doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.07.019

信息化条件下时滞兰彻斯特方程

胡浩然，王俊
（解放军陆军军官学院五系，合肥 230031）

摘要：在经典 Lanchester 方程的基础上，对信息化条件下作战过程进行研究。分析了信息优势的影响导致确定目标更精确，花费时间更短，据此提出信息优势在这 2 方面共同影响的时滞微分方程，并应用 Simulink 工具箱对方程进行数值仿真计算。仿真结果表明：快速反应即减少时滞能使己方伤亡大幅减小，能加快战斗进程。

关键词：信息化；时滞微分方程；仿真
中图分类号：TJ03　　**文献标志码**：A

Delay Lanchester Equations Under Informationization Condition

Hu Haoran, Wang Jun
(*No.* 5 *Department*, *Army Officer Academy of PLA*, *Hefei* 230031, *China*)

Abstract: On the basis of classical Lanchester equations, research fight process under informationization condition. Analyze the information superiority brought about more effective and more quickly and timely in the direct reaction on time. Based on this, puts forward the delay differential equations, and apply Simulink tool box to carry out numerical simulation. The simulation results show that the rapid response to reduce the time delay to make one's own casualties substantially reduced, can accelerate the course of a battle.

Key words: informationization; delay differential equations; simulation

0　引言

技术革新和进步大大加快了战争的进程，同时也让战争形态发生了翻天覆地的变化。实践证明，现代战争已经不再是硬武器的简单对抗，也不是单项式武器装备或单一兵种的对抗。传统的人工指挥手段已经远不能适应现代战争的需要。基于指挥自动化系统（commander, control, communication computer, intelligence, surveillance, reconnaissance 即 C^4ISR）的现代多兵种联合作战模式已经日趋成熟[1]。从 21 世纪初的伊拉克战争，阿富汗战争到最近的利比亚战争，有着先进 C^4ISR 系统的美军几乎以零伤亡的代价完成了活捉萨达姆，击毙本拉登，推翻卡扎菲的任务。作为对作战过程各方力量关系进行系统描述的数学模型，兰彻斯特方程是作战模拟数学建模中应用最广泛的方法之一，把定量分析应用到了尚无严格理论的作战研究。为了丰富兰彻斯特方程理论，笔者对应用兰彻斯特方程描述信息化条件下的多兵种联合作战的战斗进程进行研究。

1　经典兰彻斯特方程

1.1　兰彻斯特线性律

线性律方程数学模型如下：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\beta xy \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\alpha xy \end{cases} \tag{1}$$

式中：x 为红方兵力数量；y 为蓝方兵力数量；β 为红方战斗成员损耗率，亦蓝方战斗成员作战效能；α 为蓝方战斗成员损耗率，亦红方作战效能。

1.2　兰彻斯特平方律

平方律方程数学模型如下：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\beta y \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\alpha x \end{cases} \tag{2}$$

式中：x 为红方兵力数量；y 为蓝方兵力数量；β，α 分别是红、蓝方每一个战斗成员在单位时间内平均毁伤对方战斗成员的数量。

2　信息化条件下时滞兰彻斯特方程

2.1　信息化条件下时滞兰彻斯特方程

式 (1) 称为线性律，是 Lanchester 根据远距离作战，如炮兵作战模型得出的。其假定条件是交战双方兵力互相隐蔽；每一方火力集中在对方战斗成员的集结区域，不对个别目标实施瞄准，火力为面火力。式 (2) 称为平方律，建立在近代战斗模型基

收稿日期：2012-02-02；**修回日期**：2012-03-05
基金项目：陆军军官学院科研究学术基金项目“信息化条件下战斗动态模型研究”(2011XYJJ-014)
作者简介：胡浩然(1985—)，男，湖北人，土家族，从事微分方程及其应用研究。

础上，基本假定是双方兵力互相暴露在对方视线范围内；每一方都可以运用他们的全部兵力并集中火力射击对方的兵力[2]。而在现代信息化条件下的战斗中，无论在何种情况下，这 2 种状态几乎不可能单独存在。因此单独的应用线性律或平方律均无法准确地描述信息化条件下的战斗进程。可以认为交战双方作战单元对敌方而言各自有一部分是隐蔽的，另一部分是暴露的，实际上这也符合真实情况。敌我双方各自对暴露的敌方战斗成员的毁伤满足兰彻斯特平方律，对隐蔽的敌方战斗成员的毁伤满足兰彻斯特线性律。据此，文献[3]提出了用于描述信息对战争影响的兰切斯特作战模型：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-u_y\beta_{\mathrm{e}}y-(1-u_y)\beta_{\mathrm{c}}xy\\[2mm]\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-u_x\alpha_{\mathrm{e}}x-(1-u_x)\alpha_{\mathrm{c}}xy\end{cases}\tag{3}$$

式 (3) 中 $0\leqslant u_x\leqslant 1$，$0\leqslant u_y\leqslant 1$ 分别表示红、蓝方的战场感知系数。x 为红方兵力数量；y 为蓝方兵力数量；β_{e} 是蓝方对暴露的红方战斗成员的毁伤系数；β_{c} 是蓝方对隐蔽的红方战斗成员的毁伤系数；α_{e} 是红方对暴露的蓝方战斗成员的毁伤系数；α_{c} 是红方对隐蔽的蓝方战斗成员的毁伤系数[3]。

实际上，方程 (3) 仅考虑了信息优势能在确定敌方目标上更加精确。而在实际交战过程中，往往快速的信息处理和火力反应更加倾向于影响时间因素。根据此分析，笔者建立的时滞 Lanchester 方程：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-u_y\beta_{\mathrm{e}}y-(1-u_y)\beta_{\mathrm{c}}xy\\[2mm]\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-u_x\alpha_{\mathrm{e}}x(t+\tau)+-(1-u_x)\alpha_{\mathrm{c}}x(t+\tau)y\end{cases}\tag{4}$$

或者，

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-u_y\beta_{\mathrm{e}}y(t-\tau)-(1-u_y)\beta_{\mathrm{c}}xy(t-\tau)\\[2mm]\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-u_x\alpha_{\mathrm{e}}x-(1-u_x)\alpha_{\mathrm{c}}xy\end{cases}\tag{5}$$

由方程 (5) 可见：由于 x 方反应滞后，导致 t 时刻敌方兵力损耗正比于 x 方过一段时间后（$t+\tau$ 时刻）的兵力数量。为了方便讨论，笔者假定初始函数为

$$y(t)=y_0(-\tau<t<0),\ x(0)=x_0$$

2.2　数值计算与分析

要求得方程 (4) 与 (5) 的解相当困难，笔者采用四阶隐式 Runge-Kutta 法求方程 (4) 的数值解。借助于 Matlab Simulink 工具箱，建立仿真模型如图 1[4-5]。

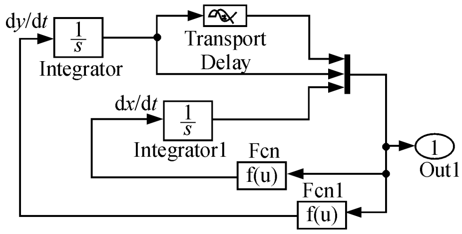

图 1　仿真模型

假设红蓝双方兵力和毁伤系数相等，由于信息不对称，取 $x(0)=y(0)=10\,000$，$\alpha_{\mathrm{e}}=\beta_{\mathrm{e}}=0.1$，$\alpha_{\mathrm{c}}=\beta_{\mathrm{c}}=0.000\,01$，$u_x=0.1$，$u_y=0.2$，当 $\tau=0$ 即没有时滞为零时计算结果如图 2。当 $\tau=0.5$ 仿真结果如图 3。

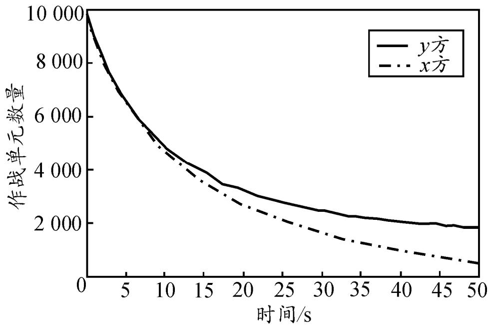

图 2　时滞为零时计算结果

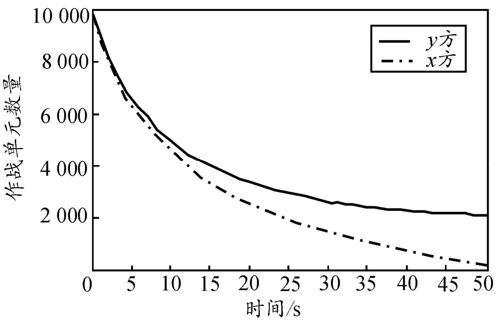

图 3　当 τ=0.5 的仿真结果

从图 2 与图 3 可以看出，时滞影响了战斗损耗速率。在实际作战中，反应为更大程度的伤亡和更快的战斗减员。

当 $x(0)=11\,000$，$y(0)=10\,000$，当 $\tau=0$ 时仿真结果如图 4；当 $\tau=0.5$ 时仿真结果如图 5；当 $\tau=0.8$ 时仿真结果如图 6。

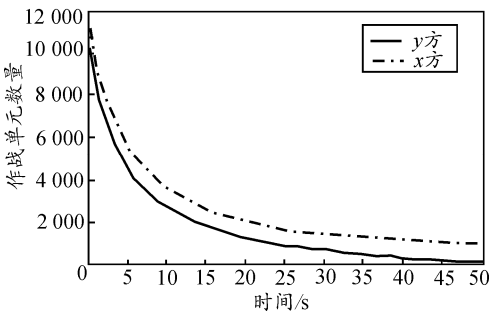

图 4　当 τ=0 时的仿真结果

（下转第 81 页）