

doi: 10.7690/bgzdh.2013.09.003

深海水平时谐电流段在空气层产生的磁场

黄凡

(海军驻桂林地区军事代表室, 广西 桂林 540012)

摘要: 针对潜艇固磁探潜固磁衰减快, 探潜距离有限等问题, 提出利用轴频磁场来探测水下潜艇。在麦克斯韦方程理论的基础上, 推导出海水中水平时谐电流段在空气层中产生的时谐磁场理论公式, 通过数值方法分析空气中时谐磁场强度与场点高度和场源距离的关系。仿真结果表明: 空气中时谐磁场强度随场源水平距离增大的衰减速率会变小, 若场源水平距离不变, 随着高度的增加, 场强的衰减速率变小。

关键词: 水平时谐电流; 磁矢量势; 轴频磁场

中图分类号: TJ02 **文献标志码:** A

Magnetic Field in Air Produced by Finite Horizontal Time-Harmonic Current Immersed in Blue Water

Huang Fan

(Naval Military Representative Office in Guilin, Guilin 540012, China)

Abstract: The submarine's inherent magnetism attenuates quickly and it can be detected very closely. So the method of making use of shaft-rate magnetic field to detect underwater submarine is proposed. Based on Maxwell equations theory, this paper deduced the time-harmonic magnetic equations in air produced by finite horizontal time-harmonic current immersed in blue water. With numerical method, the correlation between the magnetic field and the height and distance was analyzed. Results indicated that the attenuation speed of magnetic field in air will diminish with the distance or height increasing.

Key words: horizontal time-harmonic current; magnetic vector-potential; shaft-rate magnetic field

0 引言

磁性探潜是航空反潜的一个重要手段, 现今航空磁探潜的主要手段是利用潜艇的固有磁性来探测水下活动的潜艇, 由于潜艇固磁衰减很快, 使得探潜的距离受到很大限制。

随着近年来对舰船螺旋桨转动调制腐蚀和防腐电流产生的轴频电磁场的深入研究, 轴频磁场也可能成为潜艇可探测的重要场源。相比固有磁场, 轴频磁场的优点是其辐射频率很低, 衰减慢, 有明显的频谱特征。目前国内外对水下轴频电场都进行了深入的研究^[1-3]。在国内, 由于电场传感器精度相比国际水平差距很大, 将轴频电场应用到对水下潜艇的远程探测存在困难, 而在高精度航空磁探测系统研制上, 我国已经达到或接近世界先进水平, 对轴频磁场的研究具有良好的应用基础。基于此, 笔者提出利用极低频轴频磁场探测水下潜艇的新方法。

1 水平时谐电流段的磁矢量势

1.1 轴频磁场的产生机理

不论是舰船不同金属结构之间因电化学反应产生的腐蚀电流, 还是采用阴极保护系统牺牲阳极的

阴极保护法 (sacrificial-anode cathode protection, SCP) 和外加电流阴极保护法 (impressed current cathode protection, ICCP), 外加的电流都会从牺牲阳极/辅助阳极流经海水, 再通过海水流向螺旋桨, 然后通过各种轴承、密封和机械线路从螺旋桨返回到 SCP 或 ICCP 系统, 以 ICCP 系统为例, 如图 1 所示。回路的电阻抗 R_B 会随着螺旋桨转动轴而发生周期变化, 从而使图中的电流 I_B 受到调制, 这种时变电流产生的电场会以谐波的形式由船体向外传播, 该谐波的基频为转轴转动的速率, 从而产生舰船的极低频电场 (extreme-low frequency electric field, ELFE), 称作 SR (shaft rate) electric field。由于舰船轴频电场是时变的, 根据电磁场的基本理论可知, 伴随着时变的电场, 必然存在一个时变的磁场, 即轴频磁场。

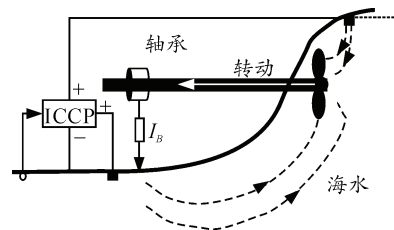


图 1 轴频电磁场产生机理

收稿日期: 2013-04-20; 修回日期: 2013-05-17

作者简介: 黄凡(1983—), 男, 湖北人, 博士, 工程师, 从事舰船电磁场的建模与探测研究。

1.2 水平时谐电流段的磁矢量势

由图 1 可知, 舰船轴频电磁场源是以螺旋桨转动速率为基频的一系列水平和垂直的时谐电流, 所以舰船轴频磁场是一系列水平和垂直的时谐电流段在空间产生的时谐磁场的叠加, 而同等强度的垂直时谐电流段在空气层产生的磁场远小于水平时谐电流段所产生的磁场(其原因见第 2 节), 因此空气层的轴频磁场主要由水平的时谐电流段产生。

文中研究的是空气-海水两层介质中水平时谐电流的电磁辐射, 这相当于忽略海底媒质, 将海水看作深海^[4]。如图 2, 长度为 L 的水平电流段 I 位于 $x-z$ 平面, 与海面距离为 z_0 , $x-y$ 平面与海平面重合, 海水电导率为 σ_1 , 介电常数为 ϵ_1 , 空气中介电常数为 ϵ_2 , 海水与空气磁导率均等于真空中磁导率 μ , 电磁场对时间的关系为 $e^{j\omega t}$ 。

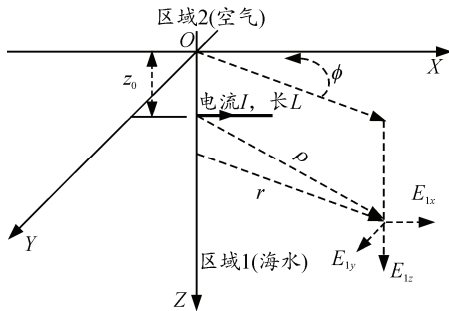


图 2 空气-海水两层模型中的水平电流段

由麦克斯韦方程组可得磁矢量势 A 与电场 E 和磁场 B 的关系^[5]如下:

$$E = i\omega A + \frac{i\omega}{k^2} \nabla(\nabla \cdot A) \quad (1)$$

$$B = \nabla \times A \quad (2)$$

式中: $k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$, ϵ 是媒质的介电常数。由式 (1) 和式 (2) 可知, 只要求得磁矢量势 A , 即可求得空间各点的电场 E 和磁场 B 。

水平时谐电流段在本层介质中产生的磁矢量势可以分为 2 部分^[6], 一部分是一次源产生的; 另外一部分是二次源产生的, 它是由感应电流产生的。由一次源产生的磁矢量势仅有 x 方向分量, 由二次源产生的磁矢量势有 x 方向和 z 方向 2 个分量。

对于海水层 ($z \geq 0$), 磁矢量势可表示为

$$A_1 = A_{1p} + A_{1s} \quad (3)$$

式中: A_{1p} 表示一次源产生的磁矢量势, A_{1s} 表示二次源产生的磁矢量势, 且有:

$$A_{1p} = e_x \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I \lambda}{4\pi \nu_1} J_0(\lambda r) e^{-\nu_1 |z-z_0|} d\lambda dl \quad (4)$$

$$A_{1s} = \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} F_1(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\nu_1 z} d\lambda dl \quad (5)$$

对于空气层 ($z \leq 0$), 磁矢量势表达式如下:

$$A_2 = A_{2s} = \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} F_2(\lambda) J_0(\lambda r) e^{\nu_2 z} d\lambda dl \quad (6)$$

式中: $J_n(\lambda r)$ 是 n 阶贝塞尔函数, $r = \sqrt{(x-l)^2 + y^2}$, $\nu_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$, $\nu_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$, $k_1^2 = \omega^2 \mu \epsilon_1 + i\omega \mu \sigma_1$, $k_2^2 = \omega^2 \mu \epsilon_2$ 。下面利用边界条件求解待定系数 $F_1(\lambda)$ 、 $F_2(\lambda)$ 。

在边界面上切向电场、磁场相等, 所以在 $z=0$ 处, 有: $E_{1x}=E_{2x}$, $E_{1y}=E_{2y}$, $B_{1x}=B_{2x}$, $B_{1y}=B_{2y}$ 。由于一次源仅有 A_{1x} , 则有 $A_{1y}=A_{2y}=0$, 令 $F_1(\lambda)=e_x \cdot F_{1x} + e_z \cdot F_{1z}$, $F_2(\lambda)=e_x \cdot F_{2x} + e_z \cdot F_{2z}$ 。则在 $z=0$ 时:

$$A_{1x}=A_{2x} \quad (7)$$

$$\frac{1}{k_1^2} \left(\frac{\partial A_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial A_{1z}}{\partial z} \right) = \frac{1}{k_2^2} \left(\frac{\partial A_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial A_{2z}}{\partial z} \right) \quad (8)$$

$$A_{1z} = A_{2z} \quad (9)$$

$$\frac{\partial A_{1x}}{\partial z} = \frac{\partial A_{2x}}{\partial z} \quad (10)$$

由式 (7) 和式 (10) 可以解出:

$$F_{1x} = \frac{\lambda \nu_1 - \nu_2}{\nu_1 \nu_1 + \nu_2} \quad (11)$$

$$F_{2x} = \frac{2\lambda}{\nu_1 + \nu_2} \quad (12)$$

将式 (11) 和式 (12) 代入式 (8) 和式 (9) 中可得出:

$$F_{1z} = F_{2z} = -\lambda^2 S \frac{(x-l) J_1(\lambda l)}{r J_0(\lambda l)} \quad (13)$$

其中: $n_{12} = k_1/k_2$; $S = \frac{2(1-n_{12}^2)}{(n_{12}^2 \nu_2 + \nu_1)(\nu_1 + \nu_2)}$ 。

由上述推导, 可得到海水中的磁矢量势为:

$$A_1 = e_x \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I \lambda}{4\pi \nu_1} J_0(\lambda r) e^{-\nu_1 |z-z_0|} d\lambda dl + e_x \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I \lambda \nu_1 - \nu_2}{4\pi \nu_1 \nu_1 + \nu_2} J_0(\lambda r) e^{-\nu_1 (z+z_0)} d\lambda dl - e_z \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I \lambda^2 S (x-l)}{4\pi r} J_1(\lambda r) e^{-\nu_1 (z+z_0)} d\lambda dl \quad (14)$$

空气层中的磁矢量势为:

$$A_2 = e_x \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I \lambda}{2\pi \nu_1 + \nu_2} J_0(\lambda r) e^{\nu_2 z - \nu_1 z_0} d\lambda dl - e_z \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I \lambda^2 (x-l)}{4\pi r} \frac{2(1-n_{12}^2)}{(n_{12}^2 \nu_2 + \nu_1)(\nu_1 + \nu_2)} \cdot J_1(\lambda r) e^{\nu_2 z - \nu_1 z_0} d\lambda dl \quad (15)$$

当电流段长度 $L \rightarrow 0$ 时, 时谐电流段模型简化

成时谐电偶极子模型，此时海水中的磁矢量势公式 (14) 简化成：

$$\begin{aligned}
 A_1 &= e_x \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi \nu_1} \lambda J_0(\lambda r) e^{-\nu_1 |z-z_0|} d\lambda + \\
 &e_x \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi \nu_1} \frac{\lambda \nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} J_0(\lambda r) e^{-\nu_1(z+z_0)} d\lambda - \\
 &e_z \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} \lambda^2 S \frac{x}{r} J_1(\lambda r) e^{-\nu_1(z+z_0)} d\lambda \quad (16)
 \end{aligned}$$

公式 (16) 与文献[7]中的结果完全一致，这表明笔者所推导的公式是正确的。经过类似推导可得出垂直时谐电流段在空气层中的磁矢量势：

$$A'_2 = e_z \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{2\pi \nu_1 + \nu_2 n_{12}^2} \lambda J_0(\lambda r) e^{\nu_2 z - \nu_1(z_0+l)} d\lambda dl$$

由于 $k_2 \ll k_1$ ，即 $n_{12} \gg 1$ ，所以 $A_2 \gg A'_2$ ，即同等强度的水平时谐电流在空气层中产生的磁矢量势要远大于垂直时谐电流产生的磁矢量势。

2 水平时谐电流段在空气层产生的磁场

将式 (15) 代入式 (1)、式 (2) 中，得到水平时谐电流段空气中产生的电磁场，即有：

$$B_{2x} = \frac{\partial A_{2z}}{\partial y} = -\int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} \lambda^2 \cdot \frac{2(1-n_{12}^2)}{(n_{12}^2 \nu_2 + \nu_1)(\nu_1 + \nu_2)} J_y e^{\nu_2 z - \nu_1 z_0} d\lambda dl \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 B_{2y} &= \frac{\partial A_{2x}}{\partial z} - \frac{\partial A_{2z}}{\partial x} = \int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} \frac{2\lambda \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot J_0(\lambda r) e^{\nu_2 z - \nu_1 z_0} d\lambda dl - \\
 &\int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} \lambda^2 \cdot \frac{2(1-n_{12}^2)}{(n_{12}^2 \nu_2 + \nu_1)(\nu_1 + \nu_2)} J_x e^{\nu_2 z - \nu_1 z_0} d\lambda dl \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{2z} &= -\frac{\partial A_{2x}}{\partial y} = -\int_L \int_0^{+\infty} \frac{\mu I}{4\pi} \frac{2\lambda^2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot \\
 &\frac{y}{r} J_1(\lambda r) e^{\nu_2 z - \nu_1 z_0} d\lambda dl \quad (19)
 \end{aligned}$$

其中： $J_x = \frac{1}{r^3} [r^2 J_1(\lambda r) - 2(x-l)^2 J_1(\lambda r) + \lambda r(x-l)^2 J_0(\lambda r)]$,

$J_y = \frac{(x-l)y}{r^3} (\lambda r J_0(\lambda r) - 2J_1(\lambda r))$ 。由于以上计算公式是双重积分，而且积分函数含有贝塞尔函数；因此，采用文献[8]中的快速汉克尔变换方法进行数值计算。

计算实例： $\epsilon_0 = (1/36\pi) \times 10^{-9}$ F/m, $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, 水平时谐电流段长 1 m, 电流幅值 $I = 10$ A, 与海面距离 $z_0 = 10$ m, $f = 3$ Hz, 两端坐标：(0,0,10)和(1,0,10), 海水电导率 $\sigma_1 = 4$ S/m, $\epsilon_1 = 80\epsilon_0$, 计算空气层中磁感应强度三分量在 $y = 30$ m, 高度为 5 m, 30 m, 50 m 和 100 m 时平行于 x 轴方向直线上的磁感应三分量强度，结果如图 3~图 5。

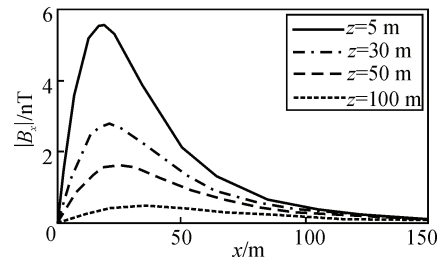


图 3 空气层磁感应强度 x 分量

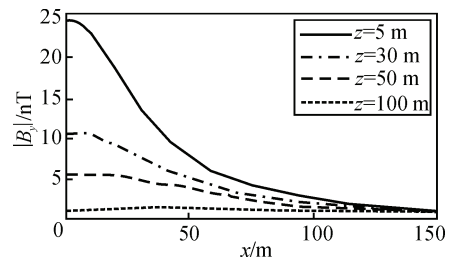


图 4 空气层磁感应强度 y 分量

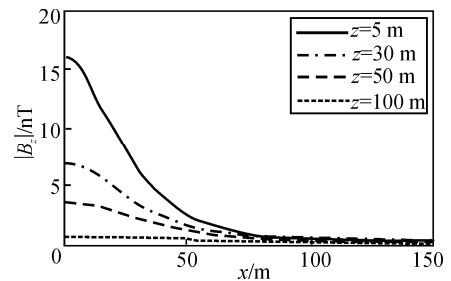


图 5 空气层磁感应强度 z 分量

由图 3~图 5 可知，在空气层轴频磁场三分量中， B_y 幅值最大。为了比较轴频磁场三分量随距离的衰减情况，笔者计算了水平距离以 50 m 为起点，每增加 100 m 时场强的衰减幅度(用百分比表示)，结果见表 1~表 3。

表 1 B_x 分量的衰减幅度 %

场点高度/m	场源水平距离/m				
	150	250	350	450	550
5	69.4	60.7	53.7	47.8	43.0
30	67.0	59.1	52.5	47.0	42.4
50	64.9	57.8	51.6	46.3	41.8
100	59.1	54.3	49.2	44.5	40.4

表 2 B_y 分量的衰减幅度 %

场点高度/m	场源水平距离/m				
	150	250	350	450	550
5	55.8	48.2	42.2	37.3	33.4
30	52.4	46.1	40.8	36.3	32.6
50	49.4	44.4	39.7	35.5	32.0
100	41.1	39.8	36.7	33.4	30.4

表 3 B_z 分量的衰减幅度 %

场点高度/m	场源水平距离/m				
	150	250	350	450	550
5	69.8	60.7	53.4	47.3	42.4
30	67.5	59.2	52.3	46.6	41.9
50	65.5	57.9	51.4	46.0	41.4
100	59.9	54.5	49.1	44.3	40.2