doi: 10.7690/bgzdh.2014.02.014

混合故障模式下劣化系统维修更换策略

黄傲林[1]，李庆民[2]，叶灵军[1]，汪莉莉[1]
(1. 海军工程大学电子工程学院，武汉 430033；2. 海军工程大学兵器工程系，武汉 430033)

摘要：劣化系统在自身发生劣化的同时还可能受到来自外部的冲击，劣化系统的故障是这两个过程共同作用的结果，不同的故障原因采取的维修方式也不相同。为了进一步降低系统长期运行维修费用率，对传统的基于时间的寿命更换策略进行了扩展，提出了混合故障模式下考虑系统劣化程度的(A,T)维修策略，并以长期运行维修费用率最低为目标对维修策略进行了优化。算例表明：该方法能根据冲击到来时系统的劣化程度选择合理的维修方式，进行最小维修或者修复性维修，且操作简单，可为加强装备维护提供参考。

关键词：劣化系统；泊松冲击；混合故障；最小维修；长期运行维修费用率
中图分类号：TJ02　　**文献标志码：**A

Maintenance and Replacement Policy for Deteriorating System Based on Mixture Failure Model

Huang Aolin[1], Li Qingmin[2], Ye Lingjun[1], Wang Lili[1]
(1. *College of Electronic Engineering*, *Naval University of Engineering*, *Wuhan* 430033, *China*;
2. *Department of Weaponry Engineering*, *Naval University of Engineering*, *Wuhan* 430033, *China*)

Abstract: Deteriorating system fails because of self-deterioration as well as outer shocks, and different maintenance activity is taken according to the failure type. To lower the long-run maintenance cost rate, a mixture failure model is developed based on stationary Gamma process and poisson shock. Maintenance and replacement policy are studied based on this model, and an expanded age replacement policy which called (A,T) policy contains minimal repair and corrective maintenance activities is proposed and optimized. Numerical examples are also used to validate the feasibility and rationality of the new policy after compared with the traditional age replacement policy.

Keywords: deteriorating system; poisson shock; mixture failure mode; minimal repair; long-run maintenance cost rate

0　引言

劣化系统一般泛指随着时间推移故障率不断升高的一类系统，可修劣化系统是工业、军事等领域常见的一类系统，多见于带有磨损和疲劳等指征的机械系统。针对劣化系统制定有效的维修策略，合理进行维修规划能够有效延长装备的使用寿命，减少人力物力的浪费，国内外众多学者对此问题进行了深入研究[1]。

劣化系统的预防性维修一般分为 2 类：基于时间的和基于状态的，前者通过故障率函数或者寿命模型进行最佳预防性维修周期[2]、最佳维修更换次数[3-4]等问题的研究，后者从导致系统劣化的机理出发，认为装备故障是由装备受到的累积损害造成的，在此基础上通过观测系统状态做出维修决策，影响决策的因素包括控制限阈值、检测时间等[5]，其中 Gamma 过程[6]和冲击过程[7]被广泛用于劣化过程的建模，并取得了很多有用成果。

在研究通过预防性维修降低故障发生的同时，很多学者从故障本身的特性出发，开始研究故障模式对系统的影响[8]。Lin 等人[9]基于故障模式的影响将故障分为可修复类和不可修复类。Shey-Huei 等人[10]虽然对多重冲击下的周期性预防性维修策略进行了研究，但是没有考虑不同故障模式对维修活动的影响。对于劣化系统而言由自身劣化造成的故障，其现象多表现为过度磨损、部件疲劳、裂纹等，实际中这类故障往往只能通过更换进行修复[11]；而随机冲击造成的故障多表现为由外部环境造成的元器件或组件失效，在查明故障原因后可以通过局部维修进行排除[12-13]。

基于此，笔者对传统的寿命更换策略进行了扩展，提出了混合故障模式下考虑系统劣化状态的(A,T)维修策略。通过参数 A 对系统在经历冲击故障后应采取的维修方式进行选择，以期达到进一步降低更新周期内维修费用率的目的。

1　模型与假定

1.1　故障模型

1.1.1　劣化模型

系统在使用过程中逐渐劣化的过程可以用随机

收稿日期：2013-09-25；修回日期：2013-10-17
基金项目：总装预研基金资助项目(51327020105；51304010206)
作者简介：黄傲林(1979—)，男，湖北人，博士，讲师，从事装备综合保障建模与仿真研究。

过程来描述，由于 Gamma 分布的普遍性，此处用平稳 Gamma 过程来描述系统的劣化过程，假定系统在 t 时刻的劣化度 $X(t)$的概率密度函数服从形状参数为 αt，尺度参数为 β 的 Gamma 分布[5]：

$$f_{\alpha t,\beta}(u)=\frac{\beta^{\alpha t}u^{\alpha t-1}\exp(-\beta u)}{\Gamma(\alpha t)},u\geqslant 0 \tag{1}$$

其中 $\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}u^{\alpha-1}e^{-u}\mathrm{d}u$。

对于一个连续劣化过程，一般会有一个失效阈值 L，当劣化度 $X(t)$达到或超过 L 时，系统会发生失效。于是由于系统劣化导致的首次故障时间可以表示为：

$$T_{\mathrm{L}}=\inf\{t\geqslant 0,\ X(t)\geqslant L\} \tag{2}$$

T_L 的分布函数为

$$F_{T_L}(t)=P\{T_L\leqslant t\}=P\{X(t)\geqslant L\}=$$

$$\int_L^{\infty}f_{\alpha t,\beta}(x)\mathrm{d}x=\frac{\Gamma(\alpha t,L\beta)}{\Gamma(\alpha t)},t\geqslant 0 \tag{3}$$

其中 $\Gamma(\alpha t,L\beta)=\int_{L\beta}^{\infty}z^{\alpha t-1}e^{-z}\mathrm{d}z$。

1.1.2 冲击模型

不失一般性，假定系统在工作过程中受到的冲击为一非齐次泊松过程，冲击到来时系统失效。具有冲击强度为 $\lambda(t)$的冲击过程$\{N(t),\ t\geqslant 0\}$满足下列条件：

1) $N(0)=0$；2) $N(t)$是独立增量过程；3) $P\{N(t+h)-N(t)=1\}=\lambda(t)h+o(h)$；$P\{N(t+h)-N(t)\geqslant 2\}=o(h)$。

显然当 $\lambda(t)$为一常数时，非齐次泊松过程退化为齐次泊松过程。若记 $N_{\mathrm{s}}(t)$表示从开始自 t 时刻经历的冲击次数，则首次冲击到来的时刻 T_{s} 可表示为：$T_{\mathrm{s}}=\inf\{t\geqslant 0,\ N_{\mathrm{s}}(t)=1\}$，于是系统在冲击作用下至时刻 t 不发生失效的概率为：

$$\overline{F}_{\lambda}(t)=P(T_{\mathrm{s}}>t)=\exp(-\Lambda(t)) \tag{4}$$

其中 $\Lambda(t)=\int_0^{t}\lambda(u)\mathrm{d}u$，$u\geqslant 0$。

1.1.3 混合故障模型

假定系统在自身劣化的同时受到来自外部环境的冲击，冲击过程和劣化过程相互独立，系统在劣化和冲击的双重作用(即混合故障模式)下，至时刻 t 不发生失效的概率为

$$\overline{F}(t)=P(T_{\mathrm{s}}>t)P(X(t)\leqslant L)=\overline{F}_{\lambda}(t)\overline{F}_{T_L}(t) \tag{5}$$

1.2 维修策略

对于连续劣化系统，由于在很多情况下系统状态不完全可观或者不能实时监测，视情维修难以开展，所以基于时间的预防性维修仍然是劣化系统维修决策中主要的一种维修策略。为了跟文中的维修策略进行对比，笔者首先介绍一下基于时间 T 的寿命更换策略。

1.2.1 寿命更换策略

该策略预先设定一预防性更换周期 T，若系统在 T 时刻前失效，则立刻对系统进行更换，若系统运行至 T 时刻没有失效，则在 T 时刻对系统进行更换。该策略下系统可能的故障与更新过程如图 1。这种策略不考虑系统失效原因，适用于对可靠性和可用度要求很高且系统整体更换代价不高的场合。

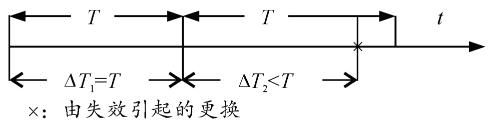

图 1 寿命更换策略示意图

1.2.2 (A,T)策略

该策略针对混合故障模式，主要原则为：

1) 若系统运行至 T 时刻而没有被更新，则在 T 时刻对系统进行预防性更换(主动更新)。

2) 如果系统在 T 时刻前失效，通过检测查明故障原因，若失效由劣化累积造成(即劣化程度大于等于 L)，对系统进行修复性维修；若失效由冲击造成，则根据系统的劣化程度，依据原则 3)选择维修活动。

3) 系统在 T 时刻前由于冲击造成失效，若劣化程度不超过预先设定的阈值 A，则对系统进行最小维修；反之对系统进行修复性维修。

显然当 $A=0$ 时，故障后将不区分故障类型，(A,T)策略退化为一般的基于时间 T 的寿命更换策略；当 $A\geqslant L$ 时，(A,T)策略为最小维修配合预防性定期更换，故(A,T)策略是对寿命更换策略的扩展。

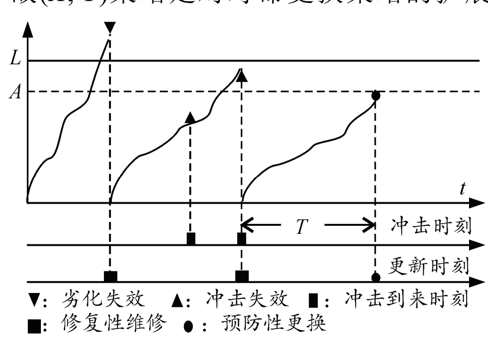

图 2 (A,T)策略下的维修更新示意图

在混合故障模式下，修复性维修和预防性更换均是对系统的完全维修，其区别在于前者发生在系统失效时，属于非计划维修，而后者是在系统还正

常工作的情况下进行的维修，属于主动维修。修复性维修一般包括系统更换和对故障不良影响的处理，所以通常其维修费用要高于预防性更换的费用，这也是开展预防性维修的一个重要原因。

在(A, T)策略下，系统可能的故障与更新过程如图 2 所示。

1.3　假定条件

对笔者的研究对象和背景做如下假定：

1) 研究对象为一劣化系统，工作过程中同时受到来自外部的冲击，冲击到来时系统失效，冲击引起的故障可修复。

2) 当故障发生时，故障现象即刻显现，但是故障原因(即故障是由劣化引起还是由冲击引起)只能通过检测得到，检测费用记为 c_i。

3) 根据故障检测结果对系统进行最小维修、修复性维修或预防性更换(具体见(A, T)维修策略)，其中进行后两种维修后系统被更新。

4) 故障检测、最小维修、修复性维修和预防性更换对应的平均维修费用分别为 c_i, c_m, c_c 和 c_p，且满足以下关系：$c_m < c_p \leqslant c_c$; $c_i < c_p \leqslant c_c$ 。

下面讨论在上述假定条件下，系统的最优维修更换策略。

2　模型分析与求解

2.1　系统更新周期与概率分布

记 T_{fs} 为由于冲击引起的修复性维修时刻，则在(A, T)策略下 T_{fs} 可表示为：

$$T_{fs}=\inf\{t \geqslant 0, N_s(t)-N_s(T_A)=1, X(t) > A\} \tag{6}$$

其中 T_A 表示系统劣化累积至 A 的时间。

若记系统的修复性维修发生时刻为 T_C，则 T_C 可以表示为：$T_C=\min(T_L, T_{fs})$。

其中 T_L 是由于系统劣化导致的首次故障时间。记 T_C 的累积分布函数为 $F_C(A, t)$，则至时刻 t 系统没有进行修复性维修的概率可表示为：

$$\overline{F}_C(A,t) = P(T_C > t) = E\left[P\{T_A > t\} + P\{T_A < t < T_L, N_s(T_A,t)=0\}\right] \tag{7}$$

式 (7) 右边前一项表示至时刻 t 系统劣化程度还不到 A，后一项表示至时间 t 系统劣化程度介于 A 和 L 之间，且从时刻 T_A 至时刻 t 没有冲击到来。

其中 $P\{T_A > t\} = P\{X(t) < A\}$，由式 (3) 知：

$$P\{T_A > t\} = \overline{F}_{T_A}(t) = 1 - \frac{\Gamma(\alpha t, A\beta)}{\Gamma(\alpha t)}, t \geqslant 0 \tag{8}$$

由泊松过程的性质知，从时刻 T_A 至时刻 t，系统没有冲击故障发生的概率为：

$$P(N_s(T_A,t)=0) = \exp\left(-\int_{T_A}^{t} \lambda(u)\mathrm{d}u\right) = \frac{\overline{F}_\lambda(t)}{\overline{F}_\lambda(T_A)} \tag{9}$$

根据文献[14]，$T_L - T_A$ 的累积概率分布函数近似为：$F_{T_L-T_A}(t) \approx F_{T_{L-A-1/2\beta}}(t) = \dfrac{\Gamma(\alpha t, \beta(L-A)-1/2)}{\Gamma(\alpha t)}$ 故有：

$$P\{T_A < t < T_L, N_s(T_A,t)=0\} = \overline{F}_\lambda(t)\int_0^t \overline{F}_{T_L-T_A}(t-u)\frac{1}{\overline{F}_\lambda(u)} f_{T_A}(u)\mathrm{d}u \tag{10}$$

其中 $f_{T_A}(u)$ 为 T_A 的概率密度函数。

将式 (8)、式 (10) 带入式 (7) 可得：

$$\overline{F}_C(A,t) = \overline{F}_{T_A}(t) + \overline{F}_\lambda(t)\int_0^t \overline{F}_{T_L-T_A}(t-u)\frac{1}{\overline{F}_\lambda(u)} f_{T_A}(u)\mathrm{d}u \tag{11}$$

若记系统更新周期为 T_R，则由系统的维修策略可知：T_R 可表示为(A, T)的函数，系统更新周期的期望值为：

$$E[T_R(A,T)] = E[\min(T,T_C)] = \int_0^T t\mathrm{d}F_C(A,t) + T \cdot \overline{F}_C(A,T) = \int_0^T \overline{F}_C(A,t)\mathrm{d}t \tag{12}$$

2.2　长期运行维修费用率

若记至时刻 t 为止发生的最小维修次数为 $N_{mr}(t)$，则其期望值为

$$E[N_{mr}(t)] = E[N_s(t) \cdot P(T_A > t) + N_s(T_A) \cdot P(T_A \leqslant t)]$$

1 个更新周期内系统最小维修次数的期望值为

$$E[N_{mr}(T_R)] = E[N_{mr}(A,T)] = \int_0^T \lambda(u)\overline{F}_{T_A}(u)\mathrm{d}u \tag{13}$$

从前面的讨论可知，导致系统更新的事件有 2 类：预防性更换和修复性维修。若在一个更新周期内，更新活动由预防性更换引起的概率为 P_p，由修复性维修引起的概率为 P_c，显然 $P_p+P_c=1$，由(A, T)维修策略的特点知：

$$P_C = F_C(A,T)；\ P_p = \overline{F}_C(A,T) \tag{14}$$

记 $C(A,T)$为系统长期运行维修费用率，由更新理论[15]知其可以用更新周期内维修费用率的数学期望来表示：

$$C(A,T) = \frac{(c_c+c_i)P_c + c_p P_p + (c_m+c_i)E[N_{mr}(T_R)]}{E[T_R(A,T)]} \tag{15}$$

当给定预防性更换周期 T 后，最优策略(A^*,T)按照下式进行求解。

$$C(A^*,T) = \inf\{C(A,T), 0 < A < L\} \tag{16}$$

3 算例

假定劣化系统工作过程中所受冲击为齐次泊松过程，主要模型参数为 L=10，α=1，β=1，c_i=5，c_{m}=35(百元)，c_{p}=50(百元)，c_{c}=60(百元)，冲击强度 λ=0.5。对于一个给定了失效阈值 L 的连续劣化 Gamma 过程，在考虑其自然劣化的条件下，其寿命的期望值[16]为 $L\beta/\alpha+1/2$，结合本例(L=10; α=1; β=1)，系统的期望寿命为 10.5(月)，不妨选择系统预防性更换周期 T=10(月)，可以作出周期维修费用率 $C(A,T)$随 A 变化的曲线，图 3 显示了当 T=10 时不同的 A 值对维修费用率的影响。

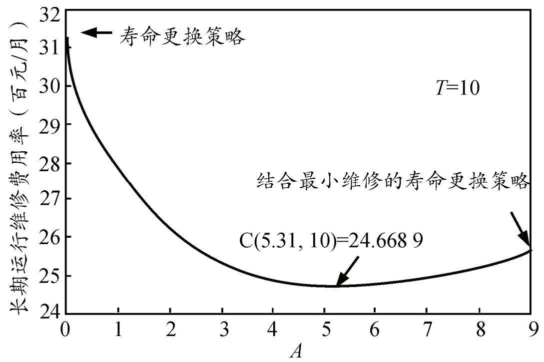

图 3 给定 T 时不同 A 值对周期维修费用率的影响

从图 3 中可以看出：在一定的预防性更换周期下，纯寿命更换策略(对应于 A=0)的维修费用率最高，这是因为在该策略下不区分故障类型，对由冲击引起的可修复故障直接采取了修复性维修的方式，系统平均更新周期缩短；而结合了最小维修的寿命更换策略，由于区分了故障类型，维修费用率较前者显著下降；(A,T)策略与结合最小维修的寿命更换策略相比，维修费用率进一步下降，这说明通过参数 A 来选择冲击故障的维修方式(进行最小维修或修复性维修)是有效的。

4 结束语

可修劣化系统是实际中较常见的一类系统。以往的研究主要针对单一故障类型，均没有考虑故障模式对维修策略的影响。而实际系统在工作过程中除了自身劣化的影响外还受到来自外部环境的冲击，同时许多实际在用的劣化系统其状态并不可观，视情维修难以展开。笔者针对这些问题对传统的寿命更换策略进行了扩展，建立了劣化系统混合故障模式下的基于时间的维修更换策略。该方法能够根据冲击到来时系统的劣化程度选择合理的维修方式，进行最小维修或者修复性维修，实际操作简单，对于加强装备维护、降低装备的维修运行成本具有一定的指导意义和参考价值。

参考文献：

[1] Wang Hongzhou. A survey of maintenance policies of deteriorating systems[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 139: 469-489.

[2] Lin ZuLiang, Huang YeuShiang. Nonperiodic Preventive Maintenance for Repairable Systems[J]. Naval Research Logistics, 2010, 57: 615-625.

[3] 黄傲林，李庆民，阮旻智，等. 基于延迟几何过程的可修劣化系统最优更换策略[J]. 系统工程与电子技术，2011, 33(11): 165-168.

[4] Liu Y, Huang H Z. Optimal Replacement Policy for Multi-State System Under Imperfect Maintenance[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2010, 59(3): 483-495.

[5] Rosmaini Ahmad, Shahrul Kamaruddin. An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application[J]. Computers & Industrial Engineering 2012, 63: 135-149.

[6] 谭林，程志君，郭波. 考虑不完全维修的可修串联系统可用度模型[J]. 系统工程与电子技术，2010, 21(1): 57-61.

[7] Montoro-Cazorla, D., Perez-Ocon, R., del Carmen Segovia, M. Replacement policy in a system under shocks following a Markovian arrival process[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94: 497-502.

[8] Mosleh A, Rasmuson DM, Marshall FM. Guidelines on modeling common-cause failures in probabilistic risk assessment[M]. USA: Idaho National Engineering Laboratory; 1998: 127-135.

[9] Lin D, Zuo MJ, Yam RCM. Sequential imperfect preventive maintenance models with two categories of failure modes. Naval Research Logistics, 2001, 48: 172-183.

[10] Sheu Shey-Huei, Chang Chin-Chih, Zhang Zhe-George, et al. A note on replacement policy for a system subject to non-homogeneous pure birth shocks[J]. European Journal of Operational Research 2012, 216: 503-508.

[11] Wang, W., A model to predict the residual life of rolling element bearings given monitored condition monitoring information to date[J]. IMA. J. Management Mathematics, 2002, 13: 3-16.

[12] Deloux E., Castanier B., Bérenguer C. Predictive maintenance policy for a gradually deteriorating system subject to stress[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(2): 418-431.

[13] 张毅. 基于重要度划分的设备维修方式决策[J]. 兵工自动化, 2005, 24(6): 23-24.

[14] 曹晋华，程侃. 可靠性数学引论[M]. 北京：科学出版社, 1986: 242-247.

[15] Bérenguer C, Grall A, Dieulle L, et al. Maintenance policy for a continuously monitored deteriorating system[J]. Probability in the Engineering and Informational Sciences, 2003, 17(2): 235-250.

[16] Van Noortwijk J. A survey of the application of gamma processes in maintenance[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2009, 94(1): 2–21.