doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.10.005

多冲突环境下的非合作三人对策集结模型

王发坤，宋业新
（海军工程大学 理学院，湖北 武汉 430033）

摘要：针对三人多冲突环境，建立了多个非合作三人对策的综合集结模型。根据多冲突环境下局中人受到的资源约束，得到局中人的可行策略串集合和多冲突环境下的综合结局空间，构建局中人在综合结局空间上的合成支付函数，进而建立多冲突环境下的非合作三人对策集结模型。实例说明了模型的实用性和有效性。

关键词：非合作三人对策；多冲突环境；对策集结；策略串
中图分类号：O225　**文献标识码：**A

Integration Model of Non-Cooperative Three-Person Games in Multi-Conflict Situations

Wang Fakun, Song Yexin
(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Aiming at three-person multi-conflict situations, the integration model of non-cooperative three-person games is established. According to the resource restraints of the players, feasible strategy string sets and the synthetic outcome space for multi-conflict situations are obtained. The synthetic outcome payoff function values for each player are calculated, and then the integration model of non-cooperative three-person games in multi-conflict situation is established. An example is provided to illustrate the proposed model.

Keywords: non-cooperative three-person game; multi-conflict situations; integration of games; strategy string

0 引言

对策理论[1-2]是处理现实生活中冲突和竞争的重要理论和方法。由于实际冲突系统的复杂多元化，个体或组织常常处于多个相互联系、相互制约的冲突或竞争环境中，这类环境被称为多冲突环境。如果一个冲突环境被描述成一个对策模型，多冲突环境就能用多个相互联系的对策来表述。因此，研究相互作用的多个对策之间的交互与集成，对于分析多冲突环境具有重要意义。

针对多个对策模型，Inohara, Takahashi 和 Nakano[3]讨论了多个相互联系的对策模型策略集合之间的关系，并研究了有限个对策的合成问题；Srikant 和 Basar[4]研究了每个群体内部有着强烈的交互作用，而群体之间存在弱交互作用的群体对策问题；文献[5]和[6]基于局中人所受到的约束条件，分别建立了两人多冲突环境下的双矩阵对策和多目标双矩阵对策集结模型。故在此基础上，进一步针对用多个非合作三人对策来描述的三人多冲突环境，建立对策综合集结模型并给出其求解算法。

1 非合作三人对策集结模型与求解

1.1 对策集结模型的建立

假设局中人 I、II、III 在 K $(K\geqslant 2)$个环境存在冲突，每个冲突环境用一个非合作三人对策模型来描述，若在第 k 个冲突环境所对应的非合作三人对策 G^k 中，局中人 I、II、III 的策略集分别为 $\alpha^k \triangleq \{\alpha_1^k,\ \alpha_2^k,\cdots,\ \alpha_{m_k}^k\}$，$\beta^k \triangleq \{\beta_1^k,\ \beta_2^k,\cdots,\ \beta_{n_k}^k\}$，$\gamma^k \triangleq \{\gamma_1^k,\ \gamma_2^k,\cdots,\ \gamma_{l_k}^k\}$，$k=1,2\cdots,K$，且局中人 I、II、III 在第 k 个冲突对策下结局支付值（或赢得值）见表 1。

定义 1：任取 $\alpha_{i_k}^k \in \alpha^k$，$\beta_{j_k}^k \in \beta^k$，$\gamma_{v_k}^k \in \gamma^k$，$k=1,2,\cdots,K$，称策略组合 $(\alpha_{i_1}^1,\alpha_{i_2}^2,\cdots,\alpha_{i_k}^K)$，$(\beta_{j_1}^1,\beta_{j_2}^2,\cdots,\beta_{j_k}^K)$，$(\gamma_{v_1}^1,\gamma_{v_2}^2,\cdots,\gamma_{v_k}^K)$分别为局中人 I、II、III 面向多冲突环境时的一个策略串。分别记为 $\alpha_i \triangleq (\alpha_{i_1}^1-\alpha_{i_2}^2-\cdots-\alpha_{i_k}^K)$，$\beta_j \triangleq (\beta_{j_1}^1-\beta_{j_2}^2-\cdots-\beta_{j_k}^K)$，$\gamma_v \triangleq (\gamma_{v_1}^1-\gamma_{v_2}^2-\cdots-\gamma_{v_k}^K)$。

在实际多冲突环境中，局中人往往会受到许多的资源约束，不妨假定局中人 I 拥有 P 种资源，其拥有量分别为 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_P$；局中人 II 拥有 Q 种资源，

收稿日期：2010-04-16；修回日期：2010-06-25
基金项目：国家自然科学基金（60774029；70471031）
作者简介：王发坤（1957-），男，山东人，硕士，从事军事系统分析与决策研究。

其拥有量分别为$\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_Q$；局中人 III 拥有 R 种资源，其拥有量分别为$\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_R$。同时假定局中人Ⅰ使用策略$\alpha_{i_k}^k$需要消耗第 $p\,(p=1,2,\cdots,P)$ 种资源 $\sigma_{i_k p}^k$ ；局中人Ⅱ使用策略 $\beta_{j_k}^k$ 需要消耗第 $q\,(q=1,2,\cdots,Q)$ 种资源 $\delta_{j_k q}^k$；局中人 III 使用策略$\gamma_{v_k}^k$需要消耗第 $r\,(r=1,2,\cdots,R)$ 种资源 $\mu_{v_k r}^k$。

表 1　第 k 个冲突对策下的结局支付值（括号内依次为局中人 I、Ⅱ、III 的支付值）

		II						
		β_1^k	…	$\beta_{n_k}^k$	…	β_1^k	…	$\beta_{n_k}^k$
I	α_1^k	$(a_{111}^k, b_{111}^k, c_{111}^k)$	⋯	$(a_{1n_k1}^k, b_{1n_k1}^k, c_{1n_k1}^k)$	⋯	$(a_{11l_k}^k, b_{11l_k}^k, c_{11l_k}^k)$	⋯	$(a_{1n_kl_k}^k, b_{1n_kl_k}^k, c_{1n_kl_k}^k)$
	α_2^k	$(a_{211}^k, b_{211}^k, c_{211}^k)$	⋯	$(a_{2n_k1}^k, b_{2n_k1}^k, c_{2n_k1}^k)$	⋯	$(a_{21l_k}^k, b_{21l_k}^k, c_{21l_k}^k)$	⋯	$(a_{2n_kl_k}^k, b_{2n_kl_k}^k, c_{2n_kl_k}^k)$
	…	…	…	…	…	…	…	…
	$\alpha_{m_k}^k$	$(a_{m_k11}^k, b_{m_k11}^k, c_{m_k11}^k)$	⋯	$(a_{m_kn_k1}^k, b_{m_kn_k1}^k, c_{m_kn_k1}^k)$	⋯	$(a_{m_k1l_k}^k, b_{m_k1l_k}^k, c_{m_k1l_k}^k)$	⋯	$(a_{m_kn_kl_k}^k, b_{m_kn_kl_k}^k, c_{m_kn_kl_k}^k)$
			γ_1^k		…		$\gamma_{l_k}^k$	
					III			

定义 2：如果对于$\forall p\in\{1,2,\cdots,P\}$，有$\sum_{k=1}^{K}\sigma_{i_k p}^k\le\sigma_p$，则称策略串$(\alpha_{i_1}^1-\alpha_{i_2}^2-\cdots-\alpha_{i_k}^K)$为局中人Ⅰ面向多冲突环境时的可行策略串；如果对于$\forall q\in\{1,2,\cdots,Q\}$，有$\sum_{k=1}^{K}\delta_{j_k q}^k\le\delta_q$，则称策略串$(\beta_{j_1}^1-\beta_{j_2}^2-\cdots-\beta_{j_k}^K)$为局中人Ⅱ面向多冲突环境时的可行策略串；如果对于$\forall r\in\{1,2,\cdots,R\}$，有$\sum_{k=1}^{K}\mu_{v_k r}^k\le\mu_r$，则称策略串$(\gamma_{v_1}^1-\gamma_{v_2}^2-\cdots-\gamma_{v_k}^K)$为局中人 III 面向多冲突环境时的可行策略串。

将局中人Ⅰ、Ⅱ和 III 面向多冲突环境时的所有可行策略串构成的集合分别记为：$S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\}$，$S_2=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t\}$，$S_3=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_u\}$。

定义 3：任取$\alpha_i\in S_1$，$\beta_j\in S_2$，$\gamma_v\in S_3$，则$(\alpha_i,\beta_j,\gamma_v)$称为面向多冲突环境时一个综合结局。所有综合结局的集合构成多冲突环境下综合结局空间。

综合结局空间 S 可用各局中人的可行策略串集的笛卡尔集表示，即：$S=S_1\times S_2\times S_3$。

定义 4：与综合结局相对应的各对策中的结局称为该综合结局的子结局。

例如，与综合结局$(\alpha_i,\beta_j,\gamma_v)$对应的分别在第$1,2,\cdots,K$ 个对策中的结局 $(\alpha_{i_1}^1,\beta_{j_1}^1,\gamma_{v_1}^1)$，$(\alpha_{i_2}^2,\beta_{j_2}^2,\gamma_{v_2}^2)$，$\cdots$，$(\alpha_{i_k}^K,\beta_{j_k}^K,\gamma_{v_K}^K)$均为其子结局。

令各局中人在综合结局下的合成支付函数值为其在所有子结局下的支付函数值之和。记局中人Ⅰ、Ⅱ和 III 在综合结局$(\alpha_i,\beta_j,\gamma_v)$下的合成支付函数值分别为$d_{ijv}$、$e_{ijv}$和$f_{ijv}$，则：

$$d_{ijv}=\sum_{k=1}^{K}a_{i_k j_k v_k}^k,\quad e_{ijv}=\sum_{k=1}^{K}b_{i_k j_k v_k}^k,\quad f_{ijv}=\sum_{k=1}^{K}c_{i_k j_k v_k}^k$$

由此可得到面向多冲突环境时的三人对策综合集结模型$G=\{S_1,S_2,S_3;D,E,F\}$。其中，$S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\}$，$S_2=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t\}$，$S_3=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_u\}$，$D$、$E$、$F$ 分别为局中人Ⅰ、Ⅱ和 III 在综合结局空间上合成支付函数值的集合，即$D=\{d_{ijv}\},E=\{e_{ijv}\},F=\{f_{ijv}\}$，见表 2。

表 2　集结模型综合结局空间上的合成支付值（括号内依次为局中人 I、Ⅱ、III 的合成支付值）

		II						
		β_1	…	β_t	…	β_1	…	β_t
I	α_1	$(d_{111}, e_{111}, f_{111})$	⋯	$(d_{1t1}, e_{1t1}, f_{1t1})$	⋯	$(d_{11u}, e_{11u}, f_{11u})$	⋯	$(d_{1tu}, e_{1tu}, f_{1tu})$
	α_2	$(d_{211}, e_{211}, f_{211})$	⋯	$(d_{2t1}, e_{2t1}, f_{2t1})$	⋯	$(d_{21u}, e_{21u}, f_{21u})$	⋯	$(d_{2tu}, e_{2tu}, f_{2tu})$
	…	…	…	…	…	…	…	…
	α_s	$(d_{s11}, e_{s11}, f_{s11})$	⋯	$(d_{st1}, e_{st1}, f_{st1})$	⋯	$(d_{s1u}, e_{s1u}, f_{s1u})$	⋯	$(d_{stu}, e_{stu}, f_{stu})$
			γ_1		…		γ_u	
					III			

1.2 对策集结模型的求解

由于上述集结过程是将多个非合作三人对策集结转化为一个非合作三人对策，因此集结模型的求解实质上是求解一个非合作三人对策问题。根据非合作对策与数学规划的关系，综合集结模型的求解可转化为求解如下的数学规划问题：

$$\max f(X,Y,Z,v_1,v_2,v_3)=\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t}\sum_{v=1}^{u}(d_{ijv}+e_{ijv}+f_{ijv})x_i y_j z_v-(v_1+v_2+v_3)$$

$$s.t.\begin{cases}\sum_{j=1}^{t}\sum_{v=1}^{u}d_{ijv}y_j z_v\leqslant v_1,\quad i=1,2,\cdots,s\\ \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{u}e_{ijv}x_i z_v\leqslant v_2,\quad j=1,2,\cdots,t\\ \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t}f_{ijv}x_i y_j\leqslant v_3,\quad v=1,2,\cdots,u\\ \sum_{i=1}^{s}x_i=1,\ x_i\geqslant 0\quad i=1,2,\cdots,s\\ \sum_{j=1}^{t}y_j=1,\ y_j\geqslant 0\quad j=1,2,\cdots,t\\ \sum_{v=1}^{u}z_v=1,\ z_v\geqslant 0\quad v=1,2,\cdots,u\end{cases}$$

此数学规划问题可以直接利用 Lingo 软件来求解。取得最优解时的 $X^*=(x_1^*, x_2^*,\cdots, x_s^*)$，$Y^*=(y_1^*, y_2^*,\cdots, y_t^*)$，$Z^*=(z_1^*, z_2^*,\cdots, z_u^*)$分别是局中人Ⅰ、Ⅱ、III 面向多冲突环境时的最优混合策略串，v_1^*、v_2^*、v_3^*分别是局中人Ⅰ、Ⅱ、III 的综合赢得支付值。

2 军事例子

假定 A、B、C 三军分别在甲、乙 2 个地域进行兵力部署，其中 A 军拥有兵力 400 万，B 军有 250 万，C 军有 200 万。在甲地域，A 军的策略集为 $\alpha^1=\{300, 275, 200\}$（这里的 300、275、200 分别表示 A 军在甲地域的三种兵力部署策略）；B 军的策略集为 $\beta^1=\{200,140\}$；C 军的策略集为 $\gamma^1=\{150,90\}$。在乙地域，A 军的策略集为 $\alpha^2=\{200, 150, 80\}$；B 军的策略集为 $\beta^2=\{100,80\}$；C 军的策略集为 $\gamma^2=\{110,80\}$。A、B、C 三军在甲、乙 2 个冲突地域的结局支付分别见表 3 和表 4。

由于各军兵力总数的限制，可得出各军的可行策略串集合分别为：

$$\begin{aligned}S_1&=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5\}=\{(\alpha_1^1-\alpha_3^2),(\alpha_2^1-\alpha_3^2),\\&\quad(\alpha_3^1-\alpha_1^2),(\alpha_3^1-\alpha_2^2),(\alpha_3^1-\alpha_3^2)\}\\&=\{(300-80),(275-80),(200-200),\\&\quad(200-150),(200-80)\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_2&=\{\beta_1,\beta_2\}=\{(\beta_2^1-\beta_1^2),(\beta_2^1-\beta_2^2)\}\\&=\{(140-100),(140-80)\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_3&=\{\gamma_1,\gamma_2\}=\{(\gamma_2^1-\gamma_1^2),(\gamma_2^1-\gamma_2^2)\}\\&=\{(90-110),(90-80)\}\end{aligned}$$

建立集结模型 $G=\{S_1,S_2,S_3;D,E,F\}$，各军在综合结局下的合成支付值见表 5。建立求解集结模型的数学规划模型，运用 Lingo 编程求得局中人 A,B,C 的最优混合策略分别为 $\boldsymbol{x}^*=(1,0,0,0,0)$，$\boldsymbol{y}^*=(0,1)$，$\boldsymbol{z}^*=(0,1)$，且 $v_1^*=20$，$v_2^*=1$，$v_3^*=0$。即 A 军的最优策略串为 α_1，即（300-80），A 军应在甲地域部署 300 万兵力，在乙地域部署 80 万兵力；B 军的最优策略串为 β_2，即（140-80），B 军应在甲地域部署 140 万兵力，在乙地域部署 80 万兵力；C 军的最优策略串为 γ_2，即（90-80），C 军应在甲地域部署 90 万兵力，在乙地域部署 80 万兵力。此时，A、B、C 军的赢得支付值分别为 20、1 和 0。

表 3　甲地域三人非合作对策支付值（括号内依次为 A、B、C 的支付值）

		B			
		β_1^1	β_2^1	β_1^1	β_2^1
A	α_1^1	(9,5,-7)	(13,-4,5)	(12,6,-6)	(14,-3,-5)
	α_2^1	(7,3,6)	(8,5,7)	(9,-1,-5)	(12,2,-6)
	α_3^1	(-6,8,6)	(-5,-2,11)	(-4,9,-6)	(7,5,3)
		γ_1^1		γ_2^1	
		C			

表 4　乙地域三人非合作对策支付值（括号内依次为 A、B、C 的支付值）

		B			
		β_1^2	β_2^2	β_1^2	β_2^2
A	α_1^2	(4,-3,2)	(8,-2,4)	(8,5,-6)	(9,-3,-2)
	α_2^2	(5,7,5)	(6,2,5)	(5,7,-4)	(6,-2,0)
	α_3^2	(-9,8,4)	(-7,-2,3)	(-4,3,3)	(6,4,5)
		γ_1^2		γ_2^2	
		C			

表 5　集结对策模型的合成支付值（括号内依次为 A、B、C 的支付值）

		B			
		β_1	β_2	β_1	β_2
A	α_1	(5,5,-1)	(7,-5,-2)	(10,0,-2)	(20,1,0)
	α_2	(3,10,-2)	(5,0,-3)	(8,5,-3)	(18,6,-1)
	α_3	(11,2,5)	(15,3,7)	(15,10,-3)	(16,2,1)
	α_4	(12,12,8)	(13,7,8)	(12,12,-1)	(13,3,3)
	α_5	(-2,13,7)	(0,3,6)	(3,8,6)	(13,9,8)
		γ_1		γ_2	
		C			

为说明对策集结模型的实用性，在不考虑 A、B、C 各军的兵力限制的前提条件下，分别单独求解甲、乙地域的非合作三人对策，可以得到他们的 Nash 均衡解如下：

甲地域：$X_1^*=(1,0,0)$，$Y_1^*=(1,0)$，$Z_1^*=(0,1)$；

乙地域：$X_2^*=(0,1,0)$，$Y_2^*=(1,0)$，$Z_2^*=(1,0)$。

此时，A 军在甲、乙两地域采用的最优策略分别为部署兵力 300 万和 150 万，加起来需要 450 万，不满足 A 军总兵力只有 400 万的限制要求；B 军在甲、乙两地域采用的最优策略分别为部署兵力 200 万和 100 万，总共需要 300 万，也不满足 B 军总兵力只有 250 万的限制要求；C 军在甲、乙两地域采用的最优策略分别为 90 万和 110 万，满足兵力的限制要求。

很明显，不进行对策集结，得出的结果不能满足 A、B 两军自身的总兵力限制，不具可行性。而采用该对策集结模型则可以从全局出发，为决策者提供合理的决策支持。

3　结束语

针对三人多冲突环境，根据局中人所受到的资源约束，建立了多冲突环境下的三人对策集结模型。实例证明：该模型是实用和有效的。

参考文献：

[1] Marilda S. The stability of the equilibrium outcomes in the admission games induced by stable matching rules[J]. International Journal of Game Theory, 2008, 36(4): 621−640.

[2] Jacob C E, Rudy C D. On the sensitivity matrix of the Nash bargaining solution[J]. International Journal of Game Theory, 2008, 37(2): 265−279.

[3] Inohara T, Takahashi S and Nakano B. Integration of games and hypergames generated from a class of games[J]. Journal of the Operational Research Society, 1997, 48(4): 423−432.

[4] Srikant R and Basar T. Sequential decomposition and policy iteration schemes for M-player games with partial weak coupling[J]. Automatica, 1992, 28: 95−105.

[5] 吴艳杰，宋业新，曾宪海. 两人多冲突环境下的双矩阵对策集结模型[J]. 海军工程大学学报, 2009, 21(1): 22−25.

[6] 宋业新，瞿勇，吴艳杰. 多冲突环境下的多目标双矩阵对策集结模型[J]. 华中科技大学学报, 2009, 37(6): 32−35.

[7] 张继敏，杨金虎，冯志强. 复杂电磁环境对炮兵作战的影响及其对策[J]. 四川兵工学报, 2009(12): 131−132.

****

（上接第 15 页）

但由于系统 M 对于整个体系的军事价值（30%）小于战术侦察机（50%），因此，Tech9 对与整个体系的贡献度（0.199）小于 Tech2（0.310）；2) 支持多个系统完成功能的技术具有较大贡献度。如 Tech5 和 Tech6 都支持通信卫星，二者的纵向贡献度分别是 0.612 和 0.747，但由于 Tech5 还同时支持战术侦察机，因此其对于整个体系的贡献度（0.487）大于 Tech6（0.224）。

4　结束语

该研究为武器装备体系技术发展规划提供重要的约束条件。下一步，将继续对技术与具体性能指标之间的关系、系统军事价值的确定方法进行分析研究，使之更加完善。

参考文献：

[1] Mark W. Maier.Architecting Principles for system of systems[J]. Proc 6^{th} Annu Symp INCOSE, 1996: 567−574.

[2] 李英华，申之明，李伟. 武器装备体系研究的方法论[J]. 军事运筹与系统工程, 2004(1): 17−20.

[3] 李英华，申之明，蓝国兴. 军兵种武器装备体系研究[J]. 军事运筹与系统工程, 2002(3): 50−52.

[4] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉：华中科技大学出版社, 2002.

[5] Deng J L. On grey target[J]. The Journal of Grey System. 1993(3): 172.

[6] DoDAF Working Group. DoDAF (version2.0)[R]. USA: Department of Defense, 2008: 5.

[7] The MODAF Development Team. MODAF handbook version1.2[R]. UK: Ministry of Defense, 2008.

[8] Paul K. Davis.Analytic Architechture for Capabilities-Based Planning, Mission-System Analysis, and Transformation[R]. USA: RAND Natinal Research Institude, 2002.

[9] 刘磊，荆涛，吴小勇. 武器装备体系演化的评估方法研究[J]. 系统仿真学报, 2006(8): 621−624.

[10] World Wide Equipment Guide[S]. USA:TRADOC DCSINT Theater Support Directorate, 2001.

[11] 王志勇，冯杰. 基于灰色聚类的海上目标威胁等级评估[J]. 四川兵工学报, 2009(3): 46−49.