

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.09.012

复杂条件下军用装备定点投放的建模与仿真

李薇, 黄振华, 周群, 郝红芳
(海军工程大学理学院, 武汉 430033)

摘要: 为了对军用装备的投放操作进行指导, 以牛顿第二定律为基础, 根据降落伞和装备组成的伞物系统在空气中的受力情况以及空气密度与温度、气压等因素的关系, 建立了复杂条件下装备定点投放的微分方程模型。分析了在降落过程中的速度、迎角、降落时间、落地位置与飞机飞行高度、速度以及降落伞的关系, 并借助 MATLAB 软件对微分方程模型进行离散化求解与仿真, 最后运用蒙特卡罗法加入随机因素对落地点进行预测。该研究对实际训练和作战具有很好的参考价值。

关键词: 空气阻力系数; 收尾速度; 迎角; 数值解; 仿真; 蒙特卡罗法
中图分类号: TJ85 **文献标志码:** A

Modeling and Simulation of Fixed-Point Drop of Military Equipment Under Complex Condition

Li Wei, Huang Zhenhua, Zhou Qun, Hao Hongfang
(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Delivery of military equipment in order to guide operations, on the basis of Newton's second law of motion, air force of the umbrella system made up of parachute and equipment and the relationship between air density, temperature and air pressure is analyzed and coefficient differential equation model of equipment drop under the condition of wind and change of air density is established. The relationship between the speed, angle of attack, landing time, landing position of the equipment at the process of drop and the flying height and speed of the plane and the parachute is researched. Meanwhile, the process of the parachute dropping is simulated through constant coefficient differential equation model in virtue of software MATLAB and the dropping position is predicted with consideration of random factors in virtue of Monte Carlo method. The study of practical training and combat has a good reference value.

Keywords: air resistance coefficient; terminal velocity; angle of attack; numerical solution; simulation; Monte Carlo method

0 引言

降落伞降落的过程是一个在重力和空气阻力作用下的自平衡运动, 其收尾速度的大小和迎角决定了装备的安全性^[1-3]与飞机初速度、装备质量和降落伞伞衣面积有关; 降落时间反映了快速性, 与飞机的飞行高度有关。笔者通过对降落中的降落伞进行受力分析, 推导出其降落的常系数微分方程模型, 然后利用 MATLAB 仿真来模拟降落过程中的相关量的变化。

由于影响降落伞降落的因素主要是飞机、空气、降落伞和装备 4 个方面, 其中空气因素最为复杂。笔者通过分析某一高度下的风速和空气阻力, 实时计算出该高度下的降落伞的状态(速度、迎角、位置等), 再运用蒙特卡罗分析法(Monte Carlo method)对风向、风速等加入随机因素, 使得结果更为一般化, 仿真更接近实际情况。

1 装备定点投放的常微分方程模型

1.1 坐标系的建立

以投放装备时飞机的正下方在地面的点为原点, 正东方向为 x 轴, 正北方向为 y 轴, 垂直地面方向为 z 轴, 建立的空间坐标系如图 1。

图 2 为其俯视图, 其中 α 为飞机航向角, β 为风向角。

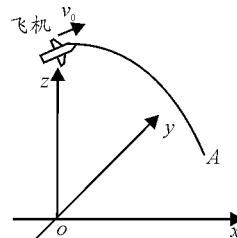


图 1 空间坐标系

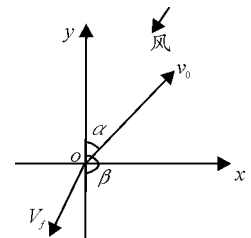


图 2 坐标系俯视图

1.2 受力分析

以装备和降落伞整体为研究对象, 整个系统受

收稿日期: 2011-05-07; 修回日期: 2011-06-13

基金项目: 基于双矩阵对策的系统优化与效能评估应用研究(HGDJJ08002)

作者简介: 李薇(1970—), 女, 江苏人, 硕士, 副教授, 硕士生导师, 从事军用系统建模与仿真、信息隐藏技术研究。

到空气阻力和重力作用。如图 3。

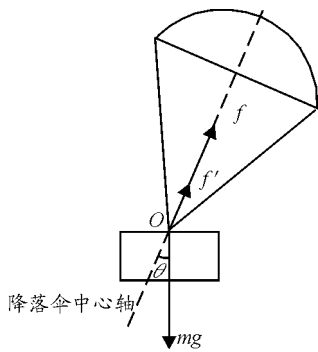


图 3 受力分析图

设降落伞和装备受到的空气阻力分别为 f 和 f' ，整体重力为 mg 、迎角为 θ ，空气阻力在 xyo 平面内的分量与 x 轴的夹角为 φ 。迎风面积为 S （即伞衣的展开面积， $S=2\pi R^2$ ）^[4]，装备的迎风面为 S' ，系统速度为 $v(t)$ ，则有：

$$\begin{cases} F_x = (f + f') \sin \theta \cos \varphi \\ F_y = (f + f') \sin \theta \sin \varphi \\ F_z = (f + f') \cos \theta - mg \end{cases} \quad (1)$$

F_x ， F_y ， F_z 分别为系统在 x ， y ， z 轴方向上所受的合力。根据牛顿第二定律： $\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}$

由式 (1) 可得装备运动的常微分方程模型为：

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{1}{m} (f + f') \sin \theta \cos \varphi \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{1}{m} (f + f') \sin \theta \sin \varphi \\ \frac{dv_z}{dt} = \frac{1}{m} (f + f') \cos \theta - mg \\ \tan \varphi = \frac{v_y}{v_x}; \tan \theta = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{v_z} \end{cases} \quad (2)$$

1.3 运动物体在空气中所受的阻力 f 的分析

任何物体在空气中的运动都会受到空气阻力的作用。空气阻力是一个变化量，其方向与运动方向相反，阻力大小决定于物体的大小、形状、运动速度以及空气的温度、密度、粘滞系数等，可用下式表式：

$$f = 0.5c\rho S v^n \quad (3)$$

式中 c 为阻力系数，表示物体运动时受空气阻碍的程度，它与物体的形状和大小有关，可通过实验的方法得到； ρ 为空气密度，标准状态下 $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$ ； S 为物体迎风截面。

关于 n 的取值，根据文献的研究^[5]，一般认为速度小于 10 m/s 是低速， n 取 1；速度从 10 m/s 到接近音速（约 311 m/s ）， n 取 2；当速度超过音速时，阻力急剧增加， n 取 3 或更大。

由于降落伞在空中受风的影响较大，且空气密度在不同高度有所差异，故应从 ρ 和 v 方面进一步研究。为简单起见，笔者只考虑水平方向的风，忽略垂直方向上的风。

1.3.1 气压、温度对空气密度的影响

影响空气密度的因素主要是气压和温度。根据相关文献的研究^[6]，有：

$$\rho = \frac{p(h)}{p_{on}} \frac{\tau_{on}}{\tau(h)} \rho_{on} \quad (4)$$

式中 τ_{on} ， p_{on} ， ρ_{on} 为标准状态下空气的温度、压强和空气密度； $p(h)$ ， $\tau(h)$ 分别为压强和温度随高度的变化规律。其中 $\tau_{on} = 293 \text{ K}$ ， $\rho_{on} = 1.29 \text{ kg/m}^3$ ， $p(h) = p_{on} e^{-1.256 \times 10^{-4} h}$ ， $\tau(h) = (1 - 6 \times 10^{-4} h) \tau_{on}$ ，分别代入式 (4) 得到 ρ 关于 h 的关系式：

$$\rho(h) = e^{-1.256 \times 10^{-4} h} \frac{377.97}{293 - 6 \times 10^{-4} h} \quad (5)$$

1.3.2 风对空气阻力的影响

1) 速度的合成

设降落伞相对于空气的速度为向量 v^* ，模为 v^* ，其分速度的模分别为 v_x^* ， v_y^* ， v_z^* ，则有：

$$\begin{cases} v^* = v - v_f \\ v_x^* = v_x - v_{fx} \\ v_y^* = v_y - v_{fy} \\ v_z^* = v_z \end{cases} \quad (6)$$

式中 v 为降落伞相对于地面的速度， v_f 为风相对于地面的速度， $v_{fx} = v_f \sin(\alpha + \delta)$ ， $v_{fy} = v_f \cos(\alpha + \delta)$ ，可通过飞机测量的数据（风速、航向、风压角）进行计算。

2) 风速随高度的变化

引用相关研究^[6]的结果，在压强为 200 hPa 处的高空激流位置在垂直位置的风速最大，年平均值约为 33.3 m/s ，压强为 200 hPa 处的高度约 $10\,000 \text{ m}$ ，当 $h < 10\,000 \text{ m}$ 时， $v_f(h)$ 与 h 关系可描述如下：

$$v_f(h) = 32.3 - 31.2e^{-1.256 \times 10^{-4} h}, (h < 10\ 000\ \text{m}) \quad (7)$$

联立式 (3)、(5)、(6)、(7) 可得降落伞和装备所受的空气阻力为:

$$\begin{cases} f = 0.5cS e^{-1.256 \times 10^{-4} h} \frac{377.97}{293 - 6 \times 10^{-4} h} (v - 32.3 + 31.2e^{-1.256 \times 10^{-4} h})^n \\ f' = 0.5c'S' e^{-1.256 \times 10^{-4} h} \frac{377.97}{293 - 6 \times 10^{-4} h} (v - 32.3 + 31.2e^{-1.256 \times 10^{-4} h})^n \end{cases} \quad (8)$$

将式 (8) 带入常微分方程模型 (2) 中即得到复杂条件下的装备定点投放的数学模型。

2 模型求解与仿真

设降落伞降落的总时间为 T , 记装备离开飞机的时刻为 $t=0$, 伞衣打开时刻为 t_1 (一般有 $5\ \text{s} \leq t_1 \leq 10\ \text{s}$)^[7], 取时间步长 $\Delta t = 0.01\ \text{s}$ 将时间离散化, 采用离散化和迭代的方法来进行模拟仿真。

2.1 参数的取定

根据相关文献^[4,8]的研究数据, 当 $0 < V_0 \leq 10\ \text{m/s}$ 时 $n=1$, $f = 0.5c\rho S v$, $c = 4.59$ $c' = 7.95$; 当 $10\ \text{m/s} < V_0 \leq 311\ \text{m/s}$, $n=2$ 时, $f = 0.5c\rho S v^2$, $c = 0.75$, $c' = 1.28$ 。空气密度 $\rho = 1.29\ \text{kg/m}^3$ 。由于最终系统将做匀速运动, 收尾速度为 v_s , 垂直方向上合力为零, 即: $0.5(cS + c'S_v)\rho v_s = mg$, 变形可得伞衣面积 $S = \frac{1}{c}(\frac{2mg}{\rho v_s} - c'S_v)$ 。

2.2 仿真实例

根据建立的模型, 运用 MATLAB 编程得到仿真结果, 相关参数值为: 装备重 $m = 1\ 000\ \text{kg}$, 飞机高度 $h = 1\ 000\ \text{m}$, 开伞时间 $t_1 = 8\ \text{s}$, 伞衣面积 $S = 683\ \text{m}^2$, 飞机初速 $V_0 = 100\ \text{m/s}$, 航向 $\alpha = 60^\circ$, 风压角 $\delta = -30^\circ$ 。

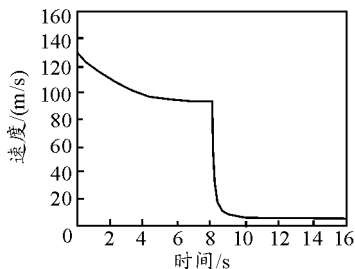


图 4 下降中降落伞速度变化图

图 4 反映了降落伞在下降过程中的速度变化, 当降落伞伞衣打开后很短时间内, 速度即达到稳定; 图 5 为大风(三级)天气下的降落伞下降轨迹图, 图 6 为微风(一级)天气下的降落伞下降轨迹图, 由图可见风速对于降落伞的下降轨迹影响较大。

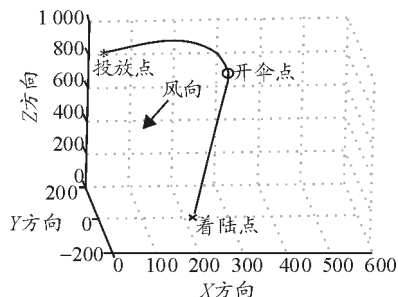


图 5 大风时降落伞的轨迹图

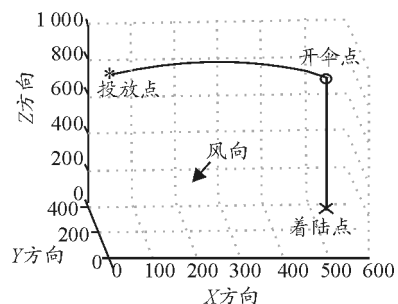


图 6 微风时降落伞的轨迹图

2.3 准确性研究

根据以上建立的运动模型, 采用蒙特卡罗法, 考虑风速、风向的随机偏差对着陆点的影响来模拟实际情况, 对随机因素影响下的空投过程进行仿真计算^[9-11], 可获取着陆点的散点分布图。

实现蒙特卡罗法的基本步骤如下:

1) 建立系统运动过程的动力学模型; 2) 确定系统在下落过程中的偏差因素及其分布规律; 3) 根据偏差因素的分布规律呢, 构造相应的数学概率模型, 并产生随机变量; 4) 将随机变量值带入运动方程, 进行求解; 5) 重复步骤 3、4 多次试验, 即可获得多组所需数据。

在 $m = 1\ 000\ \text{kg}$ 、投放高度为 $1\ 000\ \text{m}$, 初始速度为 $100\ \text{m/s}$ 的条件下, 干扰因素的特性见表 1。

表 1 干扰因素特性

| 随机干扰因素名称 | 分布特性 | 最小值 | 最大值 |
|----------|------|-----|-----|
| 风速/(m/s) | 均匀分布 | 3 | 7 |
| 风向/(°) | 均匀分布 | 25 | 30 |

通过 MATLAB 产生随机数进行 10 次试验，获得的着陆点的分布见图 7。

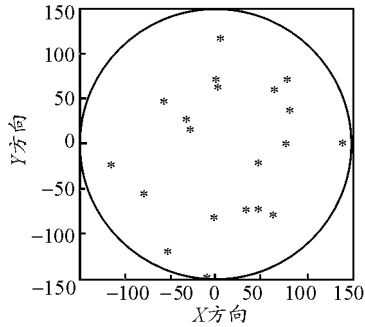


图 7 软件模拟产生的着陆点分布图

由图 7 可知，着陆点大致均匀分布在半径为 150 m 的圆内。半径越小则着陆点准确度越高。

3 结束语

笔者运用牛顿运动学基本定律，建立了复杂条件下装备定点投放的常微分方程模型并进行了相关的模拟仿真，对影响装备着陆安全性、快速性和准确性的因素进行了研究，并采用蒙特卡罗分析法进行仿真计算。该研究对实际训练和作战具有很好的参考价值。

(上接第 40 页)

然后对串联驱动系统的变负载情况进行仿真分析。零负载的电机 1、2 运行在 300 r/min，对电机 1 突加负载，稳定后卸负载的仿真波形如图 5；反之，对电机 2 突加负载，稳定后卸负载的仿真波形如图 6。

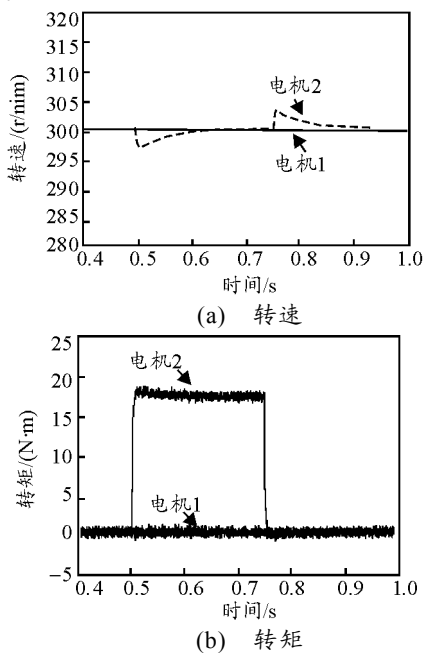


图 6 电机 2 突加负载，稳定后卸负载

参考文献:

- [1] Hui W H, Murray Tobak. Bifurcation analysis of nonlinear stability of aircraft at high angle of attack[R]. AIAA82-0244.1982
- [2] John D E, Heffley R K. Investigation of high angle of attack flying qualities criteria and design criteria[R]. AFWALTR81-3108. 1981.
- [3] Nicoladies J D. An hypothesis for eatastrophic yaw[R]. BTN18. 1995.
- [4] 王进朴, 谢圣东. 空降理论与训练教程[M]. 桂林: 桂林空军学院, 2002: 85-92.
- [5] 王立华. 空气阻力对自由落体运动的影响[J]. 沧州师范学院学报, 2000, 16(2): 50-52.
- [6] 田庆明, 马廷德, 杜岩. 酒泉地区高空风速分布特征及影响因素[J]. 干旱区研究, 2009, 26(5): 671-675.
- [7] 余莉, 明晓, 胡斌. 降落伞开伞过程的实验研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(2): 176-180.
- [8] 麻力强, 等. 航海基础[M]. 武汉: 浪潮出版社, 2003: 104-110.
- [9] 杜燕军. 线性回归法在风场空气密度模拟中的探讨[J]. 内蒙古科技与经济, 2006, 185(7): 165-175.
- [10] 刘敏, 荣伟, 王伟志. 蒙特卡罗方法在降落伞-返回舱系统中的应用[J]. 航天返回与遥感, 2007, 28(1): 18-21.
- [11] Matthew R. Tetlow. Monte Carlo Analysis for a Booster Flyback Guidance System[R]. AIAA2005-819.

从仿真波形可见：系统中任意一台电机负载突然增加时该电机的转速稍微减小，转矩增至负载转矩大小，然后转速恢复；当负载撤销时，该电机转速稍微增加，转矩下降，转速慢慢恢复；而整个过程中另一台电机的转速和力矩不受影响，运行稳定。

3 结束语

仿真结果表明：该串联系统的 2 台电机在同一逆变器的驱动下，可以实现解耦控制。以此为基础，可以对多相电机串联系统进行更深入的研究。

参考文献:

- [1] 侯立军, 苏彦民, 陈林, 等. 多相感应电机调速系统研究、综述[J]. 机床与液压, 2004(4).
- [2] 陈菊明, 刘锋. 多相电路坐标变换的一般理论[J]. 电工电能新技术, 2006, 25(1).
- [3] Levi E, Jones M, Vukosavic S N, at al. A novel concept of a multiphase, multi-motor vector controlled drive system supplied from a single voltage source inverter[J]. IEEE Trans. Power Electr. 2004, 19: 320-335.
- [4] Emil Levi. Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications[J]. IEEE Trans. on Industrial electronics, 2008, 55(5): 1893-1909.
- [5] 王成元, 夏家宽, 孙宜标. 现代电机控制技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.