

doi: 10.7690/bgzd.2014.08.017

矩形探测器在放射性点源情况下的 4π 角计算方法

韩强¹, 邢斌², 高震¹, 张锐¹

(1. 中国兵器工业第五八研究所智能检测技术部, 四川 绵阳 621000;

2. 中国人民解放军 63973 部队, 北京 100000)

摘要: 为了快速计算矩形探测器在放射性点源情况下的 4π 辐射角问题, 建立了矩形探测器在点源条件下的数学模型。在以放射性点源为球心, 矩形探测器的 4 个顶点为球面点的 4π 角模型, 通过计算矩形探测器遮挡住的球曲面面积, 求得 4π 辐射角。建立的探测器探测 4π 角数学模型球曲面为不规则曲面不能直接计算得出结果, 利用辛普森法则对该球曲面进行积分; 并利用 Matlab 对辛普森算法进行编程仿真, 最后得到 4π 角度的计算结果。研究结果表明, 该方法能快速有效地计算在点源情况下的矩形探测器的探测 4π 角。

关键词: 4π 角; 球曲面; 辛普森法则

中图分类号: TP206 **文献标志码:** A

Rectangular Detector 4π Angle Calculation Method Under Radioactive Point Source Condition

Han Qiang¹, Xing Bin², Gao Zhen¹, Zhang Rui¹

(1. Department of Intelligent Detection Technology, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China; 2. No. 63973 Unit of PLA, Beijing 100000, China)

Abstract: In order to quickly calculate rectangular detector 4π angle in case of radioactive point source, in this paper, set up the mathematical model of rectangular detector on radioactive point source conditions. Radioactive point source as the center of the sphere, the four vertex of rectangular detector as point of the sphere to obtain the 4π radiation angle, through calculate the rectangular detector shaded area of sphere. Detection based detector 4π angle ball surface mathematical model for irregular surface can't be directly calculated, in this paper we use the Simpson rule on the ball surface integral and for simulation using the Matlab Simpson algorithm, finally get the results of 4π angle. The results show that this method can quickly and efficiently calculate rectangular detector 4π angle in case of radioactive point source.

Keywords: 4π angle; sphere; Simpson rule

0 引言

在核辐射探测领域, 矩形探测器与放射性点源^[1]的应用都非常广泛, 在对矩形探测器进行标定时经常使用放射性点源。在应用时通常将放射性点源放置在矩形探测器的几何中心的正前方进行标定。

在用放射性点源对矩形探测器进行标定的时候会涉及到一个探测的 4π 角问题, 一般情况下都是通过一个大概的估算得到, 没有较精确的数学模型。

1 模型条件描述

在使用点源对矩形探测器进行效率标定时, 通常是将放射源放置于矩形探测器几何中心的正前方。矩形探测器的尺寸为: 长 L , 宽 W 。点源标定时放置的位置与矩形探测器的垂直距离为 H , 如图 1 所示。

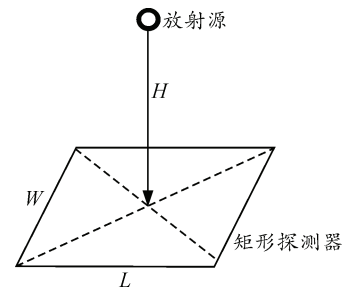


图 1 矩形探测器与放射源示意图

2 数学模型建立

以放射性点源为原点, L 方向为 x 轴, W 方向为 y 轴, H 方向为 z 轴建立三维直角坐标系。以原点到矩形探测器的顶点距离为半径作球面, 球面方程为

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \text{ 其中半径 } r = \frac{1}{2}\sqrt{W^2 + L^2 + 4H^2}。$$

收稿日期: 2014-02-26; 修回日期: 2014-03-18

作者简介: 韩强(1986—), 男, 四川人, 硕士, 从事计算机应用研究。

建立以放射性点源与矩形探测器的各边组成的面为切面的方程，求解切面切割球面所围成的球曲面面积，如图 2 所示，其与球面面积的比值即为其在 4π 角中的比例。

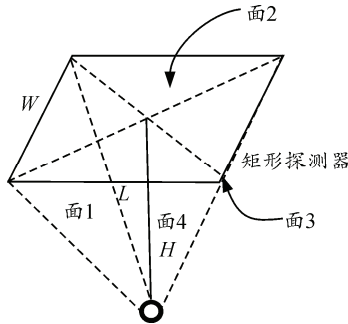


图 2 点源与矩形探测器边组成的切面

建立 4 个面的方程如下：

面 1：由三点 $(-\frac{L}{2}, -\frac{W}{2}, H), (-\frac{L}{2}, \frac{W}{2}, H), (0,0,0)$

确定，通过求解方程可得面 1 的方程为

$$\frac{2H}{L}x + z = 0$$

面 2：由三点 $(-\frac{L}{2}, \frac{W}{2}, H), (\frac{L}{2}, \frac{W}{2}, H), (0,0,0)$ 确

定，通过求解方程可得面 2 的方程为

$$-\frac{2H}{W}y + z = 0$$

面 3：由三点 $(\frac{L}{2}, \frac{W}{2}, H), (\frac{L}{2}, -\frac{W}{2}, H), (0,0,0)$ 确

定，通过求解方程可得面 3 的方程为

$$-\frac{2H}{L}x + z = 0$$

面 4：由三点 $(\frac{L}{2}, -\frac{W}{2}, H), (-\frac{L}{2}, -\frac{W}{2}, H), (0,0,0)$

确定，通过求解方程可得面 4 的方程为

$$\frac{2H}{W}y + z = 0$$

将此投影的球曲面投影到 xy 坐标平面，其方程为

$$\begin{cases} \left[\left(\frac{2H}{L} \right)^2 + 1 \right] x^2 + y^2 = r^2 \\ x^2 + \left[\left(\frac{2H}{W} \right)^2 + 1 \right] y^2 = r^2 \end{cases}$$

此区域标记为 Σ ，其区域如图 3 所示，为 2 个椭圆相交所围成的区域。在 $(x,y) \in \Sigma$ 区域内，

$$z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}。$$

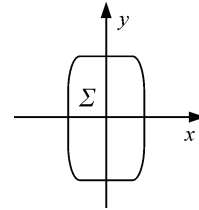


图 3 球曲面投影到 xy 坐标平面区域

被矩形探测器遮挡的球曲面面积^[2]为

$$S_{\text{曲}} = \iint_{\Sigma} ds = \iint_{\Sigma} \sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2} dx dy = \iint_{\Sigma} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}} dx dy$$

其中， Σ 代表球曲面投影到 xy 坐标平面所围成的曲面。由于球面和球曲面投影到 xy 坐标平面的曲面都具有对称性，因此有：

$$\begin{aligned} S_{\text{曲}} &= \iint_{\Sigma} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}} dx dy = 4 \int_0^{\frac{W}{2}} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}} dx dy + \\ &4 \int_0^{\frac{W}{2}} \int_{\frac{L}{2}}^{\sqrt{r^2 - \left[\left(\frac{2H}{W} \right)^2 + 1 \right] y^2}} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}} dx dy + \\ &4 \int_0^{\frac{L}{2}} \int_{\frac{W}{2}}^{\sqrt{r^2 - \left[\left(\frac{2H}{L} \right)^2 + 1 \right] x^2}} \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}} dy dx \end{aligned}$$

$$S_{\text{球}} = 4\pi r^2$$

球曲面占有的球面 4π 角度为

$$\kappa = 4\pi S_{\text{曲}} / S_{\text{球}}$$

3 数学模型的数值计算

此类球曲面积分使用常规的公式推导演算得不到结果，需要将具体的参数带入以后，利用数值积分计算的方法进行计算。笔者使用了辛普森法则^[3]对球曲面积分进行计算。

辛普森法则：若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有定义，将区间 $[a,b]$ 分割为 n 等分（一般取 n 为偶数），即 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ ，其中， $x_i = a + i\Delta x, \forall i = 0, 1, \dots, n$ ，

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}。$$

在文中使用 $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ 三点的抛物线 $g(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ 来取代 $f(x)$ 在 $[x_0, x_2]$ 的定义，进而求出它的近似积分值 A_1 ，如图 4 所示。

最后用连加的方式求得 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的近似积分，于是有：

$$\begin{cases} f(x_0) = g(x_0) = \alpha x_0^2 + \beta x_0 + \gamma \\ f(x_1) = g(x_1) = \alpha \left(\frac{x_0 + x_2}{2} \right)^2 + \beta \left(\frac{x_0 + x_2}{2} \right) + \gamma \\ f(x_2) = g(x_2) = \alpha x_2^2 + \beta x_2 + \gamma \end{cases}$$

令 $\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx \approx \int_{x_0}^{x_2} g(x)dx$ ，可推导出

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = \frac{\Delta x}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

所以：

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} + \int_{x_2}^{x_4} + \dots + \int_{x_{n-2}}^{x_n} f(x)dx =$$

$$\frac{\Delta x}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] + \frac{\Delta x}{3} [f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)] +$$

$$\dots + \frac{\Delta x}{3} [f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] =$$

$$\frac{\Delta x}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \dots +$$

$$2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

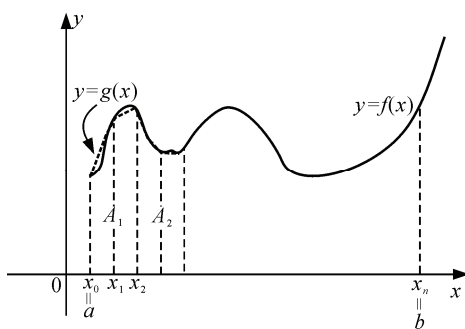


图 4 抛物线近似积分值

在计算双重积分时，将双重积分化成单重积分进行计算，然后再利用辛普森法则对第二重积分进行积分计算即可，如图 5 所示的双重积分区域化解。

利用 Matlab 对辛普森算法进行编程仿真^[4]，在矩形探测器 $W=0.5, L=0.5, H=0.2$ 的情况下，计算出的 $S_{曲}$ 值为：0.754 3； $S_{球}=2.073 5$ ； $\kappa=0.3638 \times 4\pi$ 。

(上接第 62 页)

5 结束语

美军联合作战情报保障是一个以“知彼”为主要目的，以各级联合部队指挥为核心，以联合情报中心、各级联合情报组织为重点，具有技术高、手段多、范围广、内容全等特征。所以联合作战情报保障体系是一个复杂的系统，其最终目的是满足联合作战的情报保障需求，实现情报与作战的无缝连接。笔者仅对联合作战情报理论体系的实施流程和技术系统做了初步探讨，提出联合作战情报保障实施的对策，可为以后高技术高时效的战争中提供有效的工作流程。

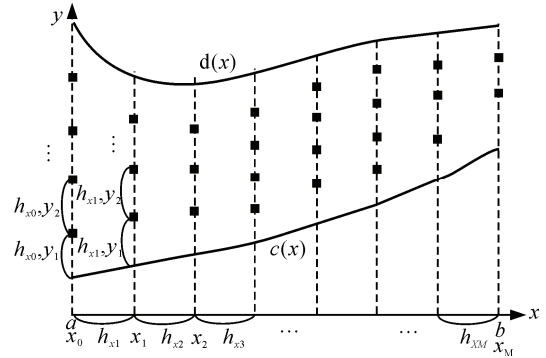


图 5 双重积分区域化解

4 总结

笔者通过对一个在放射性点源情况下矩形探测器进行分析建模，得到一个通用的计算 4π 探测角的模型。此模型用通常的推演积分方法无法计算，最后，利用了辛普森积分计算法则对其建立了数值计算模型，并对矩形探测器在 $W=0.5, L=0.5, H=0.2$ 的情况下探测的 4π 角度进行了计算。结果表明，该方法能非常有效地计算在点源情况下的矩形探测器的探测 4π 角。

参考文献：

- [1] 卡斯(K.R.Kase), 纳. 辐射剂量学的概念[M]. 北京: 计量出版社, 1983: 92-93.
- [2] 陈传璋, 金福临, 朱学炎, 等. 数学分析: 下册[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 1983: 256-270.
- [3] 李庆阳, 易超能, 易大义. 数值分析[M]. 5版. 北京: 清华大学出版社, 2013: 107-108.
- [4] Won Young Yang, Cao Wenwu, Chung Tae-Sang, et al. Applied Numerical Methods Using Matlab[M]. John Wiley & Sons, 2005: 241-243.

参考文献：

- [1] 李晓东. 情报体制在联合作战情报需求问题上的影响初探[J]. 情报杂志, 2010, 12(29): 111-113.
- [2] 孙宏, 张志华. 试论一体化联合作战装备指挥体系[J]. 装备指挥技术学院学报, 2005, 3(16): 7-10.
- [3] 任国军. 美军联合作战情报保障研究[M]. 北京: 军事科学出版社, 2010: 469-776.
- [4] 周胜利, 郑文文. 浅析联合作战情报保障体系建设[J]. 信息管理, 2010, 4(23): 1-5.
- [5] 林岳峥, 祝利, 程晓雷. 基于群组层次分析法的情报保障系统效能评估[J]. 兵工自动化, 2012, 31(8): 57-61.
- [6] 张晓军. 美国军事情报理论研究[M]. 军事科学出版社, 2006: 230-294.
- [7] 杨枕, 童涛, 李昕, 等. 一体化联合作战图像情报保障体系构建[J]. 兵工自动化, 2013, 32(3): 47-49.