

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.06.005

微小型多旋翼飞行器的非线性建模研究

第五鹏杰, 杨树兴

(北京理工大学宇航学院, 北京 100081)

摘要: 针对目前微小型多旋翼飞行器的控制缺点, 对微小型多旋翼飞行器进行系统的非线性建模研究。采用叶素理论对螺旋桨桨叶进行建模, 对其前行中的周期挥舞问题进行分析, 进而修正旋翼的负载特性; 研究刚性机身、桨毂、叶片、电机转轴等的动力学特性, 建立了更为完善的微小型多旋翼飞行器非线性动力学模型。选取四旋翼飞行器作为仿真对象, 在 Matlab/Simulink 环境下, 搭建开环仿真框图进行仿真实验。仿真结果验证了该模型的准确性。

关键词: 叶素理论; 动量理论; 挥舞现象; 非线性建模

中图分类号: TJ8 **文献标志码:** A

Nonlinear Modeling of Microminiature Multi-Rotor Aircraft

Diwu Pengjie, Yang Shuxing

(Dept. of Aircraft Control, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Focuses on control disadvantages of microminiature multi-rotor aircraft, establish the nonlinear modeling of aircraft. First, blade element theory is applied to rotor blades modeling, based on which the periodic flapping problem is also analyzed. Meanwhile, modify the load feature of rotor. Then the model of small multi-rotor aircraft is rebuilt according to the dynamic characteristics of rigid airframe, hub, blade and armature. Finally, Matlab/Simulink simulation and ground stand testing are carried out to verify the control performance. Simulation results show that the model is reasonable and feasible and meet the expected control requirements.

Key words: blade element theory; momentum theory; flapping; nonlinear modeling

0 引言

近年来, 面向室内外监视、搜寻和营救的微小型飞行器逐渐成为无人机研究领域内一个新的研究方向。由于室内飞行任务对飞行器的体积、重量和机动性都有较为苛刻的要求, 使得能够垂直起降的微小型多旋翼飞行器应运而生。

微小型多旋翼飞行器具有与传统直升飞机相类似的螺旋桨特性, 而之前对其的控制研究大多从简化模型的角度出发, 基于牛顿-欧拉线性化模型或者拉格朗日-欧拉线性化模型来分析^[1], 并没有考虑叶片自身的非刚性动态以及其和桨毂非刚性连接产生的非线性影响^[2]。此外, 在对整机的作用力和力矩是将飞行器整体看作一个质点去对待, 而没有考虑刚性机身、桨毂、叶片、电机转轴等部件力和力矩对整机的影响。因此, 笔者针对以上不足, 结合微小型多旋翼飞行器的特点^[3], 对微小型多旋翼飞行器进行了系统的非线性建模研究。

1 叶片的叶素理论建模方法^[4]

如图 1 所示, 叶素理论是指假设在连续的来流作用下, 通过对桨叶剖面上的力和扭矩进行分析和

在整个叶片进行径向积分所得。图 1 中 ψ_s 为方位角; 桨叶长度为 R ; 螺旋桨转速为 Ω 。

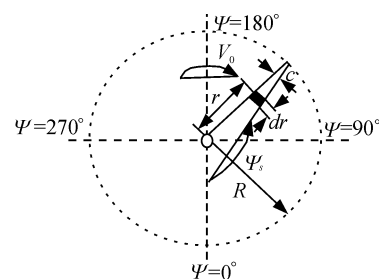


图 1 叶素几何形状

1.1 叶素力和力矩分析

首先分析叶素的相对气流。图 2 描述了叶素面所受来流。 V_0 为飞行速度; θ_s 为几何安装角; α_s 为迎角; ϕ_s 为来流角。

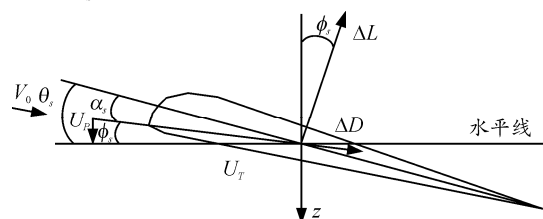


图 2 叶素受力分析图

收稿日期: 2012-03-19; 修回日期: 2012-04-24

作者简介: 第五鹏杰(1983—), 男, 陕西人, 博士, 从事飞行器非线性控制研究。

根据动量理论^[4]分析得出飞行器在前飞状态下的轴向诱导速度为:

$$v_1 = \sqrt{-\frac{V_0^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{V_0^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{T}{2\rho A}\right)^2}} \quad (1)$$

式中: ρ 为空气密度; A 为桨盘面积。来流可分解为竖直和水平方向的 2 个速度分量 U_p 和 U_T :

$$\begin{cases} U_p = v_1 - V_0 \sin \alpha_s \\ U_T = \Omega r + V_0 \cos \alpha_s \sin \psi_s \end{cases} \quad (2)$$

加载在叶素上的升力 L 和阻力 D ^[5] 为:

$$\begin{cases} \Delta L = q c_l \Delta s \\ \Delta D = q c_d \Delta s \end{cases} \quad (3)$$

式中: $q = \frac{1}{2} \rho U_T^2$ 为动压; $\Delta s = c \Delta r$ 为翼型表面积; c 为弦长; c_l 、 c_d 分别为升力和阻力气动系数。

1.2 叶片力和力矩分析

飞行器具有前飞速度时, 如图 3 所示。叶片的升力和阻力在机体坐标下可分解为平行于螺旋桨轴线的拉力 ΔT 和垂直于螺旋桨轴线的桨毂力 ΔH 为:

$$\begin{cases} \Delta T = \Delta L \cos \phi_s - \Delta D \sin \phi_s \\ \Delta H = \Delta D \cos \phi_s + \Delta L \sin \phi_s \end{cases} \quad (4)$$

桨毂力产生的扭矩 ΔM 为:

$$\Delta M = (\Delta D \cos \phi_s + \Delta L \sin \phi_s) \cdot r \quad (5)$$

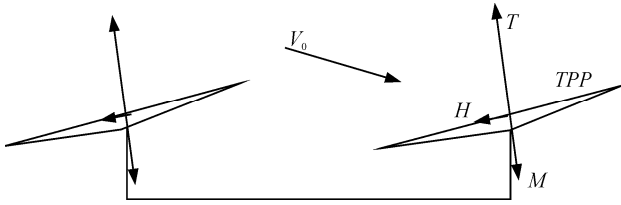


图 3 旋翼飞行器侧视图

1.3 气动系数的非线性分析

实际情况中, 由于旋翼飞行器的叶片自身不是完全刚体, 并且和桨毂连接也不是刚性的, 因此叶片呈现出几种不同的非线性运动, 比如转桨、挥舞和迟滞等现象。笔者主要对挥舞现象进行分析, 并将相关结论补充到旋翼飞行器的动力学模型中。图 4 描述了叶片和桨毂以铰链-弹簧的连接方式, e 为叶片安装到桨毂的位置偏移率。

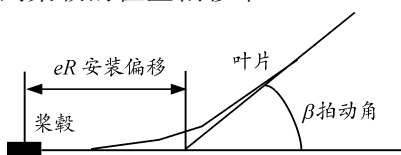


图 4 叶片和桨毂以铰链-弹簧方式连接示意图

当旋翼飞行器悬停或垂直飞行时, 螺旋桨旋转呈圆对称, 叶片所受的升力都是一样的。而前飞时, 叶片并不是完全的刚体, 在前行和后行桨叶间产生的升力差异, 会引起桨尖扫过的平面发生倾斜, 从而产生挥舞。这个倾斜角度可由叶片的离心-空气动力-静态加权瞬态系统的常值和正弦分量计算^[6]得到

$$\beta = a_0 - a_{1s} \cos \varphi - b_{1s} \sin \varphi \quad (6)$$

式中: a_0 为锥度角; a_{1s} 和 b_{1s} 分别为叶片在平行和垂直于旋翼飞行器行进方向上和桨毂轴线垂直方向的夹角, 称为后倒角、侧倒角。分别通过作用力和作用力矩矩阵计算得到。

在计算拉力、桨毂力和扭矩的气动参数时, 引入系数流入比 $\lambda = \frac{v_1 - V \sin \alpha_s}{\Omega R}$ 和前进比 $\mu = \frac{V \cos \alpha_s}{\Omega R}$ 。

综合以上非刚性因素, 参数计算如下:

$$\frac{4C_T}{a\sigma} = \left(1 - \frac{e}{R}\right) \left(\left(\frac{2}{3} + \mu^2\right) \theta_0 + \frac{1}{2} (1 + \mu^2) \theta_1 - \lambda - \lambda_{ind} \right) \quad (7)$$

$$\frac{4C_H}{a\sigma} = \frac{c_d}{a} \mu - \mu \frac{-\lambda - \lambda_{ind} + \mu a_{1s}}{1 + \frac{3}{2} \mu^2}$$

$$\left(\theta_0 \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \mu^2\right) + \frac{\theta_1}{2} \left(-1 + \frac{3}{2} \mu^2\right) + \lambda + \lambda_{ind} - \mu a_{1s} \right) + \quad (8)$$

$$\frac{\mu}{1 + \frac{1}{2} \mu^2} \left(\frac{a_0^2}{2} \left(\frac{1}{9} + \frac{\mu^2}{2}\right) + \frac{1}{3} \mu a_0 \lambda_{ind} + \frac{1}{8} \lambda_{ind}^2 \right)$$

$$\frac{4C_M}{a\sigma} = \frac{1}{2} \frac{c_d}{a} (1 + \mu^2) - \frac{-\lambda - \lambda_{ind} + \mu a_{1s}}{1 + \frac{3}{2} \mu^2}$$

$$\left(\frac{\theta_0}{3} (2 - \mu^2) + \frac{\theta_1}{2} \left(1 - \frac{\mu^2}{2}\right) + \left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) (-\lambda - \lambda_{ind} + \mu a_{1s}) \right) - \quad (9)$$

$$\frac{\mu^2}{1 + \frac{1}{2} \mu^2} \left(\frac{a_0^2}{2} \left(\frac{1}{9} + \frac{\mu^2}{2}\right) + \frac{1}{3} \mu a_0 \lambda_{ind} + \frac{1}{8} \lambda_{ind}^2 \right)$$

式中 $\sigma = \frac{bc}{\pi R}$; λ_{ind} 为诱导速度率; θ_0 和 θ_1 为参数。

1.4 螺旋桨非线性建模

由于力和力矩与转速是平方比例关系, 将 1.3 结果带入式 (10) 得到叶片的拉力、桨毂力和扭矩。

$$\begin{aligned} T &= C_T \cdot \rho \pi R^4 \Omega^2 \\ H &= C_H \cdot \rho \pi R^4 \Omega^2 \\ M &= C_M \cdot \rho \pi R^5 \Omega^2 \end{aligned} \quad (10)$$

考虑挥舞角的作用, 在螺旋桨坐标系中力和力矩按式 (11) 和式 (12) 进行计算。

$$f_x = H \cos a_1 + \frac{T \tan a_{1s}}{\sqrt{1 + \tan^2 a_{1s} + \tan^2 (\pm b_{1s})}}$$

$$f_y = \frac{T \tan (\pm b_{1s})}{\sqrt{1 + \tan^2 a_{1s} + \tan^2 (\pm b_{1s})}} \quad (11)$$

$$f_x = -H \cos a_1 + \frac{T}{\sqrt{1 + \tan^2 a_{1s} + \tan^2 (\pm b_{1s})}}$$

$$m_x = \frac{M \tan a_{1s}}{\sqrt{1 + \tan^2 a_{1s} + \tan^2 (\pm b_{1s})}}$$

$$m_y = \frac{\pm M \tan (\pm b_{1s})}{\sqrt{1 + \tan^2 a_{1s} + \tan^2 (\pm b_{1s})}} \quad (12)$$

$$m_x = \frac{\pm M}{\sqrt{1 + \tan^2 a_{1s} + \tan^2 (\pm b_{1s})}}$$

式中：“+”表示螺旋桨逆时针旋转；“-”表示顺时针旋转。

2 旋翼飞行器动力学建模

笔者对旋翼飞行器动力学建模时，考虑了刚性机身、桨毂、叶片、电机转轴等部件综合作用于机体上的力矩效果，同时结合运动中的多种非线性因素，如陀螺效应，建立旋翼飞行器的非线性模型。如图 5 所示，旋翼飞行器的力和力矩由 T, H, M, a_{1s}, b_{1s} 控制，而这些都是通过螺旋桨动力学系统得到的。

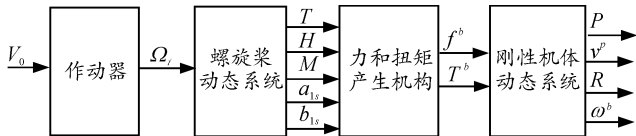


图 5 旋翼飞行器非线性模型流程图

在此基础上，推导旋翼非线性模型如式 (13)：

$$\begin{bmatrix} m & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{add} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}^B \\ \dot{\omega}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^B \times (mv^B) \\ \omega^B \times (I_{add} \omega^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^B \\ \tau^B \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中： m 为飞行器总质量； I_{add} 为总惯量； v^B 为线速度； ω^B 为角速度； F^B, τ^B 为总力和总力矩。

3 数学模型仿真与验证

四旋翼飞行器是微小型多旋翼飞行器中一种比较有代表性的机种，其具有六自由度和 4 个控制输入，能够垂直起降，并且可实现抗干扰稳定飞行的欠驱动时变系统，具有多变量、强耦合等特性，以及良好的隐蔽性和信息传输能力。与常规的旋翼式飞行器相比，其结构更为紧凑，外形更为新颖，成本更加低廉，而且能够产生更大的升力，并且 4 只两两旋转方向相反的旋翼可相互抵消反扭矩，不需要专门的反扭矩桨。

表 1、表 2 分别是叶片和四旋翼飞行器的仿真

参数。

表 1 叶片仿真参数表

参数	数值
质量 m_b /kg	0.013
平均弦长 c /m	0.032
桨叶长度 R /m	0.258
质心距离 G_b /m	0.011 1
叶片安装偏移率 e	0.026
挥舞固有频率 ω_{bn} /(rad/s)	109
桨毂 z 向惯量 I_{zb} /(kg · m ²)	0.000 378
铰链惯量 I_b /(kg · m ²)	0.000 211

表 2 四旋翼飞行器仿真参数表

参数	数值	参数	数值
质量 m /kg	2.356	y 惯量 I_y /(kg · m ²)	0.168 60
x 轴向长度 x /mm	0.00	z 惯量 I_z /(kg · m ²)	0.297 40
y 轴向长度 y /mm	0.30	xy 惯量 I_{xy} /(kg · m ²)	0.000 00
z 轴向长度 z /mm	77.32	xz 惯量 I_{xz} /(kg · m ²)	-0.000 30
x 惯量 I_x /(kg · m ²)	0.167 6	yz 惯量 I_{yz} /(kg · m ²)	0.0001 40

依据所建立的模型，采用 PD 反馈控制，设计控制率，并根据四旋翼飞行器的不同飞行状态，进行控制率参数的调整。图 6 描述了从静止到悬停状态，螺旋桨转速、转轴扭矩和拉力的曲线。在时间轴上第 3 s 时刻之前，系统是动态的，并且存在超调；3 s 之后，拉力、扭矩和速度值逐渐趋于稳定，并且符合式 (10) 所示的比例关系。

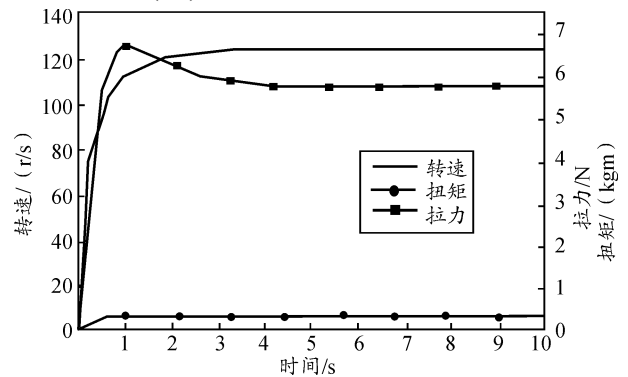


图 6 从静止到悬停螺旋桨转速、转轴扭矩和拉力变化曲线

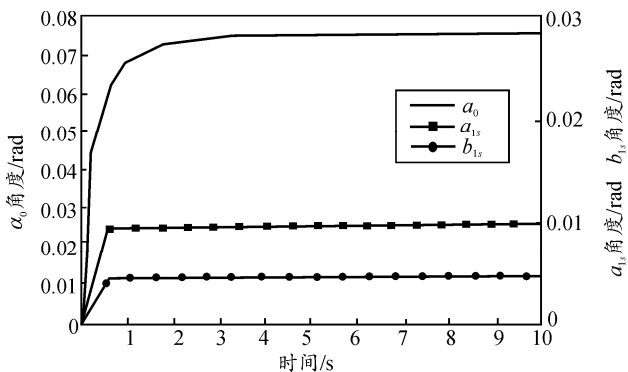


图 7 前飞状态时挥舞角动态曲线图

图 7 描述了四旋翼飞行器从静止状态稳定到匀速前飞状态的过程。其倾角设置为 10°，飞行速度为 2 m/s。在离心力的作用，前行桨和后行桨叶之

间产生升力差异, 因而产生挥舞运动。由图 7 可以看出, 在保持一定的来流速度的前提下, 最终产生稳定的挥舞角, 并且符合式 (6)。后倒角可由 $a_0 - a_{1s}$ 得到, 而侧倒角可由 $a_0 - b_{1s}$ 计算得到。

图 8 为盘旋仿真结果的三视图, 其参数设置为: 前飞速度 2 m/s, 滚转角 3° 。

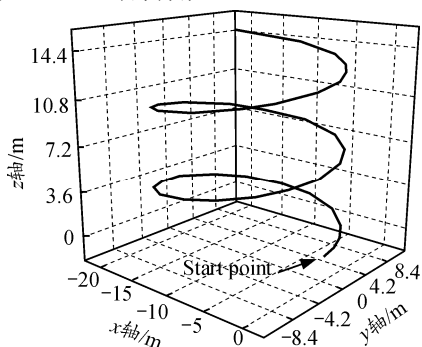


图 8 四旋翼飞行器盘旋三视图

4 结束语

仿真结果证明了微小型多旋翼飞行器非线性模

(上接第 13 页)

在给定的显著性水平下, 若 $F > F(k, n - k - 1)$, 即认为回归模型可信。计算结果如表 3 所示。

表 3 回归方程的显著性检验结果

方差来源	平方和	自由度	F	$F_{0.01}(4, 11)$	复相关系数 R^2
回归	0.564 540	4			
残差	0.034 661	11	44.79	5.67	0.942 2
总计	0.599 201	15			

结果表明: 在显著性水平 0.01 下, 温度场回归方程的 F 值大于 $F_{0.01}(4, 11)$, 说明温度场分布模型与加工电流、脉冲宽度、喷嘴与工件之间的距离和喷嘴半径之间存在异常显著的回归关系。模型的复相关系数 $R^2 = 0.942 2$, 接近于 1, 表明温度场分布与加工参数相关关系密切, 模型假设正确。

4 结论

通过对 Si_3N_4 陶瓷进行温度场模拟仿真, 分析了引弧诱导电爆炸加工过程中温度场的变化规律, 有以下结论:

1) 加工电流、脉冲宽度、喷嘴半径以及喷嘴与工件之间的距离是影响温度场大小的主要参数, 其中喷嘴半径的显著性最高。

2) 加工参数对温度场的影响趋势为: 当加工电流和脉冲宽度增大时, 温度场最高温度增大; 当喷嘴半径和喷嘴与工件之间的距离减小时, 温度场最高温度增大。因此, 若加工目标为高效率, 应增大

型的准确性。相对于简化模型, 笔者所提出的数学模型更贴近实际, 考虑了诸多非线性因素, 可以为控制器提供更为准确的验证。

参考文献:

- [1] Tommaso Bresciani. Modelling Identification and Control of a Quadrotor Helicopter[D]. Lund University, Department of Automatic Control, 2008.
- [2] Bouabdallah S, Noth A, Siegwart R. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor[C]. Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2004: 2451-2456.
- [3] Kubo Y, Shimoyama I, Kaneda T, et al. Study on Wings of Flying Microrobots[C]. USA: Proceeding of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, California, 1994.
- [4] Raymond W. Prouty. Helicopter Performance, Stability and Control[M]. PWS Publishers, 1986.
- [5] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2011.
- [6] A. R. S. Bramwell, George Done, David Balmford. Bramwell's Helicopter Dynamics[M]. Butterworth-Heinemann, 2001.

加工电流和脉冲宽度, 减小喷嘴半径和喷嘴与工件之间的距离; 若加工目标为高的表面质量, 应减小加工电流和脉冲宽度, 增大喷嘴半径和喷嘴与工件之间的距离。

3) 用正交实验和回归分析法建立的温度场的预测模型简单、可靠, 因此该实验方法也可用于引弧诱导电爆炸加工中其它模型的建立, 如加工效率建模、加工质量建模等。

参考文献:

- [1] Malzbender J, Steinbrech R W. Threshold fracture stress of thin ceramic components[J]. Journal of the European Ceramic Society, 2008, 28(1): 247-252.
- [2] 骆志高. 陶瓷材料电加工表面质量的研究[J]. 机械工程学报, 2000, 36(11): 75-79.
- [3] 洪蕾, 李力钧, 鞠春雷. 调Q脉冲CO₂激光切割Si₃N₄工程陶瓷的机理研究[J]. 机械工程学报, 2002, 38(6): 61-66.
- [4] 刘永红, 于丽丽, 李小朋, 等. 非导电工程陶瓷电火花磨削技术[J]. 机械工程学报, 2008, 44(8): 132-136.
- [5] 徐文骥, 卢毅中, 金洙吉, 等. 等离子体在陶瓷加工中的应用[J]. 机械工程学报, 2002, 38(增刊): 73-75.
- [6] WANG Jun. Abrasive waterjet machining of engineering materials[M]. Switzerland: Tans Tech Publications LTD, 2003.
- [7] 林克凌, 张保国, 薛春芳, 等. 引弧微爆炸加工温度场模拟及实验研究[J]. 机械制造, 2011, 49(564): 94-97.
- [8] 陈家鼎, 孙山泽, 李东风. 数理统计学讲义[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 396-400.