

doi: 10.7690/bgzd.2014.02.016

节点收缩和分解对节点加权复杂网络效能影响评价

孙栋¹, 张勇², 刘亚东³, 李敏堂¹, 邵相军¹(1. 总后军事交通运输研究所, 天津 300161; 2. 装甲兵工程学院技术保障工程系, 北京 100072;
3. 军事交通学院装备保障系, 天津 300161)

摘要: 针对复杂网络中无权网络不能解决节点之间相互作用的强度和连边的多样性、差异性等问题, 对加权复杂网络中节点收缩和分解其影响进行研究。通过构建节点加权复杂网络模型, 定义了网络服务效能和抗毁性能评价指标, 分析了其效能评价指标, 对网络中加权节点的收缩与分解过程进行形式化描述, 在此基础上提出了节点收缩和分解实现算法和网络效能评价方法, 并以典型的装备保障网络为例, 对该评价方法的有效性和可行性进行了验证。实践分析表明: 1) 网络节点收缩可有效提高网络的服务效率, 但抗毁性下降, 节点分解则与之相反; 2) 网络中负载分布的均匀性与收缩和分解节点的网络拓扑位置及节点的负载情况有很重要的关系。

关键词: 复杂网络; 节点收缩; 节点分解; 效能**中图分类号:** TJ06 **文献标志码:** A

Evaluation for Influence of Node Contraction and Decomposition on Efficiency of Node-Weighted Complex Networks

Sun Dong¹, Zhang Yong², Liu Yadong³, Li Mintang¹, Shao Xiangjun¹(1. Institute of Military Transportation of The General Logistics, Tianjin 300161, China;
2. Department of Technology Support Engineering, Academy of Armoured Force Engineering, Beijing 100072, China;
3. Department of Equipment Support, Academy of Military Transportation, Tianjin 300161, China)

Abstract: Node contraction and decomposition is an important kind of complex network evolution. In order to research the influence of node contraction and decomposition on the efficiency of node-weighted complex networks, the model of node-weighted complex networks was built, and the evaluation indexes were analyzed. Then, the implementation algorithm of node contraction and decomposition and the evaluation method of network efficiency were put forward. Finally, the validity and adaptability of the proposed method was verified by a specific example of equipment support network. The result shows that the method of node contraction which is different from node decomposition completely could raise the network's efficiency, lower the fragility of the network. The uniformity for load distribution of network was significantly correlated with the topology location of the contractive and decomposed node and the load condition of node.

Keywords: complex networks; node contraction; node decomposition; efficiency

0 引言

随着复杂网络研究的不断深入, 作为复杂网络重要演化形式之一的节点收缩和分解问题, 已越来越引起人们的重视。所谓节点收缩是指复杂网络中的节点和与之相邻的几个节点进行融合的过程; 而节点分解是指将网络中某一节点分解为多个节点的过程。节点收缩和分解在现实世界中可以找到很多原型, 例如: 作战单元合并、机动保障单元设置以及单元模块化分解等, 研究其对复杂网络效能的影响不仅可以深化人们对复杂网络导向性涌现行为的认识和理解, 还可以为复杂网络的实际运用提供新的思路和方法。

近年来复杂网络的相关研究大多集中在无权网络上。无权网络虽然可以反映网络节点之间的简单连接方式和相互作用等信息, 但并不能解决节点之

间相互作用的强度和连边的多样性、差异性等问题。相较之下, 加权网络不仅能够反映实际网络的拓扑结构, 而且可反映真实网络上的动力学特征^[1]。但是目前对于加权网络的研究大多通过对边赋权, 按线性关系或引入介数的方式求算点权^[2-4]。而这种算法对于节点功能差异性大且点边关联小的复杂网络来说, 具有一定的局限性。

基于上述分析, 笔者提出节点收缩和分解对节点加权复杂网络效能影响评价研究, 并通过具体案例对评价方法进行了验证分析。

1 节点加权复杂网络模型的构建

复杂网络: 用图 $G = (V, E)$ 表示, 其中 V 是网络中 N 个顶点的集合, $V = \{v_i | i = 1, 2, \dots, N\}$; E 是网络中所有边的集合, $E = \{e_k | e_k = (v_i, v_j), k = 1, 2, \dots, m\}$ 。这里, 笔者仅考虑无向、单边和无自环

收稿日期: 2013-08-28; 修回日期: 2013-09-27

作者简介: 孙栋(1984—), 男, 山东人, 博士, 工程师, 从事军事交通运输保障、国防交通、军交运输装备研究。

的图，即所有的边有相同的权重并且是双向的；任何邻接顶点对之间最多有一条边；没有连接到自身的边。如果用 $w_{i,j}$ 表示节点 v_i 、 v_j 连接情况，

$$w_{i,j} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E, i \neq j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, N)$$

称 $[w_{i,j}]_{N \times N}$ 为图 G 的邻接矩阵。

节点赋权：点权代表节点的处理能力或资源拥有量，用 σ_i 表示，点权重集 $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ 。具体点权赋值可以参照实际网络中对各节点的负载情况或设定服从某种分布。实际网络中节点的权重大小也可根据不同的研究背景赋予不同的含义，如在经济网络中可是货币或商品，在物流网络代表器材仓库的储备量，在电力网络中可代表电站的发电量，在交通网络中可是客运站的吞吐量，在 Internet 网络中代表节点处理信息包的能力。当物质(能量)在网络中流动时，一个节点上的物质会不断地流向其相邻节点；同时，它也会不断地从其相邻节点接收它们输送过来的物质，如此原则上物质就可以从任何一个节点传递到其他节点上，这种物质流动普遍存在于各种各样的网络中^[2]。笔者以文献[5]中所给出的简单网络进行说明(见图 1)，并做出如下假设：

假设 1 网络中任意节点权重或者负载可以进行分解、聚合和互换等；

假设 2 点加权复杂网络为同质异构网络。

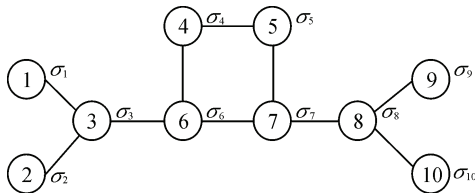


图 1 点加权网络示意图

2 复杂网络模型效能评价指标

网络的目的在于联合，衡量一个网络联合性能的优劣主要可从 2 个方面进行评估^[6-7]：网络的服务效率和网络的鲁棒性(抗毁性)，即服务效率越好，网络越健壮，则该网络效能越好。对于一个点加权复杂网络，也包括这 2 个方面。

2.1 网络的服务效率

定义 1 网络的服务效率表示节点的单位物质(能量或信息)遍布全网的综合性能。

由上文节点赋权中所示，网络中节点之所以存在的原因在于其具备一定权值，如果定量地考察该节点对整个网络的贡献的话，可以从 2 个方面进行考虑：一是其分配到其邻域中各节点的权值大小，

$\sigma'_i = \sigma_i/k_i$ ；二是该节点在网络中所表现出来的距离， $l_i = \sum_{j=1}^N d_{ij}$ 。从而，笔者定义节点 i 的服务效率如下：

$$\delta_i = \frac{\sigma'_i}{l_i} = \frac{\sigma_i}{k_i \cdot \sum_{j=1}^N d_{ij}} \quad (1)$$

那么，整个网络的服务效率就可表示为

$$\delta = \sum_{i=1}^N \delta_i = \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i}{l_i} \quad (2)$$

从上式可以看出，网络的服务效率与网络中节点的权值成正比，而与该节点的度数和该节点到网络其他的距离和成反比。

2.2 复杂网络的抗毁性

网络的抗毁性，表示网络中节点失效后网络的稳定性。目前这方面研究比较多，按测量的方式和思路主要有 2 个方面：一是攻击模式仿真实验，即针对不同节点失效比例 f ，求算最大连通子图节点的数目与初始节点总数的比值 G' ^[8-9]；二是从网络结构特性出发进行解析比较，如文献[10]认为全连通网络是抗毁性能最好的网络，并将实际网络与全连通网络的结构差异作为网络抗毁性的评估进行研究，文献[5]则从复杂网络的无标度特性，可以认为一个网络如果凝聚度非常高的话，该网络的稳定性相对就要差一些，其中，网络凝聚度

$$\partial = \frac{n-1}{\sum_{i \neq j \in V} d_{ij}} \quad (3)$$

为图 G 的凝聚度，其中 $n \geq 2$ ， d_{ij} 代表节点 i 和 j 之间的最短距离。

但是以上研究基本属于从网络结构对外界破坏的抵抗能力，即结构抗毁性(鲁棒性)。笔者在考虑网络凝聚度的基础上，综合考虑点加权复杂网络的抗毁性 ψ

$$\psi = \frac{\alpha}{\partial \cdot \xi} \quad (4)$$

式中 α 为修正系数。 ξ 为网络中各节点的负载分布均匀特性，表达式为

$$\xi = \frac{(\sum_{i=1}^N (\sigma_i - \bar{\sigma})^2)^{1/2}}{N} + 1 \quad (5)$$

式中 $\bar{\sigma}$ 为网络中各节点的平均负载，式中加 1 是为了避免所有节点负载均匀分布(权值相同)而造成的式(4)分母为 0，导致无法求解的现象出现。

从而，点加权复杂网络的结构凝聚度越低、负载分布越均匀，其抗毁性越好。

3 节点收缩模型及效能评价方法

3.1 概念模型

按照文献[5]的观点, 将节点 v_i 收缩实际上是

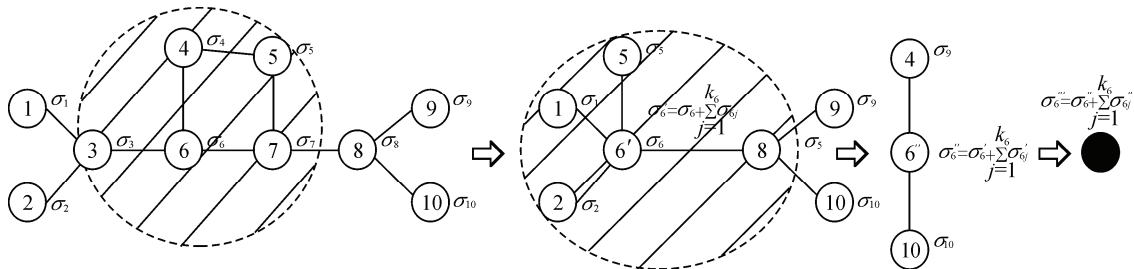


图 2 节点收缩示意图(收缩节点 6)

由图 2 不难发现, 通过对网络中某一节点进行收缩变换之后, 该节点会发生以下 2 点变化:

1) 收缩节点 v_i 的权值变为,

$$\sigma'_i = \sigma_i + \lambda \sum_{j=1}^{k_i} \sigma_{ij} \quad (6)$$

式中, λ 为节点收缩后权值修正系数, 一般为研究问题的方便, 设定 $\lambda=1$ 。

2) 收缩节点 v_i 的度变为,

$$k'_i = \sum_{j=1}^{k_i} k_{ij} - k_i \quad (7)$$

式中 k_{ij} 表示节点 v_i 邻域节点中第 j 个节点度。

另外, 可以看出, 如果对该网络中不同的节点进行收缩变换, 将网络节点聚集于一点所需经历的步骤(s)也不同, 以图 2 中节点 6 为例, 仅需经过 3 步, 而如果以节点 1 进行收缩, 则需要 5 步。

值得一提的是, 如图 2 所示, 将图中某一节点不断进行收缩变换操作之后, 若干步之后, 所有的节点权值(网络资源)都会聚集到这一节点, 按照公式 (2), 设定该网络的服务效率趋于无穷大, 只是这种情况下, 单一节点也是最脆弱的。

3.2 算法实现

下面简要给出节点收缩方法的基本计算步骤:

1) 确定收缩规则//每步收缩不同 or 相同节点(笔者以每次收缩同一节点为例);

2) 确定收缩节点 v_i ;

3) 节点收缩

While(节点数目 $N > 1$)

{ $s = 0$;

根据 $[w_{i,j}]_{N \times N}$ 确定节点 v_i 的邻域, 继承邻域中各节点与网络的节点的连接关系, 并赋予节点 v_i 。

按照公式 (4) 赋予节点 v_i 权值。

指, 将与 v_i 相连的 k_i 个节点都与 v_i 融合, 用一个新节点来代替这 $k_i + 1$ 个节点, 原先与它们关联的边现在都与新节点关联(如图 2 所示)。

删除邻域节点的连接矩阵、权值表达项, 更新 $[w_{i,j}]_{N \times N}$ 和 $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ 。

按照公式 (2) 和公式 (4) 分别计算网络的服务效率 δ 和抗毁性评价指标 δ 和 ξ 。

节点总数 $N = N - k_i, s = s + 1$ 。

}

4 节点分解模型及效能评价方法

4.1 概念模型

笔者所研究的节点分解问题, 是严格与文中节点收缩相对应的, 只是与节点分解虽然也需要选定分解对象, 但是具体怎么分解, 分解成几个节点, 相互节点之间的连接、权值分配关系等, 都带有极大的不确定性和创造性(见图 3)。

由图 3 可知, 具体分解过程, 虽然存在很多的未知因素, 但是仍然有一些基本规律可供探讨:

1) 分解节点(为表述方便, 以后文中称为母节点)以星型网络模式产生若干子节点, 母节点与子节点呈单线连接, 各子节点可以随机连接, 也可以相互孤立, 但是每一个子节点的度数必须大于等于 2, 否则该节点分解不成功。

2) 母节点与其邻域节点 v_i 所连接的边完全断开, 然后这些子节点与邻域节点 v_i 随机连接, 生成 m 条边, 且 m 也必须大于等于邻域节点的个数, 具体可借鉴小世界和无标度网络生成算法, 详见参考文献[11]。

在具体研究的过程中, 为了规避母节点分解和子节点重新连边方式的随机性, 结合节点的分解目标(节点权值分散、降低风险), 笔者对其中一种最简单的节点分解方法(图 3 中右下角所示分解方法)进行了说明和定义:

- 1) 子节点数目等于母节点的度数，每一个子节点与母节点的邻域节点进行一对一完全连接；
- 2) 母节点与子节点所形成的局域网络为完全连通图，且分解后的母节点与子节点的权值相同，

即新分解节点的权值为

$$\sigma' = \frac{\sigma_i}{k_i + 1} \quad (8)$$

式中 k_i 为节点 v_i 的度。

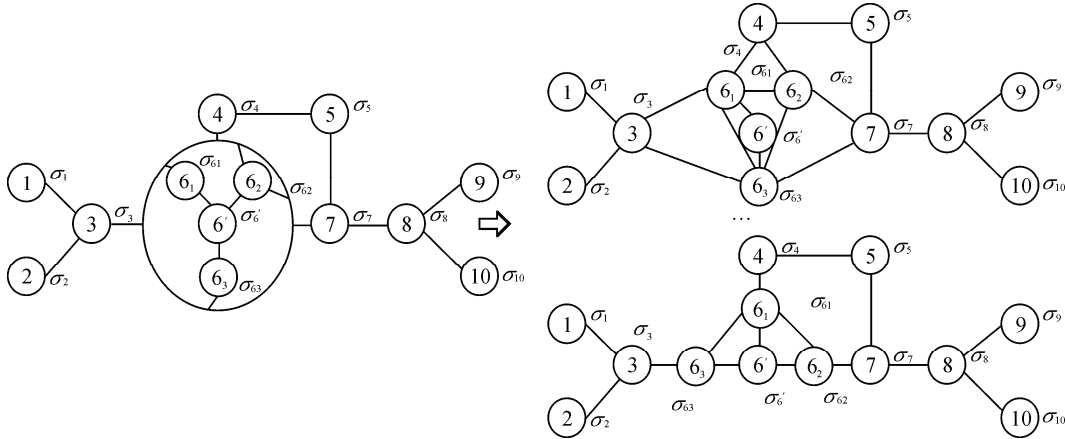


图 3 节点分解示意图(分解节点 6)

4.2 算法实现

笔者仅考虑对网络中不同节点按最简单的规则进行分解的情况，当然从另外一个角度，也可以根据设定分解目标节点总数或边的总数来定义分解的步数，与节点收缩方法类似，在此不再阐述。

采用图 1 中所示网络进行说明，为研究问题方便，网络节点初始权值均为 1，首先，按照公式 (2) 和公式 (3) 分别计算出初始网络的服务效率为 $\delta = 0.2565$ 、 $\partial = 0.0378$ 和 $\xi = 1$ 。在此基础上，分别进行该网络中的 10 个节点进行收缩和分解研究，其中，节点收缩与分解针对网络中等概率放回抽样实验经过一步变换后得到的结果见表 1。

表 1 复杂网络拓扑特征参数

节点	节点收缩				节点分解			
	δ_s	∂_s	ξ	ψ	δ_f	∂_f	ξ	ψ
v_1, v_2, v_9, v_{10}	0.29	0.04	1.10	20.38	0.20	0.03	1.05	29.91
v_3, v_8	0.44	0.06	1.39	10.57	0.16	0.03	1.09	34.96
v_4, v_5	0.33	0.04	1.23	17.13	0.19	0.03	1.08	30.55
v_6, v_7	0.37	0.07	1.39	10.03	0.15	0.03	1.09	30.92

通过上述结果不难发现：

- 1) 网络节点收缩可有效提高网络的服务效率，但是抗毁性下降，节点分解则与之相反；
- 2) 网络中负载分布的均匀性与收缩和分解节点的网络拓扑位置及节点的负载情况有着非常重要的关系。

5 应用实例

文中所提出的方法已应用于装备保障领域进行

简要试验分析。所谓装备保障网络是为使某一地域武器装备处于完好状态而预先设定不同等级、不同数量的器材、物资和人员等保障资源构成的拓扑结构图(如图 4 所示)。图 4 中对有关问题进行了简化，按照 3:3 编制结构，划分为战区(ZQ)、军(J)、师(S)和团(T)四级不同的保障单位组成的装备保障网络(含 40 个节点，96 条边)。由于保密性要求和研究问题的方便，笔者分别对这 4 种保障节点赋 4、3、2 和 1 等权值，图中以不同大小和灰度标出。

初始网络的 $\delta = 0.1634$ 、 $\partial = 0.11985$ 和 $\xi = 1.1212$ 。依然采取等概率放回抽样方式对上述网络中不同节点进行收缩和分解试验，得到不同网络效能评价结果见图 5 和图 6。

通过上述结果可以发现：在不考虑边长实际效果的情况下，收缩节点可以有效提高网络的服务效率，特别是对网络中处于中心地位、度数较大的节点，如装备保障网络中的战区级(ZQ)保障节点，随着提高服务效率的同时，装备保障网络的抗毁性也逐步下降，二者恰好成反比关系；另外，由于研究的方式和对象的原因，分解节点条件下装备保障网络效能变化情况与之类似，而且分解的方式较为单一，通过图 6 也可以明显发现，随着度数较大的节点分解之后网络的抗毁性明显提高，但随之需要的配套资源建设也是一个难题。上述分析结果可以从理论层面对装备保障建设和装备保障资源配置起到一定的借鉴意义和促进作用。

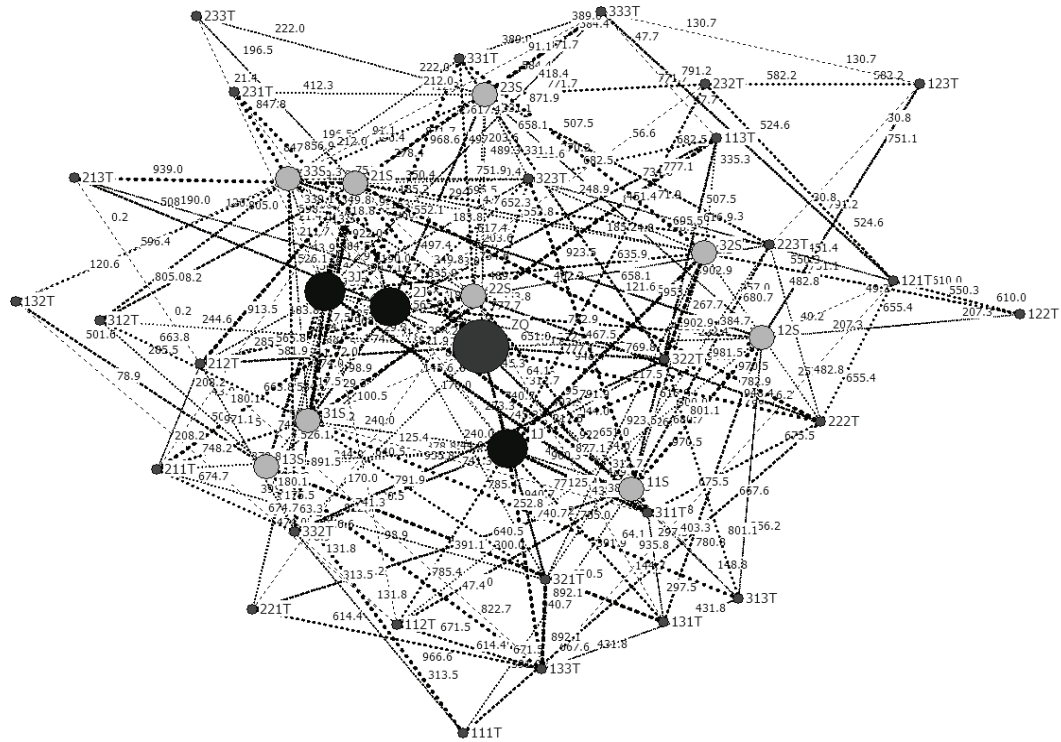


图 4 装备保障网络拓扑结构

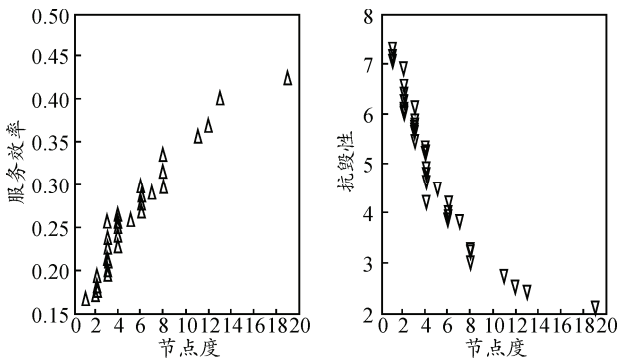


图 5 节点收缩状态下网络效能变化

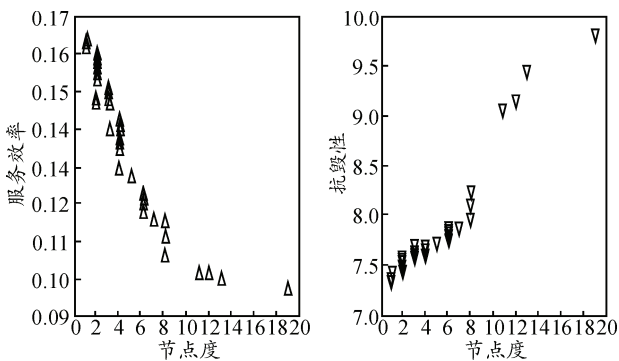


图 6 节点分解状态下网络效能变化

6 结束语

通过笔者的研究得出结论: 1) 节点的收缩具有确定性, 而节点的分解带有相当大的不确定性和模糊性; 2) 点加权网络与现实网络较为接近, 可在简单网络的基础上, 深入考虑节点的分解和收缩, 使

整体网络达到较好的服务效能和抗毁效能。

参考文献:

- [1] 方锦清, 毕桥, 李永, 等. 复杂动态网络的一种和谐统一的混合择优模型及其普适特性[J]. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2007, 37(2): 230-249.
- [2] 欧晴, 殷保群, 奚宏生. 基于动态平衡流的网络赋权[J]. 中国科学技术大学学报, 2006, 36(11): 1196-1201.
- [3] 谢琼瑶, 邓长虹, 赵红生, 等. 基于有权网络模型的电力网节点重要度评估[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(4): 21-24.
- [4] 陈之宁, 周存宝, 王安. 属性权重不确知的区间直觉模糊群决策方法[J]. 兵工自动化, 2012, 31(1): 33-36.
- [5] 谭跃进, 吴俊, 邓宏钟. 复杂网络中节点重要度评估的节点收缩方法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 11: 79-83.
- [6] 朱涛, 张水平, 郭戎潇, 等. 改进的加权复杂网络节点重要度评估的收缩方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(8): 1902-1905.
- [7] 杨孝平, 尹春华. 复杂网络可靠性指标[J]. 北京信息科技大学学报, 2010, 25(3): 92-96.
- [8] Newman M E J, Barabasi A L, Watts D J. The structure and dynamic of networks[R]. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2006.
- [9] Albert R, Jeong H, Barabasi A L. Attack and error tolerance in complex networks [J]. Nature, 2000, 406(6794): 387-482.
- [10] 程克勤, 李世伟, 周健. 基于边权值的网络抗毁性评估方法[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(35): 95-100.
- [11] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 21-29.