doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.03.019

一种基于核方法的 LMF 自适应多用户检测器

解明辉，李文元，李少根
（西安通信学院通信指挥系，西安 710106）

摘要：为加快收敛速度，获得稳定的性能，提出一种基于核方法的 LMF(kernel least mean fourth，KLMF)多用户检测器。将 DS-CDMA 接收机收到的信号通过高斯核函数映射到高维特征空间(核空间)，进行线性检测，并以实例在同步高斯信道环境下进行仿真试验比较。仿真结果表明：该方法能避免高维特征空间的复杂运算，通过选择合适的核参数，KLMF 检测比 LMF 检测具有更好的收敛性能。

关键词：多用户检测；核方法；LMF
中图分类号：TP273$^+$.2 **文献标志码：**A

LMF Self-Adaptive Multi-User Detector Based on A Kernel Method

Xie Minghui, Li Wenyuan, Li Shaogen
(*Dept. of Communications Command*, *Xi'an Communication Institute*, *Xi'an* 710106, *China*)

Abstract: In order to accelerate the convergence speed and acquire stable performance, introduce a kernel-based LMF (KLMF) multi-user detector. Projects the received signal of DS-CDMA system to high-dimensional feature space (kernel space) by a Gaussian kernel function and then uses linear detection. Then provide the simulation comparisons in Gaussian synchronization channel. Simulation results show that KLMF can avoid the complex calculation in high-dimensional space, through choosing a suitable kernel parameter, KLMF detection has better convergent performance than LMF detection.

Keywords: multi-user detection; kernel method; LMF

0 引言

自从美国学者 Verdu 提出最优多用户检测算法以来，理论界给予了极大的关注，提出了许多次优多用户检测器[1]。其中自适应最小均方误差(least mean square，LMS)检测器[2]以其算法简单、易于实现且不要求离线计算等优点，成为典型的自适应多用户检测算法之一。为获得较好的稳态误差，必须使步长因子足够小，但步长因子足够小又会牺牲收敛速度，即 LMS 的收敛速度和稳态误差对步长因子的要求是相互矛盾的。为解决这一矛盾，人们提出了各种各样的改进型 LMS 算法，如变步长 LMS 算法、互补滤波 LMS 算法等，并对其在多用户检测中的应用作了研究。同时，人们也开始关注误差信号的高阶算法，并发现在某些时候可以获得比 LMS 算法更好的性能，如四阶误差信号最小化(least mean fourth，LMF)算法[3]。但由于 LMF 算法是误差信号的四阶函数，对附加的噪声更加敏感。为了获得稳定的性能，必须使用非常小的步长因子，这就严重影响了收敛速度。

因此，笔者提出一种核空间[4]的LMF(kernel least mean fourth，KLMF)多用户检测算法。将 DS-CDMA接收机收到的信号通过高斯核函数映射到高维特征空间[5]，使其性能更接近最优检测器，并避免了非线性的复杂运算。

1 系统模型

同步 DS-CDMA 系统的离散时间模型[6]如图 1。

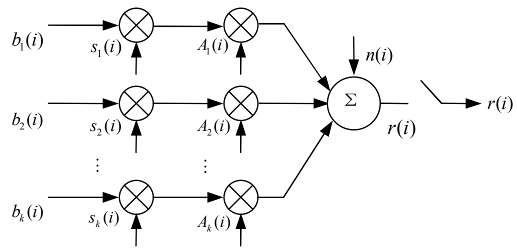

图 1 同步 DS-CDMA 系统的离散时间模型

同步DS-CDMA信道中有K个用户，采用BPSK调制，则接收机在一个码元间隔期间接收到的基带信号的离散时间模型为：

$$r(i)=\sum_{k=1}^{K}A_k(i)b_k(i)s_k(i)+n(i) \tag{1}$$

式中：$A_k(i)$为第 k 个用户的信号幅度；$b_k(i)$为第 k 个用户的信息比特；$s_k(i)$是第 k 个用户的特征序列；$n(i)$ 是均值为 0；方差为 σ^2 的加性高斯白噪声

收稿日期：2011-09-28；修回日期：2011-11-07
作者简介：解明辉(1986—)，男，河南人，硕士，助理工程师，从事北斗二代导航系统抗干扰研究。

(AWGN)。式 (1) 也可以表示为下面的向量形式

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{SAb}+\boldsymbol{n} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{S}=[s_1,\cdots,s_k]$ 为特征矩阵； $\boldsymbol{A}=diag[A_1,\cdots,A_k]$； $\boldsymbol{b}=[b_1,\cdots,b_k]^{\mathrm{T}}$ 为 k 个用户发送的信息比特。

2　核空间的 LMF 多用户检测算法

2.1　Mercer 核及核方法

核方法[7]就是将原空间的数据集合 $x_k\in R^N,k=1,2,\cdots,K$，通过非线性函数 φ 映射到某一高维特征空间 $\mathbb{F}$ $(\varphi:R^N\to\mathbb{F})$ 得到集合 $\{\varphi(x_k),k=1,2,\cdots,K\}$ 来进行处理。通过引入 Mercer 核函数，使所有的计算都在原空间进行，避免了在核空间的复杂运算。根据 Mercer 定理[8]，映射到特征空间的 2 个点的内积可以用一个核函数来表示：

$$\kappa(x,x')=<\varphi(x),\varphi(x')> \tag{3}$$

如果将原空间的优化问题中的 $<x,x'>$ 用 $\kappa(x,x')$ 来代替，就可以得到特征空间的优化问题。这意味着，通过给定核函数 $\kappa(x,x')$ 可以实现所有的计算，而不需要知道非线性映射函数 φ 和特征空间的具体形式。

事实上，任何一个函数只要满足 Mercer 条件，就可以用作 Mercer 核，并可以分解成式 (3) 所示的点积形式。根据 Mercer 条件，对任意的对称函数 $\kappa(x,x')$，它成为某个特征空间中的内积运算的充分必要条件是，对任意的平方可积函数 $f(x)$ 不恒等于 0，且 $\int f^2(x)\mathrm{d}x<\infty$，并满足条件：

$$\iint\kappa(x,y)f(x)f(y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\geq 0 \tag{4}$$

常见的核函数有多项式核函数 $\kappa(x,x')=(x\cdot x'+1)^p$、高斯核函数 $\kappa(\boldsymbol{u},\boldsymbol{u}')=\exp(-a\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}'\|^2)$。

2.2　LMF 自适应多用户检测算法

在某些时候，LMF 算法可以获得比 LMS 算法更好的性能。LMF 算法和 LMS 算法在形式上是类似的，只不过在代价函数中将误差信号的平方换成了四次方，所以 LMF 算法的代价函数为：

$$J(i)=E\left\{|e_{lmf}(i)|^4\right\}=E\{|d(i)-\boldsymbol{\omega}(i)_{lmf}^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{u}(i)|^4\} \tag{5}$$

则代价函数的梯度为：

$$\hat{\nabla}(i)=\frac{\partial E\left\{|e_{lmf}(i)|^4\right\}}{\partial\boldsymbol{\omega}(i)}=-4{e_{lmf}}^3(i)\boldsymbol{u}(i) \tag{6}$$

根据最陡下降法的统一形式，自适应滤波器的权系数向量的更新公式为：

$$\boldsymbol{\omega}_{lmf}(i)=\boldsymbol{\omega}_{lmf}(i-1)+\eta e^3(i)\boldsymbol{u}(i) \tag{7}$$

综上所述，LMF 算法的迭代过程为：

$$\boldsymbol{\omega}_{lmf}(i)=\boldsymbol{\omega}_{lmf}(i-1)+\eta e^3(i)\boldsymbol{u}(i) \tag{8}$$

$$e_{lmf}(i)=d(i)-\boldsymbol{\omega}_{lmf}^{\mathrm{T}}(i-1)\ \boldsymbol{u}(i) \tag{9}$$

根据迭代公式，可以计算出 LMF 算法复杂度为 $6N$。

2.3　核 LMF 自适应多用户检测算法

1) KLMF 算法

假设输入信号 $\boldsymbol{u}(i)$ 与期望信号 $d(i)$ 与是非线性关系，则 LMF 算法性能将变得很差，为解决这一问题，将输入信号 $\boldsymbol{u}(i)$ 变换到高维特征空间 $\mathbb{F}$，则输入 $\boldsymbol{u}(i)$ 变换为 $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}(i))$，记为 $\boldsymbol{\varphi}(i)$。

在核空间中 LMF 算法变为如下形式：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\omega}(0)=0\\&e(i)=d(i)-\boldsymbol{\omega}(i-1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(i)\\&\boldsymbol{\omega}(i)=\boldsymbol{\omega}(i-1)+\eta e^3(i)\boldsymbol{\varphi}(i)\end{aligned} \tag{10}$$

递推可得：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}(i)=&\boldsymbol{\omega}(i-1)+\eta e^3(i)\boldsymbol{\varphi}(i)=\\&[\boldsymbol{\omega}(i-2)+\eta e^3(i-1)\boldsymbol{\varphi}(i-1)]+\eta e^3(i)\boldsymbol{\varphi}(i)=\\&\boldsymbol{\omega}(i-2)+\eta[e^3(i-1)\boldsymbol{\varphi}(i-1)+e^3(i)\boldsymbol{\varphi}(i)]=\\&\cdots\cdots\\&\boldsymbol{\omega}(0)+\eta\sum_{j=1}^{i}e^3(j)\boldsymbol{\varphi}(j)=\\&\eta\sum_{j=1}^{i}e^3(j)\boldsymbol{\varphi}(j)\quad(\text{假定}\boldsymbol{\omega}(0)=0)\end{aligned} \tag{11}$$

经过 i 次训练之后，输入 $\boldsymbol{u}'$ 可得检测输出为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}')=&\left[\eta\sum_{j=1}^{i}e^3(j)\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}(j))^{\mathrm{T}}\right]\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}')=\\&\eta\sum_{j=1}^{i}e^3(j)\left[\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}(j))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}')\right]\end{aligned} \tag{12}$$

至此出现了向量点积，可以进行核化，利用核技巧将点积转化为核函数可得：

$$\boldsymbol{\omega}(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{u}')=\eta\sum_{j=1}^{i}e^3(j)\kappa(\boldsymbol{u}(j),\boldsymbol{u}') \tag{13}$$

定义 f_i 为核空间内训练 i 次之后的滤波系数向量，则有：

$$\begin{aligned}&f_{i-1}=\eta\sum_{j=1}^{i-1}e^3(j)\kappa(\boldsymbol{u}(j),)\\&f_{i-1}(\boldsymbol{u}(i))=\eta\sum_{j=1}^{i-1}e^3(j)\kappa(\boldsymbol{u}(j),\boldsymbol{u}(i))\\&e(i)=d(i)-f_{i-1}(\boldsymbol{u}(i))\\&f_i=f_{i-1}+\eta e^3(j)\kappa(\boldsymbol{u}(i),)\end{aligned} \tag{14}$$

将此算法称为 KLMF 算法。

为保证收敛，η 的取值为：

$$0<\eta<\frac{1}{g_0} \tag{15}$$

其中，$g_0=\kappa(\boldsymbol{u}(j),\boldsymbol{u}(j))$ (16)

此时，经过 i 次训练之后，输入一个测试信号 $\boldsymbol{u}_*$，则系统的输出为

$$f(\boldsymbol{u}_*)=\operatorname{sgn}\left\{\eta\sum_{j=1}^{i}e^3(j)\kappa(\boldsymbol{u}(j),\boldsymbol{u}_*)\right\} \tag{17}$$

2) 核函数及其参数选择

选择核函数对于任何一个核算法都是很重要的一个环节，常见的核函数有多项式核函数和高斯核函数，高斯核函数具有稳定的性能，在信号处理领域默认选择高斯核函数[7]，高斯核函数定义如下：

$$\kappa(\boldsymbol{u},\boldsymbol{u}')=\exp(-a\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}'\|^2) \tag{18}$$

其中 a 称为核参数。

研究表明，可以用交叉确认法、最近邻法、惩罚函数法来确定核参数 a，从泛函分析的观点来看，核参数对内积的影响很大，即影响着核空间内样本的相似度。a 过小，则所有的输入在核空间差别不大，内积接近于 1，系统降为线性衰落。a 过大，则所有的点在核空间的映射将过于稀疏，算法的扩展能力不强。由此可知，核参数 a 的选择对检测性能尤为重要。

文献[8]中 Silverman 通过交叉确认法得出核参数 a 的最优值为：

$$a_s=1.06\sigma N^{-1/5} \tag{19}$$

其中：σ 为输入样本的标准差；N 为输入样本的数量。

3　仿真试验

在同步高斯信道环境下，采用GOLD序列扩频，扩频因子为 31，仿真结果如图 2、图 3。图 2 是用户数为 10，在相同的稳态误差情况下，KLMF 和 LMF 收敛速度的比较。所有用户具有单位能量，即 $A^2=1$，信噪比为 10 db，其中 LMF 的步长因子取为 $\eta_{lms}=1\times10^{-3}$，KLMF 选择高斯核函数，按照式 (19) 可得核参数取为 $a=0.0451$，步长因子取为 $\eta_{klmf}=2\times10^{-1}$。可以看出，KLMF 算法在迭代到 500 次基本收敛，而 LMF 算法迭代到 2 500 次时才接近收敛，KLMF 算法比 LMF 算法有更快的收敛速度。图 3 给出了 10 用户数下，训练步长为 500 时 KLMF 和 LMF 检测误码性能的比较，结果显示，KLMF 检测的性能明显优于 LMF。

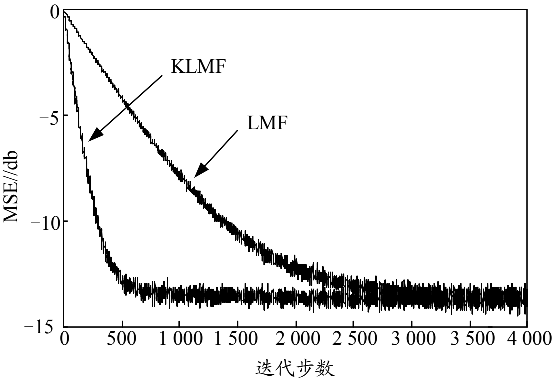

图 2　相同稳态误差下 KLMF 和 LMF 收敛速度比较

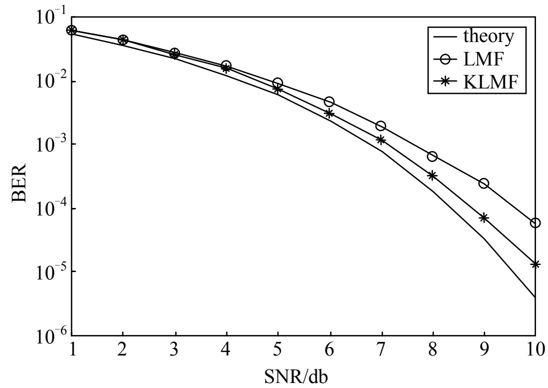

图 3　KLMF 检测器和 LMF 检测器误码性能比较

4　结论

笔者提出了一种 KLMF 自适应多用户检测算法，在高斯核函数下，通过选择适当的核参数和步长因子，能够在获得 LMF 较好稳态误差的同时达到更快的收敛速度，更加适合于时变信道下 DS-CDMA 系统的多用户检测。

参考文献：

[1] Verdù S, Multiuser Detection[M]. Cambridge: Cambridge University, 1998.

[2] Rapajic P B, Vucetic B. Adaptive receiver structures for asynchronous CDMA systems[J]. Areas Commun., Jersey Institute of Technology (NJIT) in 1982, the M. S. E. E. degree from the University of Michigan, 1994, 12(5): 685–697.

[3] Walach E, Widrow B. The least mean fourth (LMF) adaptive algorithm and its family[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1984, 30(8): 275–283.

[4] 周亚同，张太镒，刘海员．基于核的机器学习方法及其在多用户检测中的应用[J]．通信学报，2005，26(7): 96–108.

（下转第 72 页）