

doi: 10.7690/bgzdh.2013.01.009

## 四旋翼飞行器航姿测量系统的数据融合方法

张浩, 任芊

(北京理工大学化工与环境学院, 北京 100081)

**摘要:** 针对小型四旋翼飞行器航姿测量系统中 MEMS 器件精度低、易发散等问题, 提出一种新的数据融合方法, 对航姿测量系统中陀螺仪、加速度计和电子罗盘的输出数据进行融合。利用 MEMS 惯性测量元件搭建了一个低成本航姿测量系统, 分析了姿态解算的过程和难点, 采用基于梯度下降的姿态融合算法, 对四元数更新方程进行了补偿。实验结果表明: 与目前常用的卡尔曼滤波算法相比, 基于梯度下降的数据融合算法能显著降低对处理器速度和精度的要求, 能有效融合航姿测量单元的传感器数据, 提高小型四旋翼飞行器的姿态测量精度。

**关键词:** 四旋翼飞行器; 姿态解算; 数据融合; 四元数; 梯度下降

**中图分类号:** TJ85 **文献标志码:** A

## Data Fusion Method of Quad-Rotor Aircraft Attitude Measurement System

Zhang Hao, Ren Qian

(College of Chemical Engineering &amp; Environment, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** For overcoming low precision and easy to divergence of MEMS inertial measurement sensors of small size quad-rotor aircraft attitude measurement, a new data fusion method is designed to fuse the information from gyroscope, accelerometer and magnetometer. Use the MEMS inertial measurement components to construct a low-cost attitude heading measurement system, analyze the attitude estimation process and difficulties. Based on gradient descent, use attitude fusion algorithm to compensate quaternion updating equation. Experimental results show that the data fusion method based on the gradient descent algorithm is better than the Kalman filtering algorithm, and can significantly reduce the requirements of precision and speed for the processor, effectively fuse sensor data and improve the accuracy of attitude estimation of the small quad-rotor.

**Key words:** quad-rotor aircraft; attitude estimation; data fusion; quaternion; gradient descent

### 0 引言

小型四旋翼飞行器是由 4 个电机作为动力装置, 通过调节电机转速来实现飞行的无人机系统, 能够垂直起降, 特别适合在近地面环境(如室内、街巷和丛林等)中执行监视、侦察以及灾害监测等任务, 具有广阔的军事和民用前景, 是当前的研究热点<sup>[1]</sup>。其中, 航姿测量是飞行器实现稳定飞行的前提, 一般由航姿测量系统提供姿态信息。体积小、功耗低、易于集成的 MEMS 传感器是实现低成本航姿测量单元的最佳选择, 主要由低成本三轴陀螺仪、三轴加速度计和三轴电子罗盘组成。MEMS 陀螺仪测量精度较低, 虽然动态性能良好, 但存在累计漂移误差, 加速度计和电子罗盘有着较好的静态特性, 没有漂移问题, 但容易受机体振动、外部磁场等因素的干扰, 使其动态可信度降低<sup>[2]</sup>; 因此, 单独使用陀螺仪或者加速度计和电子罗盘, 都不能很好地完成任务, 需要对航姿测量系统多传感器数据进行融合, 以得到准确的姿态信息。

扩展卡尔曼滤波器算法是一种高精度的在飞行器中应用非常广泛的姿态解算算法<sup>[3]</sup>, 但难以为其建立稳定可靠的状态方程, 合适的过程噪声协方差阵  $Q$  以及测量噪声协方差阵  $R$ , 而且其计算量很大, 对处理器的运算速度和精度要求很高。笔者设计了一种基于梯度下降的四旋翼飞行器的姿态求解器, 该算法简单有效, 对惯性器件的精度要求较低, 实现了长时间稳定地输出准确姿态数据。

### 1 坐标系和姿态角描述

笔者在空间内定义 2 个不同的三维坐标系, 分别为地理坐标系( $g$ 系)、机体坐标系( $b$ 系)。地理坐标系, 也就是导航坐标系( $n$ 系), 它的原点位于载体质心,  $x, y, z$ 轴的方向选为东北天(ENU)右手坐标系。机体坐标系的原点与载体质心重合, 对于飞行器而言,  $x$ 轴沿载体横轴向右,  $y$ 轴沿载体纵轴向前,  $z$ 轴沿载体竖轴向上, 即“右前上”坐标系, 可见, 机体坐标系是与载体固连的。根据机体坐标

收稿日期: 2012-10-24; 修回日期: 2012-11-22

作者简介: 张浩(1988—), 男, 河南人, 硕士研究生, 从事测控技术与自动化仪表研究。

系和地理坐标系之间的相对角位置关系, 可以定义并确定载体的 3 个姿态角, 分别为偏航角  $\psi$ 、俯仰角  $\theta$  和横滚角  $\gamma$ , 如图 1 所示。

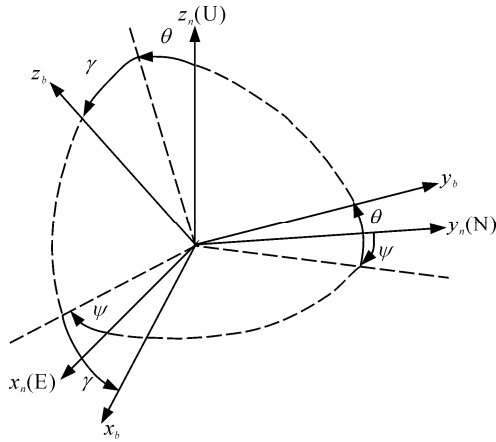


图 1 机体坐标系和地理坐标系的角度关系

不考虑机体振动, 当飞行器处于静态时, 加速度计只敏感重力加速度  $g$ , 设地理坐标系下重力矢量为  $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ -g]^T$ , 加速度计输出矢量为  $\mathbf{a}^b = [a_x^b \ a_y^b \ a_z^b]^T$ , 机体坐标系与地理坐标系间的方向余弦矩阵为  $\mathbf{C}_n^b$ , 由于  $\mathbf{a}^b$  是  $\mathbf{g}^n$  在机体坐标系上的投影, 有<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{a}^b = -\mathbf{C}_n^b \mathbf{g}^n = g \begin{bmatrix} -\sin \gamma \cos \theta \\ \sin \theta \\ \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

因此可计算出 2 个水平姿态角为:

$$\begin{cases} \theta = \arcsin(a_z^b / g) \\ \gamma = -\arctan(a_x^b / a_y^b) \end{cases} \quad (2)$$

需要指出的是加速度计静态响应好, 能够准确提供静态的角度, 但受动态加速度影响较大, 不适合跟踪动态角度运动。

而偏航角  $\psi$  可由电子罗盘给出, 由于地磁矢量的水平分量永远指向磁北, 可设地理坐标系下地磁矢量为  $\mathbf{m}^n = [0 \ m_y^n \ m_z^n]^T$ , 电子罗盘输出矢量为  $\mathbf{m}^b = [m_x^b \ m_y^b \ m_z^b]^T$ , 先根据式 (3) 将电子罗盘  $x$  轴和  $y$  轴的磁分量投影到水平面, 得到水平投影  $m_x$  和  $m_y$ , 再用式 (4) 即可计算出偏航角  $\psi$  (习惯上以北偏东为正)。

$$\begin{cases} m_x = m_x^b \cos \gamma + m_z^b \sin \gamma \\ m_y = m_x^b \sin \theta \sin \gamma + m_y^b \cos \theta - m_z^b \sin \theta \cos \gamma \end{cases} \quad (3)$$

$$\psi = -\arctan(m_x / m_y) \quad (4)$$

## 2 姿态解算的四元数法

四元数法是一种间接处理的姿态解算方法, 用四元数的微分方程解算来代替欧拉角或方向余弦矩阵微分方程的解算, 求解得到中间变量四元数, 然后再转换为载体的姿态角。该方法的优点是可大大减小计算量, 并且具有更好的计算性能。

四元数是一个由 1 个实数单位和 3 个虚数单位  $i, j, k$  构成的含有 4 个元的数, 其复数定义形式为:

$$\mathbf{Q} = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T \quad (5)$$

式中,  $i, j, k$  遵守下列相乘规则:

$$\begin{cases} i^2 = j^2 = k^2 = -1 \\ ij = k \\ jk = i \\ ki = j \end{cases} \quad (6)$$

四元数可用来表示矢量旋转, 其矢量部分定义了旋转轴, 标量部分定义了旋转角度。如果旋转轴取参考系下的一个单位矢量  $\mathbf{n} = [x \ y \ z]^T$ , 旋转角度为  $\sigma$ , 则四元数可表示为:

$$\mathbf{Q} = [\cos \frac{\sigma}{2} \ x \sin \frac{\sigma}{2} \ y \sin \frac{\sigma}{2} \ z \sin \frac{\sigma}{2}]^T = \cos \frac{\sigma}{2} + \mathbf{n} \sin \frac{\sigma}{2} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Q}\|^2 &= q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = \\ \cos^2 \frac{\sigma}{2} + (x^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \frac{\sigma}{2} &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

可见, 1 个单位化的四元数描述了 1 个一次性旋转, 而且包含了这种旋转的全部信息:  $\mathbf{n}$  为旋转轴,  $\sigma$  为旋转角度。

四元数与方向余弦矩阵的关系<sup>[4]</sup>可由下式确定:

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

用  $t_{ij}$  表示  $\mathbf{C}_n^b$  的元素 ( $i=1,2,3; j=1,2,3$ ), 即可得到 3 个姿态角:

$$\begin{cases} \psi = \arctan \frac{t_{21}}{t_{22}}, [-\pi, \pi] \\ \theta = \arcsin t_{23}, [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \gamma = \arctan(-\frac{t_{13}}{t_{33}}), [-\pi, \pi] \end{cases} \quad (10)$$

由于四旋翼飞行器飞行高度低，飞行速度慢，可以忽略地球自转等因素的影响，那么四元数  $\mathbf{Q}$  具有如下微分方程关系<sup>[4]</sup>：

$$\dot{\mathbf{Q}} = 0.5 \times \boldsymbol{\Omega}_{nb}^b \mathbf{Q} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -w_x^b & -w_y^b & -w_z^b \\ w_x^b & 0 & w_z^b & -w_y^b \\ w_y^b & -w_z^b & 0 & w_x^b \\ w_z^b & w_y^b & -w_x^b & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中的  $w_x^b$ 、 $w_y^b$  和  $w_z^b$  分别为航姿测量单元陀螺仪测得的机体坐标系下  $x, y, z$  轴的角速度。

设  $T$  为采样周期，那么四元数微分方程的一阶龙格-库塔法计算式为：

$$\mathbf{Q}(t+T) = \mathbf{Q}(t) + T \times 0.5 \times \boldsymbol{\Omega}_{nb}^b(t) \mathbf{Q}(t) \quad (13)$$

每个采样周期读取陀螺仪的数据，对上式进行迭代运算，即可实现四元数随时间的更新，进而求得 3 个姿态角。MEMS 陀螺仪虽然动态性能良好，能够提供瞬间的动态角度变化，不受加速度变化的影响，但由于其本身固有的特性、温度及积分过程的影响，存在累积漂移误差，不适合长时间单独工作，如果不加以补偿，将不能得到准确的姿态信息；所以，必须采用一定的姿态解算算法，融合各种传感器的数据，进行误差补偿以实现准确的姿态解算。

### 3 基于梯度下降的姿态融合算法

由前面的分析可知，航姿测量单元的传感器各有优缺点，陀螺仪动态响应特性良好，但计算姿态时，会产生累计误差，加速度计和电子罗盘测量姿态没有累计误差，但动态响应较差；因此，可以把加速度计和电子罗盘输出作为一个参考基准，在每次四元数更新时，对四元数进行补偿，实现这 3 种传感器的数据融合，提高测量精度和系统的动态性能<sup>[5]</sup>。

为了使计算简单，笔者把单位化的重力矢量为  $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ -1]^T$  转换到机体坐标系中，利用四元数方法，可以得到加速度计的输出估计值  $\hat{\mathbf{a}}^b$ ：

$$\hat{\mathbf{a}}^b = \begin{bmatrix} \hat{a}_x^b \\ \hat{a}_y^b \\ \hat{a}_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (14)$$

理想情况下有  $\hat{\mathbf{a}}^b = \frac{\mathbf{a}^b}{\|\mathbf{a}^b\|}$ ，实际上却是总会存在误差  $\mathbf{e}_g^b$ ：

$$\mathbf{e}_g^b = \hat{\mathbf{a}}^b - \frac{\mathbf{a}^b}{\|\mathbf{a}^b\|} = \begin{bmatrix} e_{gx}^b \\ e_{gy}^b \\ e_{gz}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 - q_0q_2) - \frac{a_x^b}{\|\mathbf{a}^b\|} \\ 2(q_2q_3 + q_0q_1) - \frac{a_y^b}{\|\mathbf{a}^b\|} \\ 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) - \frac{a_z^b}{\|\mathbf{a}^b\|} \end{bmatrix} \quad (15)$$

同理，用四元数可以将地磁矢量  $\mathbf{m}^n = [0 \ m_y^n \ m_z^n]^T$  转换到机体坐标系下，电子罗盘的输出估计值与实际测量值的误差  $\mathbf{e}_m^b$ ：

$$\mathbf{e}_m^b = \begin{bmatrix} e_{mx}^b \\ e_{my}^b \\ e_{mz}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m_y^n(q_1q_2 + q_0q_3) + 2m_z^n(q_1q_3 - q_0q_2) - m_x^b \\ m_y^n(1 - 2q_1^2 - 2q_3^2) + 2m_z^n(q_2q_3 + q_0q_1) - m_y^b \\ 2m_y^n(q_2q_3 - q_0q_1) + m_z^n(1 - 2q_1^2 - 2q_2^2) - m_z^b \end{bmatrix} \quad (16)$$

对误差矢量  $\mathbf{e}_g^b$ 、 $\mathbf{e}_m^b$  取  $L_2$  范数，构造目标函数  $J = \frac{1}{2} \|\mathbf{e}_g^b\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{e}_m^b\|_2^2$ ，为了防止四元数姿态解算过程中发生漂移，就要使目标函数  $J$  趋于 0，显然  $J$  是四元数  $\mathbf{Q}$  的 4 个元  $q_0$ 、 $q_1$ 、 $q_2$  和  $q_3$  的函数，为了使目标函数  $J$  达到最小，采用梯度最速下降法<sup>[6-7]</sup>，即沿着梯度相反的方向修正四元数，这时四元数更新计算式变为：

$$\mathbf{Q}(t+T) = \mathbf{Q}(t) + T \times 0.5 \times \boldsymbol{\Omega}_{nb}^b(t) \mathbf{Q}(t) - \eta \frac{\nabla J}{\|\nabla J\|} \quad (17)$$

$$\text{其中，} \nabla J = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial q_0} & \frac{\partial J}{\partial q_1} & \frac{\partial J}{\partial q_2} & \frac{\partial J}{\partial q_3} \end{bmatrix}^T,$$

$$\frac{\partial J}{\partial q_0} = -2e_{gx}^b q_2 + 2e_{gy}^b q_1 + 2e_{mx}^b (m_y^n q_3 - m_z^n q_2) +$$

$$2e_{my}^b m_z^n q_1 - 2e_{mz}^b m_y^n q_1$$

$$\frac{\partial J}{\partial q_1} = 2e_{gx}^b q_3 + 2e_{gy}^b q_0 - 4e_{gz}^b q_1 + 2e_{mx}^b (m_y^n q_2 + m_z^n q_3) +$$

$$2e_{my}^b (m_z^n q_0 - 2m_y^n q_1) - 2e_{mz}^b (m_y^n q_0 + 2m_z^n q_1)$$

$$\frac{\partial J}{\partial q_2} = -2e_{gx}^b q_0 + 2e_{gy}^b q_3 - 4e_{gz}^b q_2 + 2e_{mx}^b (m_y^n q_1 - m_z^n q_0) +$$

$$2e_{my}^b m_z^n q_3 + 2e_{mz}^b (m_y^n q_3 - 2m_z^n q_2)$$

$$\frac{\partial J}{\partial q_3} = 2e_{gx}^b q_1 + 2e_{gy}^b q_2 + 2e_{mx}^b (m_y^n q_0 + m_z^n q_1) +$$

$$2e_{my}^b (m_z^n q_2 - 2m_y^n q_3) + 2e_{mz}^b m_y^n q_2$$

式 (17) 中,  $\eta$  为步长, 这里可以理解为四元数的一个阻尼因子, 该值的选取非常重要, 步长太小, 四元数收敛速度慢, 动态特性差, 步长太大, 四元数会有较快的收敛速度, 但容易引起震荡, 影响静态特性, 实际应用中要经过反复调试, 确定出一个合适的  $\eta$  值。这里是把梯度进行单位化之后去修正四元数, 如果编程中采用平方根倒数速算法来实现单位化过程, 那么整个算法过程只有简单的乘加运算, 这将大大降低系统资源消耗, 普通微控制器即可满足算法要求。

对新的四元数更新计算式进行迭代, 就可以得到随时间传递的准确的四元数, 进而由公式 (10) 即可求得各个姿态角。

#### 4 实验与结果

实验使用三轴陀螺仪 L3G4200D, 三轴加速度计 ADXL345, 以及三轴电子罗盘 HMC5883L 构成航姿测量单元, 微控制器采用 TMS320F28335, 通过 I2C 接口读取 3 个传感器各轴的测量数据进行实时姿态解算, 解算周期为 20 ms,  $\eta$  取为 0.2, 得到的姿态角通过 SCI 接口与上位机进行通讯, 上位机再把相应的数据绘制成曲线显示出来, 结果如图 2、图 3、图 4 所示。

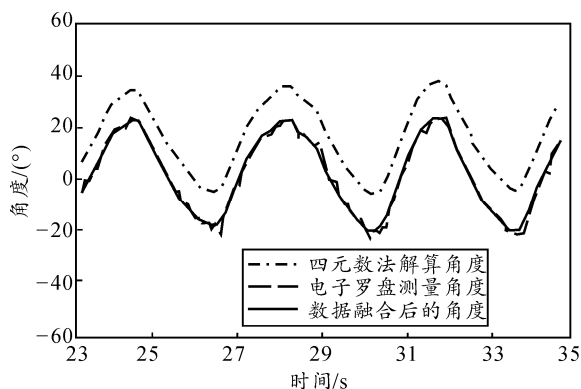


图 2 偏航角

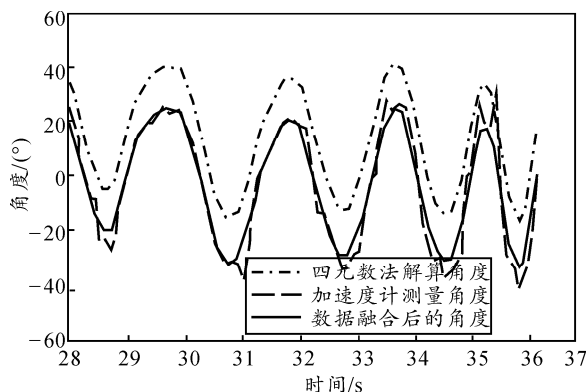


图 3 俯仰角

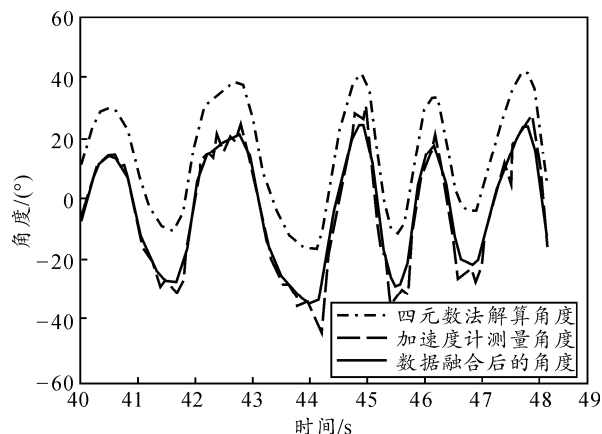


图 4 横滚角

由图 2、图 3、图 4 可见: 对于直接利用陀螺仪的数据, 由四元数法解算的角度看来, 其动态特性良好, 但是已经发生了漂移; 由电子罗盘或加速度计测量得到的角度则含有很多噪声成分, 没有漂移现象; 数据融合后得到的姿态角, 既能保持在电子罗盘和加速度计提供的姿态角参考基准范围内, 又具有四元数法的良好动态特性。

#### 5 结论

笔者分析了小型四旋翼飞行器航姿测量系统中单个传感器解算航姿不可信问题, 并针对该问题采用基于梯度下降的姿态融合算法, 对四元数更新方程进行了补偿。实验结果表明: 该算法较好地融合了航姿测量系统的陀螺仪, 加速度计和电子罗盘的数据, 提高了飞行器姿态测量的精度, 且计算量小, 对微控制器性能要求不高。

#### 参考文献:

- [1] 聂博文, 马宏绪, 王剑, 等. 微小型四旋翼飞行器的研究现状与关键技术[J]. 电光与控制, 2007, 14(6): 113-117.
- [2] 张守玉, 刘博强. 基于相关函数的小样本数据融合方法改进[J]. 四川兵工学报, 2010, 31(8): 103.
- [3] 黄旭, 王常虹, 伊国兴, 等. 利用磁强计及微机械加速度计和陀螺的姿态估计扩展卡尔曼滤波器[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(2): 27-34.
- [4] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [5] 梁延德, 程敏, 何福本, 等. 基于互补滤波器的四旋翼飞行器姿态解算[J]. 传感器与执行系统, 2011, 30(11): 56-61.
- [6] Sebastian O.H. Madgwick, Andrew J.L. Harrison, Ravi Vaidyanathan. Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm[C]//IEEE 2011 International Conference on Rehabilitation Robotics, Zurich, Switzerland, 2011: 1-7.
- [7] 李国勇. 智能控制及其 MATLAB 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 21-31.