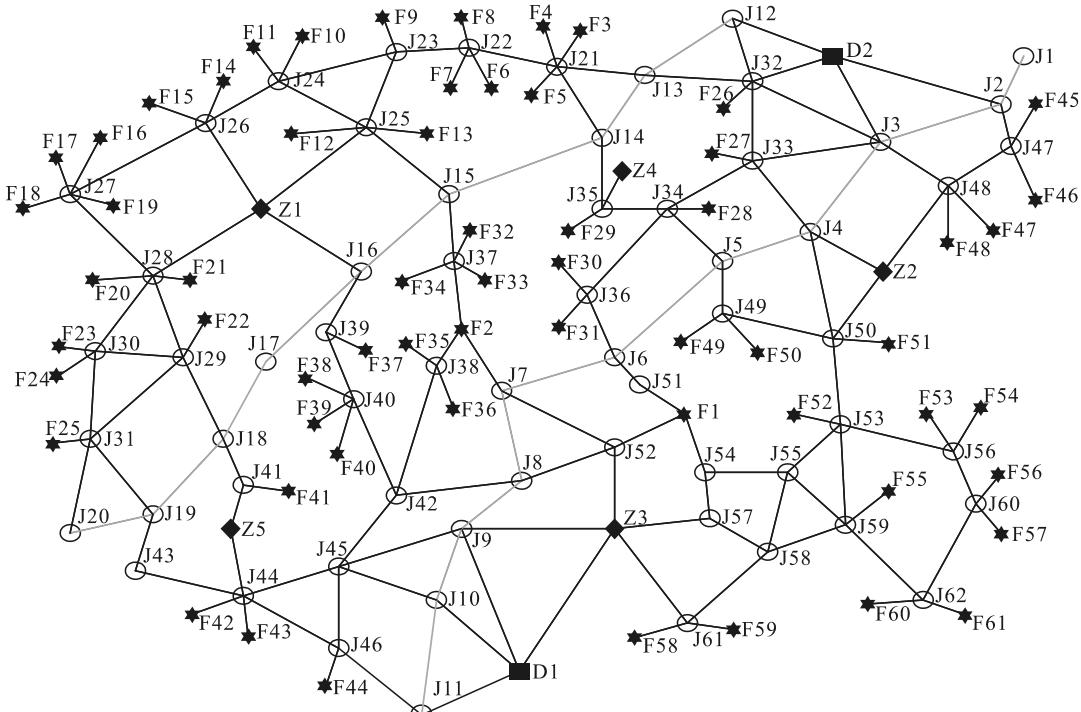


图 3 路网结构

表 1 部分最短机动路径

序号	阵地	路径节点分布											
		J10	J45	J42	J40	J39	F36	J39	J16	Z6	J28	F18	
1	D1												
2	D1	Z3	J61	F58	J61	Z3	J57	J58	J59	F54			
3	D1	J09	J08	J07	J06	J36	F29	J36	J06	J51	Z2	J51	J06
4	D1	J11	J46	J44	F41	J44	Z5	J41	J18	J19	J31	F23	
5	D1	J09	J08	J07	Z4	J38	F35	J38	Z4	J37	F33		
6	D1	J09	J08	J07	Z4	J38	F34	J38	Z4	J38	J42	J40	F39
7	D1	J11	J46	J44	Z5	J41	F40	J41	Z5	J41	J18	J29	J30
8	D1	J11	J46	J44	F42	J44	Z5	J41	J18	J29	J30	F21	
9	D2	J12	J13	J21	F2	J21	J14	J15	J16	Z6	J26	J24	F9
10	D2	J32	F24	J32	J33	J04	Z1	J50	J53	J56	F52		
11	D2	J12	J13	J21	F6	J22	J23	J25	Z6	J28	F19		
12	D2	J32	J33	J34	F26	J34	J57	J06	J51	Z2	J51	J06	J34
13	D2	J03	J02	J47	F45	J47	J48	Z1	J50	F50	J37	F32	
14	D2	J12	J13	J21	F3	J21	J14	J15	J37	Z4	J37	F32	
15	D2	J32	J33	F25	J33	J04	Z1	J41	J05	J49	F49		

2) 用 Matlab 算出节点的重要度指标, 如表 2 所示。

表 2 节点的重要度指标

节点	连接度	介数	脆弱性	节点	连接度	介数	脆弱性
J01	1	0	0	J32	6	0.032 3	0.011 8
J02	4	0.015 3	0.008 5	J33	5	0.025 4	0.011 3
J03	6	0.021 8	0.044 1	J34	5	0.025 4	0.012 3
J04	5	0.021 8	0.044 9	J35	4	0.019 8	0.013 7
J05	4	0.028 8	0.027 7	J36	4	0.019 8	0.013 7
J06	4	0.036 4	0.033 3	J37	5	0.025 4	0.041 1
J07	4	0.021 8	0.068 7	J38	4	0.019 8	0.013 7
J08	4	0.021 8	0.068 7	J39	3	0.018 6	0.015 8
J09	5	0.021 8	0.067 8	J40	5	0.025 4	0.020 0
J10	4	0.021 8	0.007 7	J41	3	0.018 6	0.024 3
J11	3	0.028 8	0.009 6	J42	4	0.019 8	0.013 7
J12	3	0.036 4	0.024 9	J43	2	0.008 3	0
J13	4	0.036 4	0.074 8	J44	6	0.032 3	0.036 9
J14	4	0.028 8	0.056 8	J45	5	0.025 4	0.007 4
J15	4	0.028 8	0.071 3	J46	4	0.019 8	0.011 5
J16	4	0.028 8	0.030 0	J47	4	0.019 8	0.013 7
J17	2	0	0.014 9	J48	5	0.025 4	0.013 7
J18	4	0.028 8	0.030 4	J49	4	0.019 8	0.013 7
J19	4	0.006 2	0.008 5	J50	5	0.025 4	0.029 6
J20	2	0	0	J51	2	0.008 3	0
J21	6	0.044 7	0.025 9	J52	4	0.019 8	0
J22	5	0.015 3	0.019 6	J53	5	0.025 4	0.032 1
J23	4	0.006 2	0.010 3	J54	3	0.018 6	0.006 7
J24	5	0.006 2	0.013 7	J55	4	0.019 8	0.010 2
J25	5	0.028 8	0.022 3	J56	4	0.019 8	0.017 9
J26	5	0.021 8	0.013 7	J57	3	0.018 6	0.017 2
J27	6	0	0.022 1	J58	4	0.019 8	0.012 9
J28	6	0.015 3	0.023 2	J59	5	0.025 4	0.017 7
J29	5	0.021 8	0.024 4	J60	4	0.019 8	0.013 7
J30	5	0.015 3	0.013 7	J61	4	0.019 8	0.013 7
J31	5	0.006 2	0.009 5	J62	4	0.019 8	0.014 2

综合分析评价, 得出 J03、J21、J28、J32、J44 节点为重要节点, 需要对经过上述节点的路径进行针对性防护。结合获取的信息, 假设敌对我 J28、

J32、J44 节点进行打击, 则在剔除该节点的基础上, 重新进行机动路径规划, 此时得出的机动方案如表 3 所示。

表 3 调整后的部分机动路径

序号	阵地	路径节点分布																		
		D1	J09	J08	J07	Z04	J38	F35	J38	Z04	J07	J15	J25	J23	F07					
1	D1	J09	J08	J07	Z04	J38	F34	J38	Z04	J37	J17	J18	J41	F40	J41	Z05	J41	J18	J19	
2	D1	J10	J09	J08	J07	Z04	J37	J15	J16	J17	J18	J41	F40	J41	Z05	J41	J18	J19	J31	
3	D1	J10	J10	J09	J08	Z04	J37	J15	J16	J17	J18	J41	F40	J41	Z05	J41	J18	J19	F23	
4	D1	J10	J45	J42	J40	F36	J39	J16	Z06	J28	F18									
5	D1	J10	J45	J42	J40	F37	J40	J39	J16	Z06	J26	J24	F09							
6	D1	J10	J09	J08	J07	Z04	J37	J15	J16	Z06	J26	J27	F14	J27	J26	Z06	J26	J27	F15	
7	D1	J10	J09	J08	J07	Z04	J37	F33	J37	J15	J16	J17	J18	J29	J30	F21				
8	D1	J10	J45	J42	J40	F38	J40	J39	J16	Z06	J26	F12								
9	D2	J32	F24	J32	J13	J14	J19	J37	Z04	J07	J06	J36	F29							
10	D2	J32	J33	F25	J33	J04	Z01	J04	J05	J34	J35	F28								
11	D2	J32	J33	J34	J35	P27	J35	J14	J15	J37	Z04	J37	F31							
12	D2	J32	J33	J34	F26	J34	J36	J06	J07	Z04	J37	F32								

实时监测战场情况, 如果探测到敌精确打击武器, 并计算出武器飞行轨迹, 得出敌打击的节点, 将实时信息传输给导弹旅, 并利用神经网络模块规划出新的路径提供给常导部队, 不仅能够提高常导部队生存能力, 对实际机动作战有着重要作用。

5 结论

对抗博弈下的实时信息是打赢战争的关键, 笔者研究了复杂对抗博弈作战过程。通过分析常导部队机动路网节点的连接度、介数、脆弱性指标, 构建了对抗博弈模型, 设计了改进的神经网络实时规

划模块, 并进行了实例分析。作战对抗是复杂的过 程, 文中只分析了依托敌速度和位置情况进行监 测和传输, 敌攻击的方式更多, 未考虑我方道路拥 堵、桥梁受阻、装备损坏等诸多特殊情况, 在下一 步的研究中, 将重点从影响机动的我情、敌情、战 场情况方面综合考虑分析, 建立更加符合作战的 机动规划模型, 将会着力提升常导部队机动中的生 存能力。

参考文献:

- [1] STEVEN N, DURLAUF, LAWRENCE E. Blume. Game Theory[M]. London: Palgrave Macmillan, 2010.

- [2] WU Y H, CHENG D Z, GHOSH B K, et al. Recent advances in optimization and game theoretic control for networked systems[J]. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(6): 2493–2512.
- [3] MOHAMMAD-BAGHER J, RASTI-BARZOKI M. A game theoretic approach to investigate the effects of third-party logistics in a sustainable supply chain by reducing delivery time and carbon emissions[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 235: 636–652.
- [4] 韩庆田. 基于改进 PSO 的多 UAV 协同任务分配研究[J]. *兵器装备工程学报*, 2019, 40(11): 74–78.
- [5] 于光耀, 孙冰, 王旭东, 等. 考虑节点的桥重要度的城市电网结构脆弱性分析[J]. *电力系统及其自动化学报*, 2020, 32(7): 103–108, 116.
- [6] 韩明, 王亚彬, 丁连永, 等. 基于 CTDEA 算法的车辆+UAV 配送路径优化[J]. *兵器装备工程学报*, 2019, 40(11): 149–154.
- [7] 王中伟, 裴杭萍, 王智学, 等. 基于攻防博弈的多波次导弹发射路径规划[J]. *指挥与控制学报*, 2019, 5(1): 63–68.
- [8] 张昊. 美国无人机协同作战研究[J]. *飞航导弹*, 2017(8): 12–16, 21.
- [9] 陆皖麟, 雷景森, 邵炎. 基于改进 A* 算法的移动机器人路径规划[J]. *兵器装备工程学报*, 2019, 40(4): 197–201.
- [10] UTAMIMA A, REINERS T, AMIR H. Ansaripoor. Optimisation of agricultural routing planning in field logistics with Evolutionary Hybrid NeighbourhoodSearch[J]. *Biosystems Engineering*, 2019, 184: 166–180.
- [11] ZHOU Y, GAO J K, ZHANG Y B, et al. The Route Planning for AMR Based on Combined Ant Colony and Genetic Algorithm[C]//东北大学, 中国自动化学会信息物理系统控制与决策专业委员会. 第 31 届中国控制与决策会议论文集(4). 沈阳: 《控制与决策》编辑部, 2019: 585–590.
- [12] 笪殊荣. 动态环境下多无人机协同任务规划方法[D]. 南京: 南京邮电大学, 2019.
- [13] 周倩倩. 机器人深度强化学习与神经网络控制器优化问题研究[D]. 厦门: 厦门大学, 2019.
- [14] LI P, DUAN H B. A potential game approach to multiple UAV cooperative search and surveillance[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 68: 403–415.
- [15] 郑延斌, 王林林, 席鹏雪, 等. 基于蚁群算法及博弈论的多 Agent 路径规划算法[J]. *计算机应用*, 2019, 39(3): 681–687.
- [16] 刘雪尘. 基于博弈论的多模式动态路径规划技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2017.
-

(上接第 55 页)

- [6] 马明迪, 崔万善, 曾志银, 等. 基于有限元与光滑粒子耦合的弹丸挤进过程分析[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(6): 146–150.
- [7] 马明迪, 崔万善, 曾志银, 等. 大口径火炮弹丸挤进过程坡膛动力响应分析[J]. *中北大学学报(自然科学版)*, 2014, 35(3): 263–269.
- [8] 王亮宽, 刘毅, 周宇, 等. 软铁弹带挤进过程数值模拟[J]. *火炮发射与控制学报*, 2018, 39(4): 50–53, 59.
- [9] 孙玉杰, 崔青春, 丁宏民, 等. SPH-FEM 耦合方法在弹丸膛内运动中的应用[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(8): 166–172, 187.
- [10] GUO J H, YAO X F, QIAO J M, et al. An Investigation on Plastic Deformation of Rotating Band for Large Caliber Gun Projectile During Engraving Process[C]//Journal of Physics: Conference Series. ICDT, 2021, 1507: 082006.
- [11] 郭俊行, 樊军谋, 李宗虎, 等. 烧蚀磨损对某大口径自行加榴炮动态响应的影响[J]. *弹道学报*, 2021, 33(1): 44–49.
- [12] 魏惠之, 朱鹤松, 汪东晖, 等. *弹丸设计理论*[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985: 26–28.
- [13] 周彦煌, 王升晨. *实用两相流内弹道学*[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1990: 110–111.
- [14] 彭松江, 陈亮, 何行, 等. 某舰炮典型坡膛结构的受力和内弹道特性分析[J]. *火炮发射与控制学报*, 2020, 41(4): 27–31.
- [15] JOHNSON G R, COOK W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1983, 21(1): 541–548.
- [16] JOHNSON G R, COOK W H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1985, 21(1): 31–48.
- [17] GUO J H, SUN Y J, LIU Q, et al. The Study on Plastic Flow Behavior and Constitutive Model of H96 Brass Alloy Under Compression[C]//Journal of Physics: Conference Series. ICDT, 2021, 1721: 012049.