

doi: 10.7690/bgzdh.2013.01.008

## 基于粒子群优化算法的多目标搜索算法

王荣海, 胥勋涛, 申慧

(绵阳职业技术学院信息工程系, 四川 绵阳 621000)

**摘要:** 针对多目标优化问题在实际应用中的复杂性, 提出一种采用粒子群优化算法来求解多目标优化的问题的方法。在分析了多目标优化问题的基础上, 以粒子群优化算法对生产配料流程中的优化问题为例进行非劣最优解集的搜索, 并将其运用于实际工程制造中的某配料选型工艺计算中。仿真结果表明: 该方法有效, 在工程设计选型、模式分类、神经网络训练以及系统控制等领域正得到普遍应用。

**关键词:** 多目标优化; 粒子群优化算法; 多目标搜索; 非劣最优解

**中图分类号:** TP301.6 **文献标志码:** A

## Multi-Objective Searching Algorithm Based on Particle Swarm Optimization

Wang Ronghai, Xu Xuntao, Shen Hui

(Department of Information Engineering, Mianyang Vocational &amp; Technical College, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** According to the complexity of multi-objective optimization problem in practical application, the article presents a method to solve multi-objective optimization problem using particle swarm optimization. Based on the analysis of multi-objective optimization problem, taking optimization problem of particle swarm optimization in the process of materials mixing as example progress non-inferior optimization solution search, and the method is used in calculation of burden selection technology in practical engineering production. The simulation results show the method is effective and it is also widely used in the field of selection in engineering design, pattern classification, neural network training and system controlling.

**Key words:** multi-objective optimization; particle swarm optimization algorithm; multi-objective searching; non-inferior optimization solution

### 0 引言

在日常生活、科学实践、工程设计以及社会活动中, 往往存在着由相互影响和冲突的多个目标结果, 这些目标系统往往是具有随机性、非线性、离散性和不确定性的复杂系统<sup>[1]</sup>, 人们需要在满足多种目标的条件和预定结果中分析和权衡, 从而在给定区域内尽可能满足多个需求目标, 即多目标优化问题。

多目标优化问题在实际应用中很普遍, 而类似的实际问题往往比较复杂, 且缺乏有效的分析手段和解决方案。近年来, 很多专家、学者针对多目标优化问题, 从不同的角度提出了解决方案, 如遗传算法 (genetic algorithm) 是模拟达尔文的遗传选择和自然淘汰的生物进化过程的计算方法, 是通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法<sup>[2]</sup>。还有如多目标进化算法, 蚁群算法、模拟退火算法和粒子群优化算法等。

粒子群优化算法是一种优化计算技术, 是基于迭代的优化工具<sup>[3]</sup>。它从随机解出发, 通过迭代计算, 使群体更好地向最优解逼近<sup>[4]</sup>, 通过适应度来评价解的品质, 没有遗传算法的交叉变异操作, 以其实现容易、精度高、收敛快等优点, 在解决实际问题中展示了其优越性。笔者以生产配料流程中涉及的优化问题为例, 采用粒子群优化算法来求解多目标优化的问题。

### 1 多目标优化问题的描述

一般情况下, 多目标优化问题的各个子目标是相互冲突的, 一个子目标的改善有可能会引起另一个子目标的降低<sup>[5]</sup>, 即不可能使所有的分项目标同时达到最优值, 而只能在当中进行权衡和协调, 尽量使更多的各分项目标达到最优化。同时, 在多目标优化问题中, 其解并非唯一, 而是存在以集合形式出现的一组最优解, 即 Pareto 最优解或非劣最优解, 而决策者只能结合具体问题分析从中进行选择,

收稿日期: 2012-10-17; 修回日期: 2012-11-13

作者简介: 王荣海(1969—), 男, 四川人, 工程硕士, 副教授, 从事电子与通信工程研究。

并作为最终解。

多目标优化问题的数学形式<sup>[6]</sup>可表述如下:

$$\begin{aligned} \min y &= f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \\ \text{s.t. } &g_j(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中: 决策向量  $x \in R^m$ ; 目标向量  $y \in R^n$ ;  $f_i(x), i=1, 2, \dots, n$  是目标函数;  $g_j(x) \leq 0$  是系统约束。

一般情况下, 多目标优化问题由多个目标函数、决策变量参数和约束条件组成, 目标函数、决策变量和约束条件为函数关系。

## 2 粒子群优化算法

粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO) 于 1995 年由 Kennedy 和 Eberhart 提出, 粒子群优化算法是一种非常有效的进化算法技术, 它擅长于处理各种涉及连续或离散数据的复杂多目标优化问题<sup>[6]</sup>, 由随机解出发, 通过迭代计算来寻找最优解。该算法以其收敛快和易于实现等特性, 引起学术界的重视, 并在解决许多实际优化问题时展示了其优越性, 得到广泛的应用。

PSO 算法形成的基础是源于对鸟群觅食行为的研究, 鸟群飞行中的方向, 以及聚集和分散都随机不可预测, 但个体与个体间总会找寻并保持最适宜的距离, 而且其整体保持相对一致。PSO 算法即将鸟群中的每个个体抽象为无体积的粒子, 粒子根据自身的变化经验以及周边粒子的运动经验来调整自己的运动, 每个粒子在运动过程中所经过的最好位置, 就是本身找到的最优解, 而整个群体所经过的最好位置, 就是群体当前所找到的最优解。

粒子依据如下的公式来进行更新和调整<sup>[7]</sup>:

$$v_i = \omega \times v_i + c_1 \times \text{rand}() \times (p\text{Best}_i - x_i) + c_2 \times \text{Rand}() \times (p\text{Best}_g - x_i) \quad (2)$$

$$x_i = x_i + v_i \quad (3)$$

式中:  $\omega$  为惯性权重;  $v_i$  为第  $i$  个粒子的速度, 不能超过最大速度  $V_{\max}$ ;  $c_1$ 、 $c_2$  为学习因子 (加速常数);  $\text{rand}()$ 、 $\text{Rand}()$  为 (0,1) 区间上的随机数据;  $x_i$  为第  $i$  个粒子的当前位置 ( $i=1, 2, \dots, N$ );  $p\text{Best}_i$  为粒子所经历的最优位置;  $p\text{Best}_g$  为整个群体所经历的最优位置。

其中, 式 (3) 的第 1 部分 ( $\omega \times v_i$ ) 为粒子先前行为的惯性, 说明了粒子目前的状态, 起平衡全局和局部搜索的作用; 第 2 部分 ( $c_1 \times \text{rand}() \times (p\text{Best}_i - x_i)$ ) 表

示粒子本身的思考, 为认知部分, 使粒子有足够强的全局搜索能力; 第 3 部分 ( $c_2 \times \text{Rand}() \times (p\text{Best}_g - x_i)$ ) 为社会部分, 表示粒子间的信息共享与相互合作。3 部分共同作用下粒子可有效地到达最好位置。

PSO 算法也可以解释为基于如下的心理学假设, 即在寻求一致的认知过程中, 个体往往秉承自身的信念, 并同时考虑同伴的信念, 并根据这些信念进行适应性调整, 从而找寻最优的行为模式。

## 3 配料选型优化问题

在某制造加工环节的生产配料流程中, 需按照一定的条件进行配料的选择和搭配, 而这些条件之间是相互联系又相互制约的, 属于多目标优化问题, 现以此为例, 来探讨粒子群优化算法在此类问题中的运用。

假设有 5 种配料, 每类材配料中又包含 4 种具体的参数。每种配料的价、体积各不相同, 如表 1 所示。现在要求从这 5 类配料中分别选择一种放入备料箱中, 使备料箱内配料的总价值最大、总容积最小, 且备料箱内物品总质量不超过 92 kg。

表 1 配料价格、体积、质量

配料	价格/百元	体积/m <sup>3</sup>	质量/kg
一类配料	3	0.20	10
	4	0.25	12
	5	0.30	14
	3	0.30	14
二类配料	4	0.30	13
	6	0.35	15
	7	0.37	18
	5	0.32	14
三类配料	9	0.40	24
	8	0.38	22
	10	0.50	25
	10	0.45	28
四类配料	15	0.60	32
	10	0.45	26
	12	0.50	28
	10	0.60	32
五类配料	2.0	0.10	4.0
	2.5	0.15	5.2
	3.0	0.20	6.8
	2.0	0.20	6.8

该选材优化问题的数学模型为:

$$P = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 15 & 2 \\ 4 & 6 & 8 & 10 & 2.5 \\ 5 & 7 & 10 & 12 & 3 \\ 3 & 5 & 10 & 10 & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.6 & 0.1 \\ 0.25 & 0.35 & 0.38 & 0.45 & 0.15 \\ 0.3 & 0.37 & 0.5 & 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.32 & 0.45 & 0.6 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 10 & 13 & 24 & 32 & 4 \\ 12 & 15 & 22 & 26 & 5.2 \\ 14 & 18 & 25 & 28 & 6.8 \\ 14 & 14 & 28 & 32 & 6.8 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中： $P$  为每种配料的价值； $R$  为每种配料的体积； $C$  为配料的质量。

该问题可通过以下适应度值表达式进行描述：

$$\max PX = \sum_{i=1}^4 Pi \times X \quad (7)$$

$$\min RX = \sum_{i=1}^4 Ri \times X \quad (8)$$

$$\text{s.t. } CX \leq (9.2 \ 9.2 \ 9.2 \ 9.2)$$

### 4 算法流程与描述

基于粒子群算法的二维多目标搜索算法流程如图 1 所示。

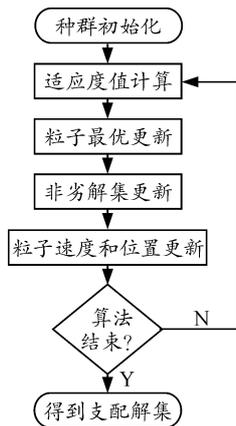


图 1 算法流程

其中，种群初始化模块随机初始化粒子的位置  $x$  和速度  $v$ ，适应度值计算是指根据适应度值计算公式计算个体适应度值，每个个体的适应度值有 2 个，即价值和体积，同时个体需要满足质量约束。

粒子最优更新模块根据新的粒子位置更新个体最优粒子，粒子最优包括个体最优粒子和群体最优粒子。其中，个体最优粒子的更新方式是从当前新粒子和个体最优粒子中选择  $PX$ 、 $RX$  最优的。当这 2 个粒子的  $PX$ 、 $RX$  都不是最优时，从中随机选择一个作为个体最优粒子。群体最优粒子为从非劣解集中随机选择的一个粒子。

非劣解集更新模块根据新粒子支配关系筛选非劣解。筛选非劣解集主要分为初始筛选非劣解集和更新非劣解集。初始筛选非劣解集是指在粒子初始化后，如果存在一个粒子，其  $PX$ 、 $RX$  均优于其他

粒子(即该粒子不受其他粒子支配)，则把该粒子放入非劣解集中，并且在粒子更新前从非劣解集中随机选择一个粒子作为群体最优粒子。更新非劣解集是指，当新粒子的  $PX$ 、 $RX$  优于其他粒子和当前非劣解集中的粒子时，则把新粒子放入非劣解集中，并且每次粒子更新前都从非劣解集中随机选择一个粒子作为群体最优粒子。

粒子速度和位置更新模块是根据个体最优粒子位置和全局粒子位置对粒子速度和位置进行更新。

### 5 Matlab 算法实现

根据多目标搜索算法原理，通过 Matlab 编写实现基于粒子群算法的多目标搜索程序。

#### 5.1 种群初始化

该部分程序的作用是初始化种群，并且计算初始化粒子的适应度值，主要程序代码为：

```

dim=5; %粒子维数
xsize=50; %种群个数
%计算初始种群适应度值
for i=1:xsize
  for j=1:dim
    px(i)=px(i)+P(x(i,j),j); %粒子价值
    rx(i)=rx(i)+R(x(i,j),j); %粒子体积
    cx(i)=cx(i)+C(x(i,j),j); %粒子质量
  end
end
pxbest=px;rxbest=rx;cxbest=cx; %粒子历史最优
  
```

#### 5.2 种群更新

根据全局最优粒子和个体最优粒子，更新当前个体的速度和位置。其中，全局最优粒子为非劣解集中随机选取的粒子。主要程序代码为：

```

1) 从非劣解中选择全集最优个体。
index=randi(size(fljx,1),1,1);
gbest=fljx(index,:);
2) 速度更新。
for i=1:xsize
  v(i,:)=w*v(i,:)+c1*rand(1,1)*(xbest(i,:)-x(i,:))+c2*rand(1,1)*(gbest-x(i,:))
  x(i,:)=x(i,:)+v(i,:)
3) 位置更新。
x(i,:)=rem(x(i,:),objnum)/double(objnum);
index1=find(x(i,:)<=0);
if length(index1)=rand(size(index1));
  
```

```
end
x(i,:)=ceil(4*x(i,:));
end
```

#### 4) 更新个体最优粒子。

根据新粒子和当前最优粒子的支配关系, 更新个体最优粒子, 即当 2 个粒子存在支配粒子时 (即存在一个粒子, 其  $P_x$ 、 $R_x$  优于另一个), 选择支配粒子, 否则从中随机选取一个粒子作为新的个体最优粒子。主要程序如下:

支配粒子代替历史最佳粒子

```
if((px(i)<ppx(i))&&(rx(i))<((abs(px(i)-ppx(i))<tol)&&
&(rx(i)<rrx(i))))||((px(i)<ppx(i)&&(abs(rx(i)-rrx(i))<tol))
||((cx(i)>weight)))
xbest(i,:)=x(i,:);
pxbest(i)=ppx(i);rxbest(i)=rrx(i);cxbest(i)=ccx(i);
```

如果彼此不受支配, 随机选择一个粒子作为个体最优粒子

```
if~((px(i)<ppx(i))&&
(rx(i)<rrx(i)))||((abs(px(i)-ppx(i))<tol)&&(rx(i)<rrx(i)))
||((px(i)<ppx(i)&&(abs(rx(i)-rrx(i))<tol))||((cx(i)>weight))
&& ~
(((ppx(i)<px(i))&&(rrx(i)<rx(i))))||((abs(ppx(i)-px(i))<tol)
&&(rrx(i)<rx(i))))||((ppx(i)<px(i))&&(abs(rrx(i)-rx(i))<tol))
||((ccx(i)>weight)))
if rand(1,1)<0.5
xbest(i,:)=x(i,:);
pxbest(i)=ppx(i);rxbest(i)=rrx(i);cxbest(i)=ccx(i);
```

#### 5) 非劣解筛选。

非劣解集筛选分为 2 步, 第 1 步是把新非劣解集和旧非劣解集合并, 得到新的非劣解集。程序代码如下:

```
pppx(1:xsize)=pxbest;pppx(xsize+1:end)=flj(:,1)';
rrrx(1:xsize)=rxbest;rrrx(xsize+1:end)=flj(:,2)';
cccx(1:xsize)=cxbest;cccx(xsize+1:end)=flj(:,3)';
xxbest=zeros(s+xsize,dim);
xxbest(1:xsize,:)=xbest;
xxbest=(xsize+1:end:)=fljx;
```

第 2 步是根据非劣解集中的支配关系, 筛选出新的非劣解集。判断支配关系的程序代码如下:

```
if((pppx(i)<pppx(j))&&(rrrx(i)<rrrx(j)))||((abs(pppx(i)-pppx(j))<tol)
&&(rrrx(i)<rrrx(j))))||((pppx(i)<pppx(j))&&(abs(rrrx(i)-rrrx(j))<tol))
||((cccx(i)>weight));
```

## 6 仿真结果

本次试验是从每类配料中选择一种放入备料箱, 使备料箱的总价值最大, 容积最小, 并且备料

箱内物品的总质量要小于 92 kg。涉及该问题的粒子群算法参数为: 粒子个数为 50, 迭代次数为 200, 最终得到的非劣解在目标空间中的分布如图 2。

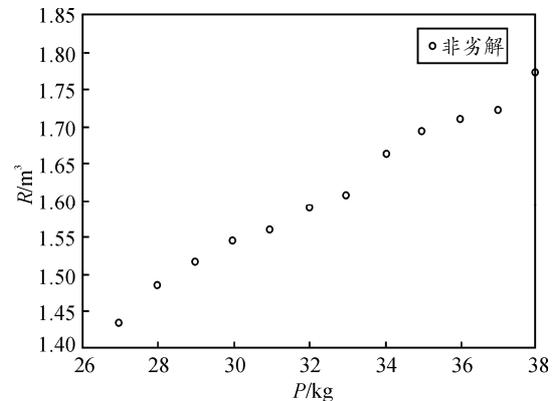


图 2 非劣解分布

由图 2 可知, 该算法搜索到得非劣解构成了 Pareto 面, 算法搜索取得了良好的效果。

## 7 总结

笔者将实际工程制造中的某配料选型工艺归结为多目标优化问题<sup>[8]</sup>, 并运用了粒子群算法对其进行选型计算, 仿真结果证明了 PSO 算法的有效性。作为新兴的多目标优化算法, PSO 算法在快速性、有效性和鲁棒性等方面有明显的优势, 在工程选型、模式分类、神经网络训练以及系统控制等领域正得到普遍应用。

## 参考文献:

- [1] 付绍昌, 黄辉先. 离散交通信号控制模型及其优化算法[J]. 兵工自动化, 2006, 25(6): 66-68.
- [2] 徐志伟, 张耀坤, 张勇. 一种基于遗传算法的防空火力分配方案[J]. 兵工自动化, 2009, 28(2): 25-26.
- [3] 赵磊, 陈庆龙, 巩珏. 基于改进蚁群算法的炮兵火力优化分配模型[J]. 兵工自动化, 2011, 30(4): 18-20.
- [4] 刘淳安. 非线性规划问题的极大熵多目标粒子群算法[J]. 计算机工程与技术, 2008, 29(4): 914-916.
- [5] 薛洪波, 伦淑娴. 粒子群算法在多目标优化中的应用综述[J]. 涿海大学学报, 2009, 30(3): 265-269.
- [6] Ali, F.A., Selvan, K.T. A study of PSO and its variants in respects of microstrip antenna feed point optimization[C]// Proc. Of Microwave Conference(APMC).Singapore: IEEE Press, 2009: 1817-1820.
- [7] 张利彪, 周春光, 马铭, 等. 基于粒子群算法求解多目标优化问题[J]. 计算机研究与发展, 2004, 41(7): 1286-1291.
- [8] 王云, 黄建. 文本搜索的一种间接方法[J]. 四川兵工学报, 2010, 31(1): 127.