

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.12.005

外弹道阶段修正丸弹偏差量研究

唐克, 谢保军, 应维冰

(解放军陆军军官学院火控教研室, 合肥 230031)

摘要: 为实现“快速精确打击”的构想, 首先构建 6DOF 弹丸运动微分方程组, 综合应用龙格-库塔法与阿当姆斯法求解方程并建立以目标为原点的理论弹道模型; 为了准确获取弹丸在实际飞行中的弹道坐标信息, 以便精确计算理论弹道与实际弹道的偏差量, 应用了卡尔曼滤波方法。研究表明, 该模型能减少对于弹丸改装的复杂度, 大幅降低弹丸命中偏差量。

关键词: 弹道修正弹; 六自由度; Kalman 滤波; 阈值函数; 外弹道

中图分类号: TJ013 **文献标志码:** A

Research on Corrected Deviation Process of External Trajectory

Tang Ke, Xie Baojun, Ying Weibing

(Staff Room of Firepower & Controlling, Army Officer Academy, Hefei 230031, China)

Abstract: To achieve the idea of speed and precise strike, firstly, establishes 6-DOF trajectory model to get a theory trajectory orbit which passes the target with the methods of Runge-Kutta and Adamas. Use Kalman filtering to get precise coordinate data of the flying projectile and calculate the deviation. Threshold function is led in to get the real trajectory orbit. The results show that the model can significantly deduce the complexity of projectile conversion and the hit deviation of projectiles.

Key words: trajectory correction projectiles; 6-DOF; Kalman filtering; threshold function; external trajectory

0 引言

信息化条件下的战争, 对精确打击弹药提出了更高的要求。在这种战略战术指导思想下, 世界各国都在竞相开展各种大口径弹箭的简易修正。弹道修正弹的修正原理是在弹箭发射前根据探测到的目标坐标等信息预先装定方案弹道信息, 弹箭发射后探测飞行弹丸的实际弹道, 将此实际弹道与预先装定的方案弹道进行比较, 计算出弹道偏差, 根据偏差与阈值函数 $D(t)$ 的数值关系驱动弹丸上的修正机构进行距离或(和)方向修正。

需要明确有 2 条弹道: 方案弹道(理论弹道)与实际弹道。笔者引入六自由度弹丸运动方程组建立理论弹道模型, 然后根据弹丸实际飞行过程中探测到的一些弹道点信息进行有限次修正, 建立随修正变化的实际弹道模型, 使得实际弹道快速、精确地趋近于理论弹道以毁伤目标。

1 基于 6D 的理论弹道模型

1.1 标准条件弹丸质心运动方程

由牛顿第二定理可得如下矢量方程:

$$\frac{dv}{dt} = a_x + g \quad (1)$$

将其向地面坐标系下投影, 整理可得基本微分方程^[1]:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -C_b H(y) G(V, C) u \\ \frac{dw}{dt} &= -C_b H(y) G(V, C) w - g \\ \frac{dx}{dt} &= u \\ \frac{dy}{dt} &= w \\ v &= \sqrt{(u^2 + w^2)} \end{aligned} \quad (2)$$

1.2 非标准条件下质心运动方程

考虑弹道、气象、地形的非标准情况对于方程的影响, 应用外弹道修正理论易建立修正后方程组。

考虑刚体力学中弹丸在飞行过程中所受的重力、空气动力、马格努斯力以及重力矩、静力矩、马氏力矩、极阻尼力矩、赤道阻尼力矩等对弹丸角运动的影响, 综合弹丸质心运动微分方程组可建立六个自由度的弹丸运动微分方程组。

1.3 解算弹道方程

将龙格-库塔法与阿当姆斯法相结合解此方程: 这里选用四阶的龙格-库塔计算三点诸元, 然后根据初始条件和已算出的三点信息共计四点并采用阿当

收稿日期: 2012-06-09; 修回日期: 2012-07-16

作者简介: 唐克(1962—), 男, 安徽人, 硕士, 副教授, 从事武器系统分析与仿真。

姆斯法计算以后各点诸元，结合目标点位置信息反推弹道可得到理论弹道模型，如图 1 为理论弹道模型的 Matlab 仿真图。

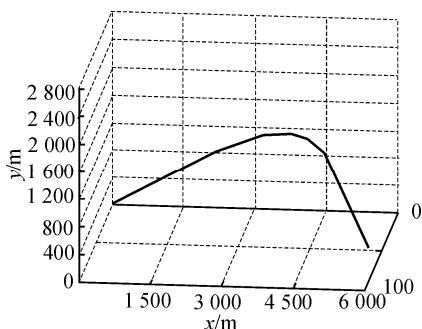


图 1 理论弹道模型

将理论弹道模型作离散化处理，使各点坐标值变成模拟弹丸真实飞行的时间序列，并将此序列作为弹箭发射前预先装定的方案弹道信息存入地面指挥计算机中。

2 变化的实际弹道模型

应用 Kalman 滤波可较为精确求得弹丸实际位置坐标，考虑到弹丸实际弹道应是随修正而变化的，且笔者是将弹丸精确坐标值与理论弹道对应时刻坐标值的偏差量与设定的阈值进行比较，因此不必应用求得的数据点外推全部弹道，最后将偏差量与阈值进行简单的逻辑判断以决定是否进行修正。

2.1 Kalman 滤波计算

确定实际弹道与理论弹道偏差量的关键工作是要求雷达提供精确的弹丸位置信息，为排除设备本身与环境的干扰，应用 Kalman 滤波可得到较为精确的弹丸位置信息。在雷达测量数据的滤波过程中，需要用到弹道模型，考虑到弹道修正弹道推算的快速性、实时性和雷达可提供的测量参数等，文中采用质点弹道模型作为弹道滤波的状态方程^[2]：

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -C_b H(y) G(V, C) u \\ \frac{dv}{dt} &= -C_b H(y) G(V, C) v - g \\ \frac{dw}{dt} &= -C_b H(y) G(V, C) w \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = u \quad \frac{dy}{dt} = v \quad \frac{dz}{dt} = w$$

$$v = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

式中： x, y, z, u, v, w 分别为弹箭在地面坐标系中的坐标分量和速度分量； C_b 为弹道系数； $H(y)$ 为空气密度函数； $G(V, C)$ 为阻力函数。取 $x, y, z, u, v, w,$

C 为卡尔曼滤波的状态变量，即：

$$X = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7)^T = (x \ y \ z \ u \ v \ w \ C)^T \quad (4)$$

将弹道系数 C 视为常量，则方程组^[3-4]可写成：

$$x' = f(x) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -x_7 H(x_2) G(V, C) x_4 \\ -x_7 H(x_2) G(V, C) x_5 - g \\ -x_7 H(x_2) G(V, C) x_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

非线性方程只是对弹箭质心运动的近似描述，存在一定误差，为了补偿这个误差，引入一个随机噪声矢量 w 作为状态扰动量，则上式变为

$$x' = f(x) + W' \quad (6)$$

式中， W' 为零均值高斯白噪声，且服从方差为 R 的正态分布，即 $W' \sim N(0, R)$ 。

设雷达测量值为斜距 r 、方位角 β 和高低角 ε ，雷达坐标系为球坐标系，它与直角坐标系的转换关系如下所示：

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \beta &= \arctan(z/x) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\varepsilon = \arctan(y / \sqrt{x^2 + z^2})$$

令量测变量为 Z ，即 $Z = (r \ \beta \ \varepsilon)^T$ 可得测量方程为

$$Z = h(X) + d = \begin{bmatrix} r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\ \beta = \arctan(x_3 / x_1) \\ \varepsilon = \arctan(x_2 / \sqrt{x_1^2 + x_3^2}) \end{bmatrix} + d \quad (8)$$

式中， d 是雷达测量噪声，假定为零均值高斯白噪声，且服从方差为 Q 的正态分布，即 $d \sim N(0, Q)$ ， $h(X)$ 为三维矢量函数。

卡尔曼滤波只适用于线性系统，而上式都是非线性的，因此需要对非线性状态方程、测量方程进行线性化、离散化，由此得到卡尔曼滤波弹道方程^[5]。设离散化的量测噪声 d_k 的均值和方差为

$$E[d_k] = 0, D[d_k] = Q_k$$

离散形式状态扰动量 w_k' 的均值和方差为 $E[w_k'] = 0, D[w_k] = R_k$ ，对状态方程、测量方程线性化、离散化，经推导可得预测方程：

$$\hat{x}^{k+1/k} = \hat{x}^k + f(\hat{x}^k) \Delta t \quad (9)$$

观察量预测方程：

$$\hat{Z}^{k+1/k} = h(\hat{x}^{k+1/k}) \quad (10)$$

滤波方程^[6]：

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1}(Z_{k+1} - Z_{k+1/k}) \quad (11)$$

滤波初值:

$$\hat{x}_0 = E(x_0)P_0 = \text{Var}(x_0)$$

用滤波后的数据点外推计算得到实际弹道模型, 如图 2。

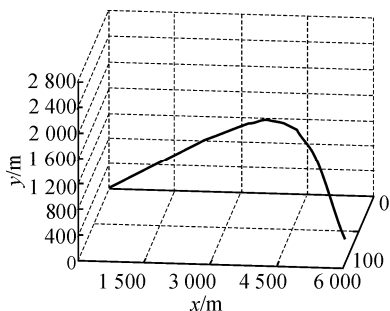


图 2 实际弹道模型

2.2 修正偏差量计算

以实现弹丸的精确打击为目标, 考虑到实际弹道需多次修正并且修正的幅度随着弹丸接近目标应是递减的^[7], 因此偏差量的阈值也应是随时间而递减的。这里引入阈值函数 $D(t_i)$, 有:

$$D(t_i) = K / t_i \quad (12)$$

设定偏差量 $D(i)$ 为由卡尔曼滤波得到的弹丸精确坐标与理论弹道点序列中的位置坐标两者在第 i 时刻的距离差, 即:

$$D(i) = \sqrt{(x_i - x'_i)^2 + (y_i - y'_i)^2 + (z_i - z'_i)^2} \quad (13)$$

将 $D(t_i)$ 与 $D(i)$ 进行简单逻辑判断决定是否进行修正, 如取 $k=100$ 时给出几组数据, 如表 1。

表 1 阈值与偏差量数据

$D(t_i)$	20	...	11.1	10	...	6
$D(i)$	7	...	9.5	10

表 1 中阴影处时刻即为弹丸进行修正的时刻, 这种修正在弹丸飞行全过程中不只一次, 并且随着时间的推进、 $D(t_i)$ 的递减, 修正的幅度会变小, 修正的频率会增加, 最终通过不断修正偏差量使实际弹道趋近理论弹道以达到精确打击的目的, 如图 3。

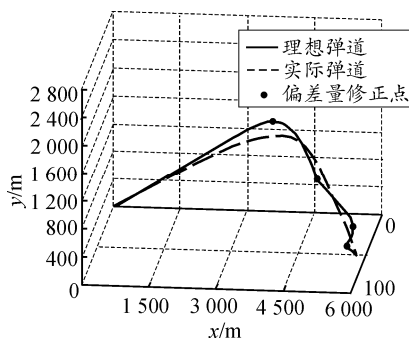


图 3 弹道修正模型

阈值函数中的 k 值可以根据作战任务的不同适当调节: 对于集群火力覆盖射击可将 k 值调大, 对于精确打击则应将 k 缩小。

图 3 中包络线收敛, 即为实际弹道趋近于理论弹道, 通过模型也可以发现实际弹道的改变应该是缓慢的, 这样也满足 Kalman 滤波的应用条件。

3 结束语

笔者针对偏差量建立了 2 个弹道模型, 以“全程跟踪, 快速精确打击”为着眼点, 通过引入递减的阈值函数限制 2 种弹道间的偏差量, 从而使弹丸实际弹道趋近预先解算好的弹道模型, 这种修正方法有以下优点:

1) 考虑到实际弹道可能是多变的, 只应用 Kalman 法进行滤波处理得出较准确的雷达测量点, 而不是一遍遍外推全弹道数据, 减少了计算机解算时间, 提高了运行效率。

2) 以预先计算好的理论弹道为依据, 修正实际弹道趋近理论弹道, 可以使指挥员初步掌握发射弹丸的实际飞行轨迹, 对防止城市作战中的误伤有一定意义。

3) 引入递减的阈值函数, 此函数的作用随着弹丸接近目标而愈加突显, 通过阈值限制修正偏差量以实现“打后不用管”的构想。

此法仍有一些不完善之处, 有待改进, 如理论弹道模型是否真实可靠、应用卡尔曼滤波算法是否可将误差降到最低等。还可以考虑是否可利用 Kalman 法做适当数据点的外推工作, 将外推后的数据点与理论弹道中对应点比较以使弹丸对于修正做出提前响应, 从而提高弹丸灵敏性。

参考文献:

- [1] 赵新生, 舒敬荣. 弹道解算理论与应用[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2007.
- [2] 徐明友. 高等外弹道学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [3] 唐克, 刘玉文, 徐军. 火力控制原理[M]. 安徽: 陆军军官学院, 2008.
- [4] 卓金武. Matlab 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011: 4.
- [5] 史金光. 卡尔曼滤波在弹道修正弹落点推算中的应用[J]. 弹道学报, 2008, 20(3): 41-43.
- [6] 李岩, 任睿, 王旭刚. 两种卡尔曼滤波模型在修正弹道数据处理中的应用比较[J]. 弹道学报, 2011, 23(1): 27-30.
- [7] 田晓丽, 陈国光, 辛长范. 弹道修正弹的外弹道实时解算算法研究[J]. 华北工学院测试技术学报, 2000, 14(1): 44-47.