

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.02.004

# 基于更新过程的导弹武器系统可用度分析

杨继坤<sup>1</sup>, 徐廷学<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院兵器科学与技术系, 山东 烟台 264001)

**摘要:** 针对在导弹武器系统可用度评估中, 各时间参数分布不完全服从指数分布, 且不能用马尔科夫过程来分析的缺点, 利用更新过程, 建立考虑保障延误的串联可修导弹武器系统的可用度模型, 并进行实例应用。结果表明: 算例结果与前期仿真结果吻合, 验证了模型的可行性, 可为非马尔科夫型系统的可用度分析提供有效方法。

**关键词:** 更新过程; 导弹; 可用度

**中图分类号:** TJ760.1 **文献标志码:** A

## Availability Analysis of Missile Weapon System Based on Renewal Process

Yang Jikun<sup>1</sup>, Xu Tingxue<sup>2</sup>(1. Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China;  
2. Dept. of Ordnance Science & Technology, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** Aiming at the availability assessment of missile weapon system which the life function or the time of maintaining incomplete obedience exponential distribution and is unsuitable for Markov model. The availability model of missile weapon system considering delay time, maintenance time and series repairable is established by using renewal process, and a demonstration application is conducted. The calculating example result is approach to the simulation result. It examined the model possibility and valid methods for availability analysis to non-Markov system.

**Key words:** renewal process; missile; availability

### 0 引言

对导弹武器系统可用度的评估, 通常是根据装备某个时期内统计的各项时间因素值来进行计算, 由于统计时间周期长, 影响因素众多, 这种方法不能很好地反映装备真实可用度水平<sup>[1]</sup>。目前研究导弹武器系统等可修系统的主要数学工具是随机过程理论。当构成系统各部件的寿命分布和故障后的修理时间分布为指数分布时, 可以用马尔可夫过程来描述。由于导弹装备的保障延误时间不符合指数分布, 因此笔者利用更新过程, 建立考虑保障延误的串联可修导弹武器系统可用度模型<sup>[2]</sup>。

### 1 预备知识

设  $X_1, X_2, \dots$  是独立同分布的非负随机序列, 它们的分布函数为  $F(t)$ , 均值为  $\mu$ , 且满足  $P\{X_n=0\}<1$ , 令  $S_0=0$ ,  $S_n=\sum_{i=1}^n X_i$ ,  $S_n$  是这些随机变量的和。显然  $P\{S_n \leq t\} = F^{(n)}(t)$ , 其中  $F^{(n)}(t)$  是  $F(t)$  的  $n$  重卷积, 令  $N(t) = \sup\{n, S_n \leq t\}$ , 则  $\{N(t), t \geq 0\}$  是一个取非负整数值的随机过程, 是由随机变量序列  $X_1, X_2, \dots$  所产生的更新过程, 称  $X_n$  为更新寿命,

称  $S_n$  为更新时间(再生点)。在许多实际问题中, 经常遇到的更新方程<sup>[3-4]</sup>为:

$$h(t) = g(t) + \int_0^t h(t-u) dF(u)$$

即: 
$$h(t) = g(t) + F(t) \times h(t) \quad (1)$$

其中,  $h(t)$  和  $g(t)$  是非负的, 且在任意有限区间内有界。

在 Riemann-Stieltjes 积分定义的基础上<sup>[5]</sup>给出 Laplace-Stieltjes 变换的定义, 当分布函数不存在分布密度函数时, 无法使用一般的 Laplace 变换, 这就需要 Laplace-Stieltjes 变换。设  $X$  为一个非负随机变量, 其分布函数为  $F(t)$ , 定义  $F(t)$  的 Laplace-Stieltjes 变换为:

$$F(s) = E(e^{-st}) = \int_0^{\infty} e^{-st} dF(t) \quad (2)$$

### 2 导弹武器系统可用度分析模型

笔者研究的导弹武器系统为  $n$  部件串联系统, 可靠性框图如图 1。对于经典  $n$  部件串联系统, 都是假设系统发生故障后可以立即得到修理, 但在实际中, 由于一些原因, 系统失效后往往无法立即得到修理(或更换), 而需要等待一段时间(笔者称之为

收稿日期: 2011-09-01; 修回日期: 2011-10-09

基金项目: 某型导弹武器系统可用度建模

作者简介: 杨继坤(1985—), 男, 浙江人, 博士研究生, 从事装备综合保障研究。

保障延误时间<sup>[6]</sup>), 例如申请备件所需的时间等。因此, 在系统的可用度分析中, 考虑这种情况不但十分有必要, 并有重要的理论意义和实际价值。

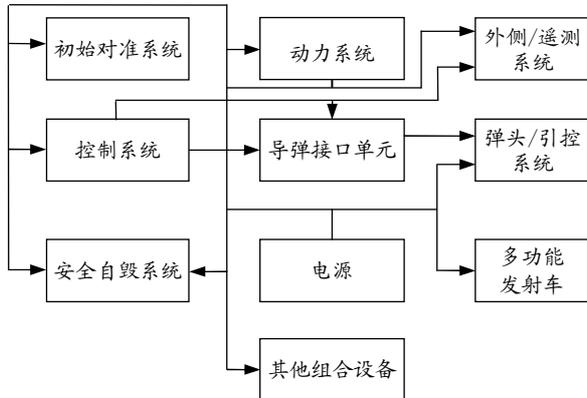


图 1 系统可靠性框图

### 2.1 基本条件和假设

1) 系统由  $n$  个独立的部件串联而成, 第  $i$  个部件的寿命  $X_i$  服从指数分布  $F(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$ ;

2) 系统发生故障, 如果不能及时得到维修, 视为不可用状态, 产生的保障延误时间  $W_i$  服从一般分布  $H_i(t)$ , 其平均等待修理时间为  $\frac{1}{h} = \int_0^\infty t dH_i(t)$ ;

3) 进行故障维修时, 修理时间  $Y_i$  服从一般的分布  $G_i(t)$ , 其平均修理时间为  $\frac{1}{\mu_i} = \int_0^\infty t dG_i(t)$ , 其复后系统立即转为工作状态;

4) 当一个部件故障等待修理或者正在修理时, 其他的部件停止工作, 不再发生故障, 此时系统处于故障状态; 部件修理完恢复如新, 由指数分布的性质可知, 在同一时刻不会有多个部件故障;

5) 系统寿命, 维修时间和保障延误时间相互独立。

### 2.2 构建系统可用度模型

令  $X(t) = \begin{cases} 1, & \text{当时刻 } t \text{ 系统工作} \\ 0, & \text{当时刻 } t \text{ 系统故障} \end{cases}$ , 故系统的瞬时

可用度为:  $A(t) = P\{X(t) = 1 | X(0) = 1\}$ 。

串联系统工作寿命是  $\tau = \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ , 系统故障后的保障延误时间  $\beta$ , 修理时间  $\gamma$  均依赖与  $\tau$ , 当  $\tau = \min_{1 \leq i \leq n} X_i = X_j$  时, 保障延误时间  $W = Y_j$ 。当故障的部件修复, 系统重新进入工作状态, 由于指数分布的无记忆性, 此时系统恢复到  $t = 0$  时的初始状态, 因

此故障部件的修复时刻是系统的再生点。

若令  $\tau_k, \beta_k, \gamma_k$  分别表示系统的第  $k$  个工作寿命、第  $k$  个保障延误时间和第  $k$  个修理时间, 不难证明  $\{\tau_k + \beta_k + \gamma_k, k = 1, 2, \dots\}$  是个更新过程。其分布函数为:

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= P\{\tau_k + \beta_k + \gamma_k \leq t\} = P\{\min_{1 \leq i \leq n} X_i + \beta + \gamma \leq t\} = \\
 &= \sum_{j=1}^n P\{X_j = \min_{1 \leq i \leq n} X_i, X_j + Y_j + W_j \leq t\} = \\
 &= \sum_{j=1}^n P\{X_j \leq X_1, X_j \leq X_2, \dots, X_j \leq X_{j-1}, X_j \leq X_{j+1}, \dots, X_j \leq X_n, X_j + Y_j + W_j \leq t\} = \\
 &= \sum_{j=1}^n \int_0^t P\{u \leq X_1, X_2, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, \dots, X_n, Y_j + W_j \leq t - u\} dP\{X_j \leq u\} = \\
 &= \sum_{j=1}^n \int_0^t P\{Y_j + W_j \leq t - u\} e^{-\sum_{i \neq j} \lambda_i u} d(1 - e^{-\lambda_j u}) = \\
 &= \sum_{j=1}^n \int_0^t P\{Y_j + W_j \leq t - u\} e^{-\sum_{i \neq j} \lambda_i u} \lambda_j du = \\
 &= \sum_{j=1}^n \int_0^t P\{Y_j + W_j \leq t - u\} \frac{\lambda_j}{\Lambda} d(1 - e^{-\Lambda u}) = \\
 &= \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\Lambda} G_j(t) \times H_j(t) \times (1 - e^{-\Lambda t})
 \end{aligned} \tag{3}$$

对式 (3) 两端作 LS 变换 (Laplace-Stieltjes) 得

$$\hat{Q}(s) = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\Lambda + s} \hat{G}_j(s) \hat{H}_j(s) \tag{4}$$

设  $X_j = \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ , 由全概率公式, 有式 (5)

$$\begin{aligned}
 A(t) &= P\{X(t) = 1 | X(0) = 1\} = \\
 &= P\{X_j > t, X(t) = 1 | X(0) = 1\} + \\
 &= P\{X_j \leq t \leq X_j + W_j + Y_j, X(t) = 1 | X(0) = 1\} + \\
 &= P\{X_j + W_j + Y_j \leq t, X(t) = 1 | X(0) = 1\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

式 (5) 表示的  $A(t)$  中, 当  $t < X_j$  时, 时刻  $t$  系统必处于工作状态, 自然有  $X(t) = 1$ ; 当  $X_j \leq t \leq X_j + W_j + Y_j$ , 即系统处于修理状态, 不可能与  $X(t) = 1$  同时发生, 故第此项为零; 当  $X_j + W_j + Y_j \leq t$ , 表达如式 (6) 所示:

$$\begin{aligned}
 A(t) &= P\{X_j > t\} + 0 + \\
 &= \int_0^t P\{X(t) = 1 | X(0) = 1, X_j + W_j + Y_j = t\} dP\{X_j + W_j + Y_j \leq u\} = \\
 &= P\{X_j > t\} + \int_0^t P\{X(t - u) = 1 | X(0) = 1\} dP\{X_j + W_j + Y_j \leq u\} = \\
 &= P\{X_j > t\} + \int_0^t A(t - u) dQ(u) = \\
 &= \prod_{i=1}^n P\{X_i > t\} + Q(t) \times A(t) = \\
 &= e^{-\Lambda t} + Q(t) \times A(t)
 \end{aligned} \tag{6}$$

对上式作 L 变换，并整理有  $A^*(s) = \frac{1}{s+\Lambda} + A^*(s) \cdot \hat{Q}(s)$ ，

再将  $\hat{Q}(s) = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{s+\Lambda} \hat{G}_j(s) \hat{H}_j(s)$  代入整理即得式 (7)：

$$A^*(s) = \frac{1/(s+\Lambda)}{1-\hat{Q}(s)} = \left( \frac{1}{s+\Lambda} \right) / \left( 1 - \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{s+\Lambda} \hat{G}_j(s) \hat{H}_j(s) \right) \quad (7)$$

从而

$$A^*(s) = \frac{1/(s+\Lambda)}{1-\hat{Q}(s)} = \frac{1}{s+\Lambda} \left( \frac{1}{1-\hat{Q}(s)} - 1 \right) + \frac{1}{s+\Lambda} \quad (8)$$

其中  $\frac{1}{1-\hat{Q}(s)} - 1$  即  $\frac{\hat{Q}(s)}{1-\hat{Q}(s)}$  的 LS 反变换为  $\tilde{M}(t)$  (更

新函数)，而  $\frac{1}{s+\Lambda}$  的 L 反变换为  $e^{-\Lambda t}$ ，故上式的反

变换为  $A(t) = e^{-\Lambda t} + \tilde{M}(t)e^{-\Lambda t}$ ，式中  $\tilde{M}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} Q^{(k)}(t)$  是

更新函数。系统的稳态可用度用式 (9) 表示：

$$A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} s A^*(s) = \lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{s}{s+\Lambda - \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{G}_j(s) \hat{H}_j(s)} =$$

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \hat{G}_j(s) \hat{H}_j(s) + \hat{G}_j(s) \hat{H}'_j(s) \right)} = \quad (9)$$

$$\frac{1}{1 - \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \hat{G}_j(0) \hat{H}_j(0) + \hat{G}_j(0) \hat{H}'_j(0) \right)} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \frac{1}{h_j} + \frac{1}{u_j} \right)}$$

此处利用了拉普拉斯变换的阿贝尔定理及性质  $(-1)^n \{LS[F(s)]\}^{(n)} = \int_0^\infty e^{-st} x dx F(x)$ ，令  $n=1$ ，得到

$$\hat{G}'_j(0) = -EY_j, \quad \hat{G}_j(0) = 1 \quad \text{以及} \quad \hat{H}'_j(0) = -EW_j, \quad \hat{H}_j(0) = 1.$$

### 3 算例分析

假设某型导弹武器系统由  $n$  个分系统串联而成，具体参数如表 1。

表 1 分系统参数分布

分系统	寿命分布	保障延误时间分布	维修时间分布
动力系统	指数 ( $\lambda_1 = 0.001$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 2$ )
控制系统	指数 ( $\lambda_1 = 0.002$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 1$ )
弹头/引控系统	指数 ( $\lambda_1 = 0.001$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 2$ )
初始对准系统	指数 ( $\lambda_1 = 0.001$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 1.5$ )
安全自毁系统	指数 ( $\lambda_1 = 0.002$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 1.5$ )
外测/遥测系统	指数 ( $\lambda_1 = 0.001$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 0.5$ )
多功能发射车	指数 ( $\lambda_1 = 0.005$ )	一般分布 ( $1/h = 20$ )	一般分布 ( $1/u = 1$ )

根据可用度分析模型得系统可用度为式 (10)：

$$A = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \lambda_j \left( \frac{1}{h_j} + \frac{1}{u_j} \right)} = 0.7835 \quad (10)$$

算例分析结果的系统可用度为 0.7835，与经过仿真得到的 0.76 比较接近。

### 4 总结

影响导弹武器系统可用度的因素很多，不仅与设计、维修制度有关，而且与装备的保障系统直接相关，并受体制、管理水平和人员素质等影响。笔者利用更新过程建立了考虑保障延误，各项时间服从一般分布的串联系统可用度模型。验证结果表明：该模型能很好地反映装备实际组成和运行情况，适用于导弹武器系统可用度的分析。下一步，将研究

考虑测试设备可更换且有保障延误的导弹武器系统可用度模型。

### 参考文献：

- [1] 刘福胜, 吴纬, 单志伟. 基于马尔可夫更新过程的装甲装备使用可用度模型[J]. 装甲兵工程学院学报, 2010, 24(5): 15-18.
- [2] Machere Y, Koehn P, Sparrow D. Improving reliability and operational availability of military systems[C]. IEEE Aerospace Conference, 2005, 3489-3957.
- [3] 张帼奋, 武洪萍. 出现保障延误时间的可修系统稳态可用度的评定[J]. 浙江大学学报, 2006, 33(3): 268-271.
- [4] 黄卓, 郭波. 更新理论推论过程及应用[J]. 数学的实践与认识, 2006, 36(9): 200-204.
- [5] 张青苗, 韩振, 许小兵. 基于马尔可夫链的防空作战威胁评估模型[J]. 四川兵工学报, 2010, 31(12): 125.
- [6] 黄奇. 两不同部件串联可修系统的可用度的一个新的计算方法[J]. 数学理论与应用, 2004, 24(2): 123-126.