

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.02.002

# 雷达组网的精确极大似然误差配准算法

丰昌政, 薛强

(海军工程大学管理工程系, 武汉 430033)

**摘要:** 针对最小二乘法和卡尔曼滤波方法在雷达网系统中的误差配准问题, 提出一种雷达组网的精确极大似然误差配准算法。采用基于圆极投影的极大似然配准算法, 利用各雷达站的几何关系, 通过极大似然混合高斯-牛顿迭代方法估计出雷达网的系统误差, 并进行仿真。仿真结果证明: 该配准方法具有良好的 consistency, 可以用于多雷达组网的误差配准。

**关键词:** 误差配准; 极大似然方法; 雷达网; 高斯-牛顿迭代方法

**中图分类号:** TJ02 **文献标志码:** A

## An Exact Maximum Likelihood Error Registration Algorithm for Radar Network

Feng Changzheng, Xue Qiang

(Dept. of Management Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** For the least square method and Kalman filter method in radar network system's error registration problems, put forward a kind of radar netting exact maximum likelihood error registration algorithm. Using maximum likelihood registration algorithm based on circular polar projection, according to the radar station geometric relationship, to estimate the error of radar network system by maximum likelihood mixed Gauss-Newton iterative method, and carried out a simulation. The simulation results show that the algorithm has good compatibility, can be used for multi radar netted registration.

**Key words:** error registration; maximum likelihood; radar network; Gaussian-Newton iterative method.

### 0 引言

由于数据融合理论与技术的发展, 多雷达组成的雷达网系统在目标跟踪的精度、范围、发现概率和可靠性方面均明显优于单部雷达。但如果解决不好误差配准问题, 整个雷达网系统甚至不如单部雷达的跟踪效果好。其原因在于系统中不同的雷达量测到的数据偏差较大, 导致同一个目标的航迹会被误认为是不同的目标, 从而给航迹的关联和融合带来困难, 使系统的跟踪性能下降。

在雷达组网系统中, 通常考虑 2 类误差: 随机误差和系统误差<sup>[1]</sup>。随机误差可用航迹跟踪滤波的方法进行滤除; 系统误差是一种固定误差, 必须根据各雷达量测的数据估计出各雷达在系统中的配准误差, 而后进行误差补偿, 从而消除系统误差<sup>[2-4]</sup>。

为解决雷达组网系统的误差配准问题, 笔者基于圆极投影的雷达组网空间配准算法, 推导出极大似然误差配准算法公式, 并通过仿真对其进行验证。

### 1 模型描述

将不同坐标系的固定雷达站 A、B 用圆极投影

法转换到统一系统坐标系下, 为不失一般性, 设雷达 A 位于坐标原点, 雷达 B 位于系统坐标系的  $(u, v)$ , 如图 1。用  $(r_A(k), \theta_A(k))$  和  $(r_B(k), \theta_B(k))$  分别表示雷达 A、B 在  $k$  时刻对目标  $T_k$  的量测。用  $(r'_A(k), \theta'_A(k))$  和  $(r'_B(k), \theta'_B(k))$  分别表示相对雷达 A、B 在  $k$  时刻目标  $T_k$  的真实量测位置(无系统误差和随机误差), 用  $(x_A(k), y_A(k))$  和  $(x_B(k), y_B(k))$  表示在统一坐标系下分别由雷达 A、B 转换来的  $T_k$  的坐标。由几何关系可得出如下结论:

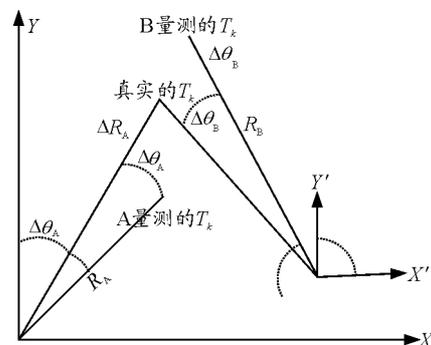


图 1 多雷达探测原理图

收稿日期: 2011-09-05; 修回日期: 2011-09-21

作者简介: 丰昌政(1980—), 男, 山西人, 硕士研究生, 助理工程师, 从事雷达组网、数据融合研究。

$$\begin{aligned}
 x_A(k) &= (r'_A(k) + \Delta r_A) \sin(\theta'_A(k) + \Delta \theta_A) + n_1(k) \\
 y_A(k) &= (r'_A(k) + \Delta r_A) \cos(\theta'_A(k) + \Delta \theta_A) + n_2(k) \\
 x_B(k) &= (r'_B(k) + \Delta r_B) \sin(\theta'_B(k) + \Delta \theta_B) + n_3(k) \\
 y_B(k) &= (r'_B(k) + \Delta r_B) \cos(\theta'_B(k) + \Delta \theta_B) + n_4(k)
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中:  $(\Delta r_A, \Delta \theta_A)$  和  $(\Delta r_B, \Delta \theta_B)$  表示雷达 A、B 需要配准的系统误差,  $(n_1(k), n_2(k), n_3(k), n_4(k))$  分别表示雷达 A、B 在横轴纵轴的测量噪声。由于系统误差很小, 将式 (1) 进行一阶线性展开得到。

$$\begin{cases}
 x_A(k) = r'_A(k) \sin \theta'_A(k) + \Delta r_A \sin \theta'_A(k) + r'_A(k) \Delta \theta_A \cos \theta'_A(k) + n_1(k) \\
 y_A(k) = r'_A(k) \cos \theta'_A(k) + \Delta r_A \cos \theta'_A(k) - r'_A(k) \Delta \theta_A \sin \theta'_A(k) + n_2(k) \\
 x_B(k) = r'_B(k) \sin \theta'_B(k) + \Delta r_B \sin \theta'_B(k) + r'_B(k) \Delta \theta_B \cos \theta'_B(k) + n_3(k) \\
 y_B(k) = r'_B(k) \cos \theta'_B(k) + \Delta r_B \cos \theta'_B(k) - r'_B(k) \Delta \theta_B \sin \theta'_B(k) + n_4(k)
 \end{cases} \tag{2}$$

令  $(x'_k, y'_k)$  表示  $T_k$  在系统坐标系下的真实横纵坐标, 对同一做目标有如下关系

$$\begin{aligned}
 x'_k &= r'_A(k) \sin \theta'_A(k) = r'_B(k) \sin \theta'_B(k) + u \\
 y'_k &= r'_A(k) \cos \theta'_A(k) = r'_B(k) \cos \theta'_B(k) + v
 \end{aligned} \tag{3}$$

将式 (3) 代入式 (2) 可得:

$$\begin{aligned}
 x_A(k) &= x'_k + \frac{\Delta r_A}{r'_A(k)} x'_k + y'_k \Delta \theta_A + n_1(k) \\
 y_A(k) &= y'_k + \frac{\Delta r_A}{r'_A(k)} y'_k - x'_k \Delta \theta_A + n_2(k) \\
 x_B(k) &= x'_k + \frac{\Delta r_B}{r'_B(k)} x'_k + y'_k \Delta \theta_B - \frac{\Delta r_B}{r'_B(k)} u - v \Delta \theta_B + n_3(k) \\
 y_B(k) &= y'_k + \frac{\Delta r_B}{r'_B(k)} y'_k - x'_k \Delta \theta_B + \frac{\Delta r_B}{r'_B(k)} v + u \Delta \theta_B + n_4(k)
 \end{aligned} \tag{4}$$

将式 (4) 写成矩阵形式:

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{A}(k)\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}(k) + \mathbf{N}(k) \tag{5}$$

$\mathbf{X}(k)$ 、 $\mathbf{N}(k)$  分别表示第  $k$  次测量时目标的向量和随机量测误差矢量,  $\boldsymbol{\eta}$  为系统误差向量,  $\mathbf{B}(k)$  为目标真实的位置,  $\mathbf{A}(k)$  为分块的对角矩阵,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}(k) &= [x_A(k), y_A(k), x_B(k), y_B(k)]^T \\
 \mathbf{B}(k) &= [x'_k, y'_k, x'_k, y'_k]^T \\
 \mathbf{N}(k) &= [n_1(k), n_2(k), n_3(k), n_4(k)]^T \\
 \boldsymbol{\eta} &= [\Delta \theta_A, \Delta r_A, \Delta \theta_B, \Delta r_B]^T \\
 \mathbf{A}(k) &= \text{diag}[A_{11}(k), A_{22}(k)]
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} y'_k & x'_k/r'_A(k) \\ -x'_k & y'_k/r'_A(k) \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} y'_k - v & (x'_k - u)/r'_A(k) \\ -(x'_k - u) & (y'_k - v)/r'_A(k) \end{bmatrix}$$

可以看到  $\mathbf{A}(k)$  和  $\mathbf{B}(k)$  完全不依赖于系统误差, 由系统平面上  $T_k$  的真实位置确定。

## 2 似然函数

根据式 (6), 假定测量噪声服从正态分布, 则有似然函数

$$\begin{aligned}
 P\{\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(k)\} &= \\
 \prod_{k=1}^K \frac{1}{(2\pi)^2 \delta_n^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\delta_n^2} \{\mathbf{X}(k) - \mathbf{A}(k)\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}(k)\}^T \{\mathbf{X}(k) - \mathbf{A}(k)\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}(k)\}\right\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

忽略常数项, 对似然函数求负对数得:

$$J = -\log P = 2K \lg(2\pi\delta_n^2) + \frac{1}{2\pi\delta_n^2} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{X}(k) - \mathbf{A}(k)\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}(k)\|_F^2 \tag{8}$$

式中:  $\|\bullet\|_F$  表示求 Frobenius 范数<sup>[5-6]</sup>。令  $\boldsymbol{\xi}_k = [x'_k, y'_k]^T$ ,  $J$  就变成  $\boldsymbol{\xi}_k$ ,  $\boldsymbol{\eta}$  和  $\delta_n^2$  的函数, 假设  $\boldsymbol{\xi}_k$  和  $\boldsymbol{\eta}$  是固定值, 相对于  $\delta_n^2$  求  $J$  的极小值, 噪声方差的估计为

$$\delta_n^2 = \frac{1}{4k} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{X}(k) - \mathbf{A}(k)\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}(k)\|_F^2 \tag{9}$$

将  $\delta_n^2$  带回式 (9), 就可以对  $\boldsymbol{\xi}_k$  和  $\boldsymbol{\eta}$  进行求解,

$$\begin{aligned}
 [\boldsymbol{\xi}_k, \boldsymbol{\eta}] &= \arg \min J \\
 J &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{X}(k) - \mathbf{A}(k)\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}(k)\|_F^2
 \end{aligned} \tag{10}$$

## 3 迭代实现

在式 (10) 中有 2 个变量  $\boldsymbol{\xi}_k$  和  $\boldsymbol{\eta}$ , 构成了一个非线性函数, 这一问题就变成非线性优化问题。可用交替优化技术对  $\boldsymbol{\xi}_k$  和  $\boldsymbol{\eta}$  进行优化。首先, 固定一个目标的真实位置向量  $\boldsymbol{\xi}_k$  来估计出误差向量  $\boldsymbol{\eta}$ , 则有

$$\frac{\delta J}{\delta \boldsymbol{\eta}} = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{A}(k)^T \mathbf{A}(k)\right)^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{A}(k)^T (\mathbf{X}(k) - \mathbf{B}(k)) = 0 \tag{11}$$

可以求得

$$\boldsymbol{\eta} = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{A}(k)^T \mathbf{A}(k)\right)^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{A}(k)^T (\mathbf{X}(k) - \mathbf{B}(k)) \tag{12}$$

其次, 在得到  $\boldsymbol{\eta}$  的情况下, 用收敛性较好的牛顿优化法对真实的目标位置向量进行估计, 第  $p+1$  步的迭代:

$$\boldsymbol{\xi}_k^{p+1} = \boldsymbol{\xi}_k^p - u_p \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{G}_k \tag{13}$$

式中:  $u_p$  为第  $p$  步迭代的步长,  $\mathbf{H}_k$  和  $\mathbf{G}_k$  都是在  $\boldsymbol{\xi}_k^p$  处计算得到,  $\mathbf{H}_k$  为  $J_k$  相对于  $\boldsymbol{\xi}_k$  的 Hessian 矩阵,  $\mathbf{G}_k$  为梯度。

$$G_k = 2R_k' \gamma_k \quad (14)$$

其中  $\gamma_k = X(k) - A(k)\eta + B(k)$  (15)

$$H_k = 2R_k' R_k \quad (16)$$

该矩阵为半正定矩阵。Hessian 阵的这一近似就是高斯对牛顿法的修正，也称高斯-牛顿法 (Gauss-Newton)<sup>[7-8]</sup>。整个的迭代的过程可以用流程图表示，如图 2。

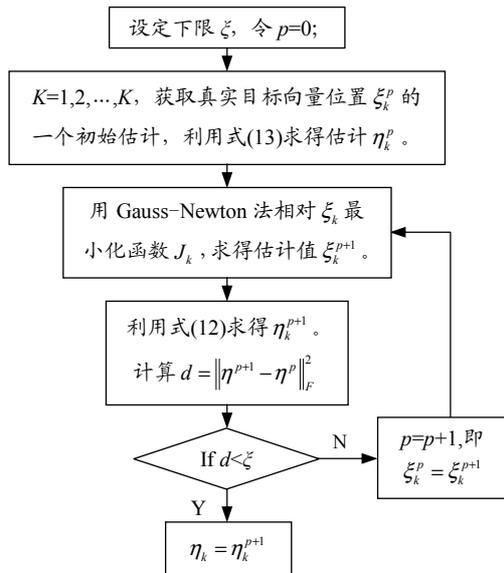


图 2 数据迭代计算过程

### 4 仿真与分析

对 2 部雷达进行仿真，假设雷达 A 位于原点，雷达 B 位于坐标系中点(u,v)处，2 部雷达的系

统偏差分别为  $\Delta r_A = 1\ 842\ \text{m}$ ,  $\Delta r_B = 2\ 842\ \text{m}$ ,  $\Delta \theta_A = 0.0087\ \text{rad}$ ,  $\Delta \theta_B = 0.0047\ \text{rad}$ , 运动轨迹为  $x=150k-25$ ,  $y=200k-25$ 。分别加入方差为 50 和 100 的斜距噪声和方差为 0.0175 和 0.0083 的方位噪声。分别使用最小二乘法和精确极大似然算法进行误差配准。

表 1 给出  $u=30$ ,  $v=0$  时使用不同点迹数进行配准的仿真结果。由表 1 可知，在配准点迹较少时，精确极大似然算法和最小二乘法的配准效果不是太理想，最小二乘法的精准度略好些，随着点迹数的增加，最小二乘法的精度在不断下降，而极大似然方法虽然精度较差，但是其融合计算的误差十分平稳。为了验证不同的地理坐标对 2 种配准算法的影响，改变  $u$ 、 $v$  的值，当  $u=30$ ,  $v=200$  时，表 2 中同样的情况再次出现。可见，在误差要求不太高的前提下，极大似然混合了牛顿高斯方法能够很好的实现误差的配准。同时极大似然误差配准算法还有很好的跟踪性能。

图 3 给出了 2 部雷达跟踪目标的真实轨迹和测量点迹，可以很清楚地看到，探测到的目标运动轨迹均匀地分布在真实轨迹两边，证明极大似然法能够很好实现 2 部雷达的误差配准。图 4、图 5 给出了跟踪目标时，纵横坐标的误差情况，证明极大似然方法收敛比较快，但是，有部分轨迹误差发生发散现象，可见其精度随着目标距离变大有变差的趋向，这与雷达探测目标的实际情况是对应的。

表 1  $u=30$ ,  $v=0$  时使用不同点迹数进行配准的仿真结果

点数	最小二乘法				极大似然法			
	A 测距误差 $\Delta r_A/\text{m}$	A 测角误差 $\Delta \theta_A/\text{rad}$	B 测距误差 $\Delta r_B/\text{m}$	B 测角误差 $\Delta \theta_B/\text{rad}$	A 测距误差 $\Delta r_A/\text{m}$	A 测角误差 $\Delta \theta_A/\text{rad}$	B 测距误差 $\Delta r_B/\text{m}$	B 测角误差 $\Delta \theta_B/\text{rad}$
50	1 553.00	0.017 4	2 531.00	0.007 2	-589.51	-0.004 3	498.52	-0.001 6
100	1 235.20	0.016 9	2 191.90	0.010 7	-523.01	-0.003 6	461.42	-0.005 0
200	405.75	0.020 0	1 504.60	0.015 8	-467.10	-0.002 5	425.09	-0.003 2
300	-587.70	0.022 5	729.62	0.018 0	-569.75	-0.001 2	524.37	-0.001 7
400	-1 425.50	0.023 8	-22.44	0.019 9	-476.89	-0.002 1	442.98	-0.002 4
500	-2 208.70	0.025 2	-807.56	0.020 9	-524.50	-0.001 8	490.11	-0.002 1
600	-3 119.30	0.026 6	-1 659.40	0.021 6	-532.79	-0.001 6	499.87	-0.001 9
700	-4 053.70	0.027 4	-2 475.70	0.022 5	-490.52	-0.001 8	461.24	-0.002 0
800	-4 960.40	0.028 4	-3 354.80	0.023 0	-499.46	-0.001 8	470.82	-0.002 0
900	-6 153.80	0.029 3	-4 270.40	0.023 5	-489.50	-0.002 2	462.15	-0.002 4
1 000	-7 266.00	0.029 8	-5 134.50	0.024 3	-504.74	-0.002 1	477.53	-0.002 3

表 2  $u=300, v=200$  时使用不同点迹数进行配准的仿真结果

点数	最小二乘法				极大似然法			
	A 测距误差 $\Delta r_A/m$	A 测角误差 $\Delta \theta_A/rad$	B 测距误差 $\Delta r_B/m$	B 测角误差 $\Delta \theta_B/rad$	A 测距误差 $\Delta r_A/m$	A 测角误差 $\Delta \theta_A/rad$	B 测距误差 $\Delta r_B/m$	B 测角误差 $\Delta \theta_B/rad$
50	2 016.30	-0.025 3	2 583.9	-0.029 6	-567.97	0.003 7	180.3	-0.018 4
100	2 009.80	-0.012 6	2 517.5	-0.017 9	-612.19	0.006 6	228.6	-0.013 8
200	1 571.00	-0.008 1	2 382.5	-0.011 1	-517.50	0.004 5	157.6	-0.008 0
300	1 742.60	-0.006 9	2 251.9	-0.008 5	-528.30	0.002 6	171.6	-0.004 9
400	1 535.60	-0.004 8	2 110.4	-0.007 2	-493.10	0.002 7	141.3	-0.004 5
500	1 498.40	-0.004 9	1 975.4	-0.006 3	-521.80	0.001 7	170.0	-0.003 1
600	1 363.10	-0.003 3	1 830.4	-0.005 8	-514.80	0.002 2	165.2	-0.003 4
700	1 110.80	-0.003 0	1 684.6	-0.005 4	-510.00	0.002 0	161.3	-0.003 0
800	9 52.02	-0.003 2	1 541.8	-0.005 0	-480.70	0.002 6	134.1	-0.003 5
900	1 019.20	-0.002 8	1 401.2	-0.004 7	-481.80	0.002 2	135.5	-0.003 0
1 000	759.04	-0.002 7	1 252.3	-0.004 6	-519.60	0.002 1	172.6	-0.002 8

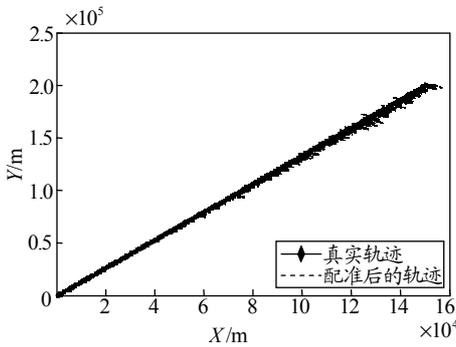


图 3 真实轨迹与测量轨迹

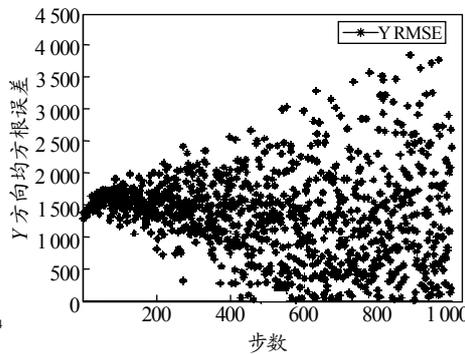


图 4 纵坐标的精度误差

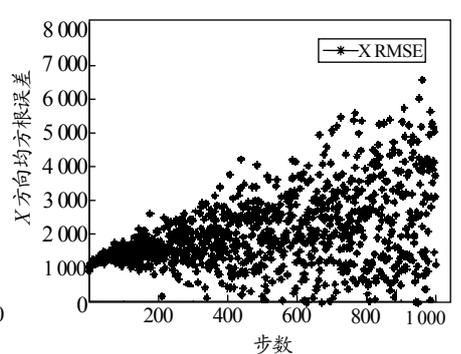


图 5 横坐标的精度误差

### 5 结论

综上所述：基于圆极投影的极大似然算法用于多雷达组网的误差配准处理，精度可以达到要求，具有良好的一致性，且测量平台的距离远近对配准结果影响不大。

### 参考文献：

[1] Dana M P. Registration: A Prerequisite for Multiple Sensor Tracking[A]. Bar-Shalom Yod. Multitarget-Multisensor Tracking: Advanced Application[M]. Norwood MA: Artech House, 1990.  
 [2] Zhou Yifeng, Henry L A. Exact Maximum Likelihood Registration Algorithm for Data Fusion[J]. IEEE Trans. On Signal Processing, 1997, 45(6): 1560-1572.

[3] Leung H, Blanchette M. A Least Square Fusion of Multiple Radar Data[C]//Proceedings of RADAR 1994. Paris, 1994.  
 [4] Kim K H, Smytom P A. Stereographic Projection in Netted Radar System[R]. Technical Report 10296, MITRE Corporation, 1988.  
 [5] 张建业, 潘泉, 张鹏, 等. 多雷达组网系统空间误差分布于配准算法仿真[J]. 传感技术学报, 2007, 20(1): 1984-201.  
 [6] 石章松, 刘忠, 等. 目标跟踪与数据融合理论及方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.  
 [7] 何友, 王国宏, 彭应宁, 等. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.  
 [8] 李军辉, 杨峰, 程咏梅, 等. 一种多传感器实时误差配准算法研究[J]. 传感技术学报, 2010, 23(5): 713-716.