doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.10.019

一种混沌鲁里叶系统的 T-S 模糊控制方法

严路，何汉林，涂建军
（海军工程大学理学院，武汉 430033）

摘要：研究鲁里叶混沌系统的稳定控制问题，提出一种新型模糊控制方法。利用李亚普诺夫指数稳定定理和反馈控制思想，在用 T-S 模糊模型重构系统结构的基础上，给出连续 T-S 模糊模型指数稳定的充分条件，并设计出一种基于并行分布补偿技术的状态反馈控制器。再用线性矩阵不等式求出模糊控制器的参数。仿真结果良好，验证了控制器的有效性。

关键词：反馈控制；混沌鲁里叶系统；模糊控制；T-S 模型
中图分类号：TP273 **文献标志码**：A

T-S Fuzzy Control Method for a Class of Chaotic Lurie Systems

Yan Lu, He Hanlin, Tu Jianjun
(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: This paper proposes a new fuzzy control method of Lurie chaotic system. Based on the T-S fuzzy model, the Lurie system is reconstructed. The fuzzy feedback control method for the Lurie chaotic system is designed using feedback control concept, and the method proposed consider sufficiently the interactions among the fuzzy sub-system, and the sufficient conditions which guarantee T-S fuzzy system asymptotically stable are proposed, using Lyapunov exponent stability theory, and the parallel distributed compensation technique is applied to design a state feedback controller for the chaotic systems. By using LMI constrains, the parameters of fuzzy controller can be obtained. The simulation results show the effectiveness of the method proposed.

Keywords: feedback control; Lurie chaotic system; fuzzy control; T-S model

0 引言

混沌系统控制由于其性能的独特及应用的广泛，近年来已成为混沌系统研究领域中一个比较活跃的分支，各种研究方法不断涌现[1-7]。其中，利用T-S模糊模型研究混沌控制成为近几年的研究热点，单梁等[8]在T-S模糊模型基础上重构了系统结构，利用反馈控制思想，设计了Liu混沌系统的模糊控制方法。赵琰等[9]针对一类不确定性混沌系统，提出了利用区间矩阵理论描述其不确定性，进而用T-S模糊模型对其进行精确描述的新方法。李德权等[10]基于T-S模糊模型描述的不确定混沌系统的静态输出反馈鲁棒控制问题，给出了一种新的模糊静态输出反馈控制器设计方法。吴忠强等[11]在T-S模糊模型基础上，采用模糊动态模型逼近非线性混沌系统，研究了Chua混沌系统的稳定控制问题，将非线性混沌系统模糊化为局部线性模型。黄悦华等[12]研究了Henon混沌系统的基于T-S模糊模型的非二次镇定问题，通过构造模糊非二次Lyapunov函数，设计离散T-S模糊系统的控制器，并应用于Henon混沌系统的镇定。申忠宇等[13]采用模糊T-S模型描述一类匹配不确定的非线性系统，结合滑模观测器设计原理，提出基于T-S模糊模型的鲁棒模糊滑模观测器设计方法。何汉林等[14-16]针对鲁里叶混沌系统，基于李雅普洛夫方法和Lyapunov 稳定性理论等，设计了几种混沌鲁里叶系统同步的控制器，控制效果较好。

笔者针对鲁里叶混沌系统，基于 T-S 模糊模型 Lyapunov 稳定性理论，设计出一种新型模糊控制器。利用 LMI 求出控制器参数及正定矩阵 $\boldsymbol{P}$，既方便又快捷，控制器结构简单。仿真结果验证了所提方法的有效性。

1 问题描述

T-S 模糊模型是由一组“如果-则”模糊规则来描述非线性系统，每一个规则代表一个线性子系统，整个模糊系统即为各个子系统的线性组合。

规则 i：如果 $z_1(t)$ 为 F_{i1} 且…且 $z_n(t)$ 为 F_{in}，那么

$$\dot{x}(t)=A_ix(t)+B_iu(t), i=1,2,\cdots,q \tag{1}$$

其中：q 为模糊规则数；F_{ij} 为模糊集合；$z_i(t)$ 为前提变量；$x(t)\in R^n$、$u(t)\in R^m$ 分别为状态向量、控制

收稿日期：2011-06-15；修回日期：2011-07-12
基金项目：国家自然科学基金“多时滞和非光滑混沌系统的控制、(反)同步及应用”(60974136)
作者简介：严路(1987—)，男，湖北人，硕士，从事系统的优化、控制与应用研究。

向量；$\boldsymbol{A}_i \in R^{n\times n}$、$\boldsymbol{B}_i \in R^{n\times m}$ 分别为系统矩阵、输入矩阵。整个模糊系统为各个子系统的线性组合：

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(t)(\boldsymbol{A}_i x(t)+\boldsymbol{B}_i u(t)) \tag{2}$$

其中，$\mu_i(t)=\dfrac{\alpha_i(t)}{\sum_{i=1}^{q}\alpha_i(t)}\ge 0$，$\sum_{i}^{q}\mu_i(t)=1$；$\alpha_i(t)=\prod_{j=1}^{n}F_{ij}(z_j(t))$，$F_{ij}(z_j(t))$ 表示 $z_j(t)$ 在模糊集 F_{ij} 中的隶属度。

利用并行分布补偿技术(PDC)，考虑如下关于模糊模型 (1) 的静态输出反馈模糊控制律：规则 i：如果 $z_1(t)$ 为 F_{i1} 且 … 且 $z_n(t)$ 为 F_{in}，那么

$$u(t)=\boldsymbol{K}_i x(t), i=1,2,\cdots,q$$

则系统 (1) 的控制为

$$u(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i\boldsymbol{K}_i x(t) \tag{3}$$

采用单点模糊化，乘积推理和中心平均去模糊化模糊推理方法，由式 (3) 代入式 (2) 得整个系统的闭环控制系统为：

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i(t)\left(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\sum_{j=1}^{q}\mu_j(t)\boldsymbol{K}_j\right)x(t)$$

整理得

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\mu_i(t)\mu_j(t)\left(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_j\right)x(t) \tag{4}$$

式 (4) 可进一步写为

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i^2(t)N_{ii}x(t)+2\sum_{i<j}\mu_i(t)\mu_j(t)R_{ij}x(t) \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{N}_{ij}=\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_j$，且 $R_{ij}=\left(N_{ij}+N_{ji}\right)/2$，$i<j$ 表示模糊规则间的相互影响。

2　控制器设计

定理 1　如果存在正定矩阵 $\boldsymbol{P}>0$，并满足式 (6)、式 (7)，则式 (5) 描述的系统指数稳定。

$$\boldsymbol{N}_{ii}^{\mathrm{T}}P+P\boldsymbol{N}_{ii}+P<0 \tag{6}$$

$$\boldsymbol{R}_{ij}^{\mathrm{T}}P+P\boldsymbol{R}_{ij}+P<0,\ i<j \tag{7}$$

证明：选取李亚普诺夫函数 $V(x)=x(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}x(t)$，则 $\lambda_{\min}(\boldsymbol{P})\|x\|^2\le V(x)\le\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})\|x\|^2$，且 $V(x)$ 沿系统式 (5) 的全导数为

$$\dot{V}(x)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i^2(t)x^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{N}_{ii}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{N}_{ii})x+ 2\sum_{i<j}\mu_i(t)\mu_j(t)x^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}_{ij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{R}_{ij})x$$

当式 (6)、式 (7) 成立时，$\dot{V}(x)\le -V(x)\le -\lambda_{\min}(P)\|x\|^2$，由李亚普诺夫指数稳定定理，系统 (5) 指数稳定。

由定理 1 知模糊系统的全局渐近稳定性稳定问题变成了寻求 $\boldsymbol{P}$ 和 K_i 满足式 (6)、式 (7) 所示的不等式。

现取 $X=P^{-1}$，将式 (6)、式 (7) 两边前后均乘以 X 得

$$X\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_iX+X\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_iX+X<0 \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&X\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_iX+X\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_jX+X\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\\&+X\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_jX+\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{K}_iX+2X<0\end{aligned} \tag{9}$$

其中 $i<j$。由相关的 MATLAB 工具可求出 X、$\boldsymbol{K}_i$ 后，再取 $P=X^{-1}$，则定理 1 条件满足，相应控制器为 $u(t)=\sum_{i=1}^{q}\mu_i\boldsymbol{K}_ix(t)$。

3　混沌鲁里叶系统的控制

一般的鲁里叶系统具有如下形式

$$\begin{cases}\dot{x}=\boldsymbol{A}x+\boldsymbol{B}f(\sigma)\\ \sigma=\boldsymbol{C}x\end{cases} \tag{10}$$

其中 $x\in R^n$，$\boldsymbol{A}\in R^{n\times n}$，$\boldsymbol{B}\in R^{n\times m}$，$\boldsymbol{C}\in R^{p\times n}$，$f:R^p\to R^m$ 为非线性映射。

当 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&0&15\\1&0&-7\\0&1&-0.5\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}66.25\\3\\1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$，$f(\sigma)=-\dfrac{k}{3}\sigma^3$，$k=2.48$ 初始条件为 $x_1(0)=0.8$，$x_2(0)=-1.5$，$x_3(0)=0.5$ 时系统 (10) 呈现混沌状态，此时系统的状态方程为

$$\begin{cases}\dot{x}_1=15x_3-54.77x_3^3\\ \dot{x}_2=x_1-7x_3-2.48x_3^3\\ \dot{x}_3=x_2-0.5x_3-0.83x_3^3\end{cases} \tag{11}$$

其系统的混沌相图及其状态图如图 1、图 2。

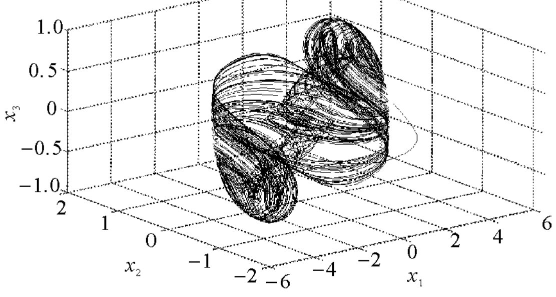

图 1　混沌鲁里叶系统的相图

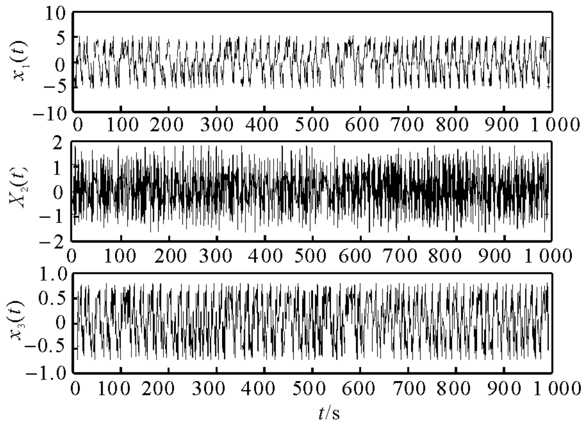

图 2　混沌鲁里叶系统的状态图

首先对系统 (11) 按照 T-S 模糊规则进行重构。由于在系统 (11) 中存在一个非线性项 x_3^3，为构造系统 (11) 的模糊 T-S 模型，需要将该非线性项表示成一些线性函数的权重线性和。

系统 (11) 可以用包含以下 2 条规则的 T-S 模糊模型表示：

T-S 模糊规则 1：如果 x_3^2 较大时，$\dot{x}=\boldsymbol{A}_1x$；

T-S 模糊规则 2：如果 x_3^2 较小时，$\dot{x}=\boldsymbol{A}_2x$。

由文献[15]可知，区域 $\Omega=\left\{(x_1,x_2,x_3)\middle|x_3^2\le 0.271\,9\right\}$ 是系统 (11) 的不变集，故不妨设系统 (11) 的初值 $(x_{10},x_{20},x_{30})\in\Omega$，从而由 $0\le\mu_1(t),\mu_2(t)\le 1$，且 $\mu_1(t)+\mu_2(t)=1$，可知其隶属度函数可取为 $\mu_1(t)=\dfrac{x_3^2}{0.271\,9},\mu_2(t)=\dfrac{0.271\,9-x_3^2}{0.271\,9}$。其中

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{pmatrix}0&0&0.108\,0\\1&0&-7.674\,3\\0&1&-0.725\,7\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{A}_2=\begin{pmatrix}0&0&15\\1&0&-7\\0&1&-0.5\end{pmatrix}。$$

笔者研究混沌鲁里叶系统 (11) 的模糊反馈控制方法，为此考虑如下 2 个控制规则：

控制规则 1：如果 x_3^2 较大时，$\dot{x}=\boldsymbol{A}_1x+u$；

控制规则 2：如果 x_3^2 较小时，$\dot{x}=\boldsymbol{A}_2x+u$

与式 (1) 比较可知 $q=2,B_1=B_2=I$，结合式 (8)、式 (9) 并利用相关的 MATLAB 工具得

$$\boldsymbol{K}_1=\begin{pmatrix}-1.867\,8&-1.228\,6&0.308\,4\\-0.854\,7&-1.112\,5&1.303\,3\\0.403\,3&0.939\,8&-2.486\,1\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}_2=\begin{pmatrix}-2.036\,3&-0.941\,4&-2.849\,4\\-1.011\,1&-1.038\,7&-0.043\,4\\-2.090\,0&-0.415\,4&-4.752\,0\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}2.450\,5&-1.363\,9&-0.353\,9\\-1.363\,9&3.006\,1&0.348\,5\\-0.353\,9&0.348\,5&1.146\,1\end{pmatrix}$$

使式 (8)、式 (9) 同时成立，从而可得其全局控制器为

$$u(t)=\mu_1\boldsymbol{K}_1x(t)+\mu_2\boldsymbol{K}_2x(t) \tag{12}$$

取初值为 $(x_{10},x_{20},x_{30})=(0.8,-1.5,0.5)$，在 $t=0$ s 加入控制项式 (12) 得仿真结果如图 3。从仿真结果可见，文中所提方法取得了比较满意的控制效果。

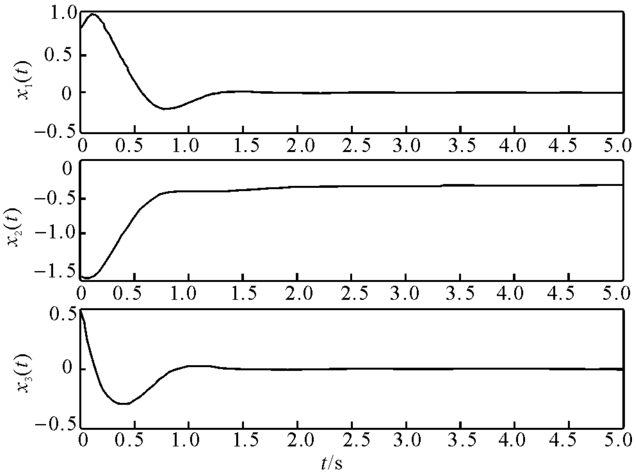

图 3　加控制器后系统的状态曲线图

4　结论

笔者基于李亚普诺夫稳定性理论和 PDC 技术，用模糊语言描述系统设计了稳定的状态反馈控制器，并采用线性矩阵不等式计算控制器参数，控制器结构简单，具有方便、快捷的特点。仿真结果良好，说明了该方法的可行性。

参考文献：

[1] 涂建军，何汉林．一类新的时滞混沌系统及其最小能量引导控制[J]．控制理论与应用，2010, 27(10): 1383-1387.

[2] He Hanlin, Tu Jianjun. Algebraic condition of synchronization for multiple time-delayed chaotic Hopfield neural networks[J]. Neural Computing & Applications, 2010, 19(3): 543-548.

[3] Fallahi K, Leung H. A chaos secure communication scheme based on multiplication modulation[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(2): 430-441.

[4] 申立群，王茂．一类不确定混沌系统的鲁棒同步控制[J]．系统工程与电子技术，2008, 33(3): 527-529.

[5] 强浩，王洪元．一个新混沌系统的参数不确定自适应同步[J]．计算机仿真，2009, 26(7): 182-184.

[6] 黄云鹏，朱芳来，张书英．LÜ混沌系统自适应同步控制[J]．兵工自动化，2007, 26(8): 54-55.

(下转第 78 页)