

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.12.003

装备维修保障效能评估指标权重组合赋权法的研究

舒正平¹, 周盛华²

- (1. 装备指挥技术学院 装备指挥系装备维修教研室, 北京 101416;
2. 装备指挥技术学院 士官系基础教研室, 北京 101416)

摘要: 针对现有的主观赋权法、客观赋权法的各自优缺点, 提出基于最小二乘法原理的组合赋权法思想。利用利差函数与目标规划方法得到了组合赋权法唯一最优存在定理; 使用高等数学、线性代数等知识证明了定理的存在性及唯一最优性, 并给出了组合赋权的表达式。该方法将主观权重与客观权重加权综合起来, 使效能评估的分析结果同时反应了主观意愿和客观情况, 为效能评估结果的可靠性与准确性打下了基础。

关键词: 效能评估; 指标权重; 组合赋权法

中图分类号: O224; N945.16 **文献标识码:** A

Study on Equipment Maintenance Support Performance Evaluation Index Weights of Combination Weighting Method

Shu Zhengping¹, Zhou Shenghua²

- (1. Staff Room of Equipment Maintenance of Dept. of Equipment Command, Institute of Command & Technology of Equipment, Beijing 101416, China;
2. Staff Room of Basic Theories of Dept. of Officers, Institute of Command & Technology of Equipment, Beijing 101416, China)

Abstract: Aiming at subjective weighting and objective weighting for the existing law, the respective advantages and disadvantages, put forward based on least square theory combination weighting method thinking. Spread function and the use of goal programming method to get the optimal combination weighting method the only existence theorems; use of advanced mathematics, linear algebra and other knowledge to prove the theorem of existence and uniqueness of optimal, and gives the combination weighting expression. The method of subjective and objective weight weighted weights together, so performance evaluation results will also reflect the subjective and objective conditions for the performance evaluation results of the reliability and accuracy of the foundation.

Keywords: performance evaluation; weights of index; combination weighting method

0 引言

随着现代许多高新技术装备在部队陆续列装, 装备维修保障工作变得更加重要, 它要求保障技术含量比以前更高, 保障量更大, 保障时效性更强, 因此组织保障工作比以前更困难。对装备维修保障单位进行效能评估是检验其保障能力的最直接的方法, 也是提高部队整体作战能力的最有效的实践活动。在效能评估计算的过程中, 指标权重的确定具有举足轻重的地位。

在现行的许多关于装备维修保障效能评估的成果中^[1-7], 指标权重赋权方法主要有 2 类: 第一类为主观赋权法, 即由专家给出偏好信息的方法。如专家调查法 (Delphi 法)、层次分析法 (AHP 法)、环比系数法等。第二类就是客观赋权法, 这类方法是基于指标矩阵信息的方法, 如计算信息量权重的信息熵法、离差最大化方法、独立性权重的相关矩

阵判别法等。这 2 类方法都有各自的优缺点。主观赋权法的优点是在使用这种方法时可以根据实际问题和专家自身的知识经验, 合理的确定各指标权重, 虽然精确度不高, 但是可以大体按重要程度给出权重的先后顺序, 不至于出现指标权重与实际重要程度相悖的情况。但由于主观赋权法是由专家根据自己的知识和经验做出的对实际问题的主观判断, 因此其最后的重要次序有很大的主观随意性, 同时也受到评估专家自身的素质和知识经验的制约。客观赋权法的优点是权重的客观性强, 且不增加决策者的负担, 具有较强的数学理论依据。其缺点在于无法考虑决策者的主观意向, 在确定权重时, 所得的结果可能与人们的主观愿望不一致。

为了让效能评估的结果更加科学, 同时又兼顾评估专家对指标的偏好, 尽量减少赋权时的主观随意性, 增加客观性, 故对组合赋权法进行, 使得装

收稿日期: 2010-07-22; 修回日期: 2010-08-06

基金项目: 加强部队装备管理创新研究 (08QJ019-038)

作者简介: 舒正平 (1960-), 男, 黑龙江人, 赫哲族, 教授, 硕导, 从事装备保障与指挥研究。

备维修保障效能评估的指标权重既能体现主观信息又具有客观公正性。

1 装备维修保障效能评估指标权重的组合赋权法^[8]

笔者利用利差函数和最小二乘原理，把目标规划方案引入到组合赋权中，从而得到了新的指标组合赋权法。

设 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 为效能评估方案集， $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ 为指标集， $W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}^T$ 为权重向量。方案 a_i 关于指标 f_j 的评价值为 y_{ij} ， $i \in N, j \in M$ ，其中， $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ， $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 。指标评价规范化处理后变成 $X = (x_{ij})_{n \times m}$ 。

假设选取 p 种主观赋权法分别确定指标的权重为：

$$V_k = (v_{k1}, v_{k2}, \dots, v_{km}), \quad k = 1, 2, \dots, p$$

其中， $\sum_{j=1}^m v_{kj} = 1, v_{kj} \geq 0 (j \in M)$ 表示用第 k 种主观法对指标 f_j 确定的权重。

假设笔者选取 $q - p$ 种客观赋权法分别确定指标的权重为：

$$U_k = (u_{k1}, u_{k2}, \dots, u_{km}), \quad k = p+1, p+2, \dots, q$$

其中， $\sum_{j=1}^m u_{kj} = 1, u_{kj} \geq 0 (j \in M)$ 表示用第 k 种客观法对指标 f_j 确定的权重。

设组合后的指标权重表示为：

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$$

其中， $\sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0 (j \in M)$ ，则各种方案的综合评估价值为：

$$S_i = \sum_{j=1}^m w_j x_{ij} \quad (i \in N)$$

定理（组合赋权法）设专家根据各种方法的重要程度确定的装备维修保障的权系数为 $\alpha_k (k = 1, 2, \dots, p)$ （主观赋权法的权系数）和 $\alpha_k (k = p+1, p+2, \dots, q)$ （客观赋权法的权系数）

且 $\sum_{j=1}^p \alpha_j = 1, \sum_{k=p+1}^q \alpha_k = 1$ ，则目标权函数

$$\delta = \min \mu \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_k [(w_j - v_{kj})x_{ij}]^2 + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_k [(w_j - u_{kj})x_{ij}]^2 \quad (1)$$

在 $\sum_{i=1}^m w_i = 1, w_i \geq 0, i \in M$ 的条件下存在，且有唯一最优解。

2 装备维修保障效能评估目标函数定理的证明^[9-10]

2.1 定理的存在性证明

利用最小二乘原理先求组合赋权与主观赋权法的偏差：

$$e_i^k = \sum_{j=1}^m [(w_j - v_{kj})x_{ij}]^2 \quad i \in N, k = 1, 2, \dots, p \quad (2)$$

其中， e_i^k 表示对方案 a_i 而言，第 k 种主观赋权法的评估结果与组合权重所作的评估结果的离差。

再求组合赋权与客观赋权法的偏差：

$$h_i^k = \sum_{j=1}^m [(w_j - u_{kj})x_{ij}]^2 \quad i \in N, k = p+1, p+2, \dots, q \quad (3)$$

其中， h_i^k 表示对方案 a_i 而言，第 k 种客观赋权法的评估结果与组合权重所作的评估结果的离差。为了使组合权重最优，令总的离差和最小，故有在 $\sum_{i=1}^m w_i = 1, w_i \geq 0, i \in M$ 的条件下：

$$\delta = \min \mu \sum_{k=1}^p \alpha_k (\sum_{i=1}^n e_i^k) + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k (\sum_{i=1}^n h_i^k) \quad (4)$$

其中， μ 为离差偏好因子，即若 $0 \leq \mu \leq 0.5$ ，则说明专家倾向于客观权重，当 $0.5 \leq \mu \leq 1$ ，则说明专家倾向于主观权重。

最后，将式 (2)、式 (3) 代入式 (4) 中便可得定理 (1)。存在性证毕。

2.2 唯一最优解证明

设拉格朗日函数

$$L(w, \lambda) = \mu \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_k [(w_j - v_{kj})x_{ij}]^2 + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_k [(w_j - u_{kj})x_{ij}]^2 + 2\lambda (\sum_{j=1}^m w_j - 1) \quad (5)$$

极值存在的必要条件可知：

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial w_j} = \sum_{k=1}^p 2\mu \alpha_k (w_j - v_{kj}) \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + \sum_{k=p+1}^q 2(1-\mu) \alpha_k (w_j - u_{kj}) \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + 2\lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2(\sum_{j=1}^m w_j - 1) = 0 \end{cases}$$

即是:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^p \mu \alpha_k w_j \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + \sum_{k=p+1}^q (1-\mu) \alpha_k w_j \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + \lambda = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{kj} \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{kj} \sum_{i=1}^n x_{ij}^2) \\ \sum_{j=1}^m w_j = 1 \end{cases}$$

化简得:

$$\begin{cases} (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k) w_j \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 + \lambda = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{kj} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{kj}) \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 \\ \sum_{j=1}^m w_j = 1 \end{cases}$$

因为 $\sum_{j=1}^m \alpha_j = 1, \sum_{k=p+1}^q \alpha_k = 1,$

所以 $\begin{cases} (\sum_{i=1}^n w_j x_{ij}^2 + \lambda = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{kj} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{kj}) \sum_{i=1}^n x_{ij}^2, \\ \sum_{j=1}^m w_j = 1 \end{cases}$

把上面方程写成矩阵的形式可得:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & \sum_{i=1}^n x_{i2} & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^n x_{i3} & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^n x_{im} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_m \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k1} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k1}) \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \\ (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k2} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k2}) \sum_{i=1}^n x_{i2}^2 \\ (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k3} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k3}) \sum_{i=1}^n x_{i3}^2 \\ \dots \\ (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k(m+1)} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k(m+1)}) \sum_{i=1}^n x_{i(m+1)}^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

令 $B_{mm} = \text{diag}[\sum_{i=1}^n x_{i1}^2, \sum_{i=1}^n x_{i2}^2, \sum_{i=1}^n x_{i3}^2, \dots, \sum_{i=1}^n x_{im}^2],$

$W_{m1} = [w_1, w_2, w_3, \dots, w_m]^T$

$C_{m1} = [(\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k1} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k1}) \sum_{i=1}^n x_{i1}^2, (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k2} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k2}) \sum_{i=1}^n x_{i2}^2, \dots, (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{km} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{km}) \sum_{i=1}^n x_{im}^2]^T$

则式 (6) 变为下面的矩阵方程:

$$\begin{pmatrix} B_{mm} & e_{m1} \\ e_{m1}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{m1} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{m1} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

对式 (5) 的拉格朗日函数分别对 w_j 及 λ 求二阶偏导数可得:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 L}{\partial w_j^2} = 2 \sum_{i=1}^n x_{ij}^2; \quad \frac{\partial^2 L}{\partial w_j \partial \lambda} = 2$$

又令

$$H_k = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^n x_{i2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^n x_{im} \end{vmatrix}$$

当 $H_k > 0 (k=1, 2, \dots, m),$ 即 $\sum_{i=1}^n x_{ij}^2 > 0 (j \in M)$ 时,

因为拉格朗日方程 (5) 一阶导数为零, 二阶导数 $\frac{\partial^2 L}{\partial w_j^2} = 2 \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 > 0,$ 故该方程必有最小值, 即方程有最小解。

由矩阵方程 (7) 可得方程组:

$$\begin{cases} B_{mm} W_{m1} + \lambda e_{m1} = C_{m1} \\ e_{m1}^T W_{m1} = 1 \end{cases}$$

解方程, 得:

$$W_{m1} = B_{mm}^{-1} [C_{m1} + \frac{1 - e_{m1}^T B_{mm}^{-1} C_{m1}}{e_{m1}^T B_{mm}^{-1} e_{m1}} e_{m1}]$$

又因为

$$\begin{aligned} e_{m1}^T B_{mm}^{-1} C_{m1} &= \sum_{j=1}^m [(\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{kj} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{kj}) \sum_{i=1}^n x_{ij}^2] \\ &= \mu \sum_{k=1}^p \alpha_k \sum_{j=1}^m v_{kj} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k \sum_{j=1}^m u_{kj} \\ &= \mu \sum_{k=1}^p \alpha_k + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k = 1 \end{aligned}$$

所以 $W_{m1} = B_{mm}^{-1} C_{m1}.$

又因为

$$\begin{aligned} B_{mm}^{-1} C_{m1} &= \text{diag}[\frac{1}{\sum_{i=1}^n x_{i1}^2}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_{i2}^2}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_{i3}^2}, \dots, \frac{1}{\sum_{i=1}^n x_{im}^2}] \\ &[(\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k1} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k1}) \sum_{i=1}^n x_{i1}^2, \end{aligned}$$

能体现基于权重值的分配方法的特点; ρ_1 、 ρ_2 值选择相差过小, 产品成本就不能得到有效地降低, 失去该方法的意义。

参考文献:

[1] 杨为民. 可靠性·维修性·保障性总论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995: 52-62.

[2] 《飞机设计手册》总编委会. 可靠性、维修性设计. (飞机设计手册第 20 册)[M]. 北京: 航空工业出版社, 1999: 66-92.

[3] 张琳, 黄敏, 刘婷. 航空发动机可靠性评分分配法[J]. 质量与可靠性, 2009(2): 49-52.

[4] 冯虎田, 殷爱华, 韩军, 等. 基于评分分配法的某型火箭炮可靠性分配[J]. 火炮发射与控制学报, 2003(1):

40-43.

[5] 张健, 雷雨成. 串联系统可靠性分配的层次分析法[J]. 机械设计与制造, 2000(6): 1-3.

[6] 刘飞, 张为华. 基于费用函数的系统可靠性优化分配[J]. 机械设计与制造, 2005(11): 11-12.

[7] 李峰, 刘顺利, 陈兵, 等. 基于遗传算法系统可靠性分配优化模型[J]. 装备指挥技术学院学报, 2004, 15(4): 98-100.

[8] 刘湖东, 梁庆卫. 基于造价和维修费用的系统可靠性指标分配方法[J]. 机械设计与制造, 2004(5): 4-6.

[9] 司守奎. 数学建模算法与程序[M]. 烟台: 海军航空工程学院, 2007: 45-50.

[10] 吴彩华, 彭世蕤, 李海鸿, 等. 利用演化硬件技术提高控制系统可靠性的新方法[J]. 四川兵工学报, 2009(9): 19-21.

(上接第 11 页)

$$\begin{aligned}
 & (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k2} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k2}) \sum_{i=1}^n x_{i2}^2, \dots, (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{km} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{km}) \sum_{i=1}^n x_{im}^2 \Big]^T \\
 & = [(\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k1} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k1}), (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k2} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k2}), \\
 & \quad \dots, (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{km} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{km}) \Big]^T
 \end{aligned}$$

故:

$$\begin{aligned}
 W_{m1} = & [(\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k1} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k1}), (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k2} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k2}), \\
 & \quad \dots, (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{km} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{km}) \Big]^T
 \end{aligned}$$

从而给出指标集 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ 中各指标的组

$$w_1 = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k1} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k1}),$$

$$w_2 = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{k2} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{k2}),$$

...

$$w_m = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{km} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{km})$$

就指标 f_i 的权重 $w_j = (\mu \sum_{k=1}^p \alpha_k v_{kj} + (1-\mu) \sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{kj})$ 而

言, $\sum_{k=1}^p \alpha_k v_{kj}$ 表示 p 种主观赋权法对指标 f_i 所确定的

权重的加权平均, $\sum_{k=p+1}^q \alpha_k u_{kj}$ 表示 $q-p$ 种客观赋权法

对指标 f_i 所确定的权重的加权平均, w_j 则表示 q 种赋权法所确定的组合权重。

3 结束语

该方法将主观权重与客观权重加权综合起来, 其加权系数由数学规划求出, 从而弥补了单纯采用主观赋权法或客观赋权法的不足, 使效能评估的分析结果同时反应了主观意愿和客观情况, 具有一定的理论价值和应用价值, 但仍需进一步深入。

参考文献:

[1] 陆明生. 多目标决策中的权系数[J]. 系统工程理论与实践, 1986, 6(4): 77-78.

[2] 徐泽水, 达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 84-88.

[3] 陈华友. 多属性决策中的一种最优组合赋权方法的研究[J]. 运筹与管理, 2003, 25(2).

[4] Fan Z P, Zheng L H, Pan D H. An objective and subjective synthetic method for multiple attribute decision making[C]. Proceeding of the IFAC World Congress, San Francisco, USA: 1996: 255-260.

[5] Keeney R L, Raiffa H. Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs [M]. New York: Wiley, 1976: 32-49.

[6] 郭齐胜, 等. 装备效能评估[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 2-3.

[7] 吴志明. KPI: 帮你解决绩效评估中的难题[J]. 中外管理导报, 2001(2).

[8] 王学义, 孙德宝. 部队装备保障能力评价研究[J]. 军械工程学院学报, 2002(1).

[9] 同济大学应用数学系. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 10.

[10] 同济大学应用数学系. 线性代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 8.

[11] 姚志龙, 董辉平, 周华龙, 等. 装甲装备基层级维修保障能力评估指标体系[J]. 四川兵工学报, 2009(5): 107-108.