

doi: 10.7690/bgzdh.2014.10.007

折臂式随车起重机变幅机构运动特性仿真分析

杜文正, 鹿飞, 谢政, 张金星

(第二炮兵工程大学二系, 西安 710025)

摘要: 针对现有文献对折臂式随车起重运输车的臂架动态特性研究较少的问题, 建立随车起重运输车臂架系统的刚性模型和柔性模型。基于柔性多体动力学的理论将随车起重运输车的臂架模拟为柔性机械臂, 分析了折臂式随车起重运输车变幅机构的动态性能。利用拉格朗日方程建立了随车起重运输车变幅机构的柔性多体动力学方程, 在 Matlab/Simulink 中建立了相应的仿真模型, 对随车起重运输车各臂架的运动情况进行了分析, 并对其进行数值求解。仿真结果表明: 柔性臂架的运动表现为整体刚性运动和弹性变形量之间的耦合, 导致了在刚性运动中出现较高频率的扰动, 从而影响吊装定位精度。

关键词: 折臂式随车起重运输车; 柔性多体动力学; 变形; Simulink 仿真; 模型

中图分类号: TJ810 **文献标志码:** A

Modeling of Luffing Mechanism of Folding-Boom Lorry Crane

Du Wenzheng, Lu Fei, Xie Zheng, Zhang Jinxing

(No. 2 Department, Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: Aiming at the problem of the lack of existing literature about the dynamic characteristics of the luffing mechanism of folding-boom lorry crane, the rigid and the flexible model were respectively established. Based on the flexible multi-body dynamics theory, the folding-booms were modeled as flexible manipulator arms and the dynamic characteristics of the luffing mechanism were analyzed. The flexible multi-body dynamics equation of the luffing mechanism was established by the Lagrange equations. The corresponding simulation system was established in Matlab/Simulink. Through the derivation and numerical solving of differential equation, the booms' movement was analyzed. The simulation results indicate that the flexible arms' motion is the coupling between the whole rigid motion and elastic deformation. Although the coupling has little influence on the whole motion, it affects the hoisting precision of the hoisting because of the high frequency disturbance during the rigid motion.

Keywords: folding-boom lorry crane; flexible multi-body dynamics; deformation; Simulink simulation; model

0 引言

随车起重机是一种通过液压举升及伸缩系统来实现货物的升降、回转、吊运的设备, 通常装配在载货汽车上。按吊机类型可分为直臂式和折臂式, 折臂式随车起重机的臂架系统是一个典型的柔性多体系统^[1], 如何对臂架系统实现自动控制, 以提高吊装定位精度、工作效率和作业安全具有十分重要的意义, 也引起了国内外许多学者的重视。目前, 针对随车起重机的动力学分析大都为利用虚拟样机技术开展研究^[2-3], 很少有文献通过建立动力学方程对折臂式随车起重机的整个系统动态特性进行研究。即便是通过数学建模进行研究也只是针对刚性臂杆。而为了抑制臂架及吊重的振荡, 准确控制末端轨迹, 确保吊装定位精度, 这方面的研究是不容忽视的。

基于此, 笔者以折臂式随车起重运输车的臂架

系统为研究对象, 将臂杆模拟成柔性机械臂。以柔性多体动力学的递推列式为基础, 应用拉格朗日方程建立臂架系统的柔性多体动力学方程, 并对其进行数值求解和动力学仿真分析。

1 变幅机构柔性多体动力学模型建立

1.1 折臂式随车起重运输车起重臂描述

折臂式随车起重机的实际物理系统是一个非常复杂的机械系统^[4], 如图 1。为了研究起重臂的柔性变形对变幅机构动态性能的影响, 在不考虑回转台回转的情况下, 建立了柔性臂架系统简化模型, 如图 2 所示, 它包括基本臂、伸缩臂、钢丝绳、重物, 并对其作以下假设和等效处理:

1) 主折叠臂和次折叠臂等效为均质柔性体, 转动摩擦力忽略不计;

2) 钢丝绳等效为一个没有质量的刚性体, 吊重等效为一个质点, 与钢丝绳组成一个刚性体单摆;

收稿日期: 2014-04-20; 修回日期: 2014-05-27

作者简介: 杜文正(1974—), 男, 山东人, 博士, 副教授, 从事智能起重机研究。

- 3) 液压缸的驱动力等效为相对应的驱动力矩;
- 4) 将主折叠臂和次折叠臂视为一段欧拉—伯努利梁处理。

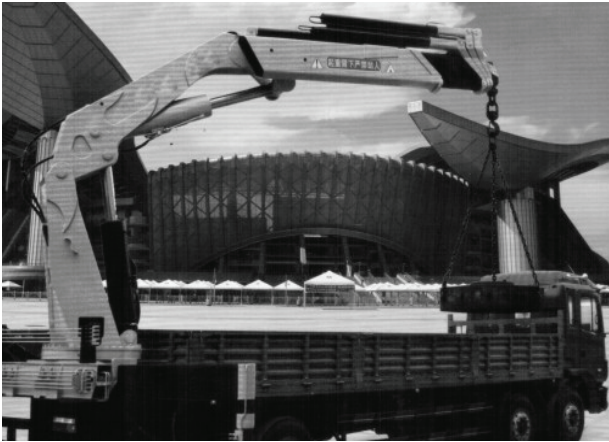


图 1 折臂式随车起重运输车

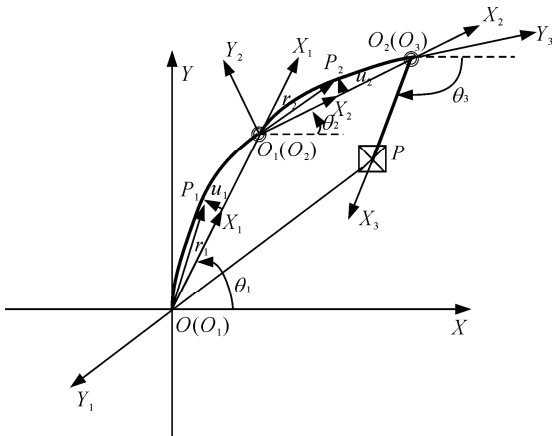


图 2 变幅机构平面坐标系

1.2 变幅机构动能的计算

如图 2 所示, XOY 为臂架的惯性坐标系, $X_iO_iY_i$ ($i=1,2,3$) 为臂杆的动坐标系。 A_i 为从动坐标系 $X_iO_iY_i$ 到惯性系 XOY 的旋转变换矩阵, 即

$$A_k = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 θ_i 为动坐标系 X_i 轴与惯性系 X 轴之间的夹角。假设 P_i 为臂杆 i 上一点, r_i 为 P_i 点在动坐标系 $X_iO_iY_i$ 中的位置矢量, 则 $r_i = u_{xi} + u_{yi}$, 其中 u_{xi} 为杆变形前 P_i 点的位置向量, u_{yi} 为杆的纵向变形。

$u_{xi} = (x_i \ 0)^T$, $u_{yi} = (0 \ v_i)^T$, 则

$$r_i = (x_i \ v_i)^T \quad (2)$$

P_i 点的位置矢量 r_i 可通过旋转变换矩阵 A_i 从动

坐标系 $X_iO_iY_i$ 变换到惯性系 XOY 中去。

设 R_i 为 P_i 点在惯性系 XOY 中的位置矢量, 则

$$\begin{aligned} R_1 &= A_1 r_1 \\ R_2 &= A_1 r_{01} + A_2 r_2 \\ R_3 &= A_1 r_{01} + A_2 r_{02} + A_3 r_3 \end{aligned} \quad (3)$$

将式 (3) 对时间求一阶导数得 P_i 点在惯性系 XOY 中的速度矢量

$$\begin{aligned} \dot{R}_1 &= A_1 \dot{r}_1 + TA_1 r_1 \dot{\theta}_1 \\ \dot{R}_2 &= TA_1 r_{01} \dot{\theta}_1 + A_2 \dot{r}_2 + TA_2 r_2 \dot{\theta}_2 \\ \dot{R}_3 &= TA_1 r_{01} \dot{\theta}_1 + TA_2 r_{02} \dot{\theta}_2 + A_3 \dot{r}_3 + TA_3 r_3 \dot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\dot{A}_i = TA_i \dot{\theta}_i$, $T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $r_{0i} = (l_i \ 0)^T$ 表示臂 i 末端的位置矢量。

由于假定臂杆 1, 2 为均质杆, 则两杆的密度可表示为:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{l_1}, \quad \rho_2 = \frac{m_2}{l_2} \quad (5)$$

由于钢丝绳假设为无变形无质量刚性杆, 故仅需计算臂杆 3 末端重物的动能。假设重物在惯性系中的位置矢量为 R_p , 则其动能可表示为

$$T_p = \frac{1}{2} m \dot{R}_p^T \cdot \dot{R}_p \quad (6)$$

系统的动能可表示为

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 + T_p = \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \rho_1 \dot{R}_1^T \cdot \dot{R}_1 dx_1 + \\ &\quad \frac{1}{2} \int_0^{l_2} \rho_2 \dot{R}_2^T \cdot \dot{R}_2 dx_2 + \frac{1}{2} m \dot{R}_p^T \cdot \dot{R}_p \end{aligned} \quad (7)$$

1.3 变幅机构势能的计算

在变幅过程中, 臂架弹性势能仅考虑臂杆的弯曲应变能。故系统的总势能为重力势能与臂杆弯曲应变能之和, 其表示为

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 EI_i \int_0^{l_i} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} \right)^2 dx_i + \sum_{i=1}^2 \frac{m_i}{l_i} g \cos \theta_i \int_0^{l_i} u_i dx_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^3 m g l_i \sin \theta_i + \sum_{i=1}^2 m_i g \left(\frac{l_i}{2} \sin \theta_i + \sum_{k=1}^i l_{k-1} \sin \theta_{k-1} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

式中: E 为臂杆材料的弹性模量; I_i 是臂杆 i 截面的惯性矩。由于由臂杆弹性变形引起的重力势能变化很小, 故第二项可忽略不计, 只计刚性杆的重力势能。在动力学模型中, 起重臂为柔性体, 是一分布参数系统, 具有无限多个自由度。这里选用假设模

态法将其离散为只有有限个自由度的系统。由于沿臂长方向的纵向变形比横向变形小得多，故将横向变形 u_i 表示为时间 t 和 x_i 的函数，将臂杆 i 上 u_i 点的变形用利兹基函数 φ_{ip} 的线性组合^[5]表示为：

$$u_i(x_i, t) = \sum_{p=1}^{n_i} \varphi_{ip} q_{ip} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

式中： q_{ip} 为对应 φ_{ip} 的广义坐标； φ_{ip} 为臂杆 i 的 p 阶基函数， n_k 为臂杆 k 所取的里兹基函数的阶数，通常其主要作用的是低阶模态，占振动能量的大部分，故这里取 $n_i=2$ ，则 u_i 可表示为

$$u_i(x_i, t) = q_{i1}\varphi_1(x_i) + q_{i2}\varphi_2(x_i) \quad (10)$$

取简支梁的前两阶模态

$$\varphi_1(x_1) = \sin \frac{\pi x}{l}, \quad \varphi_2(x_2) = \sin \frac{2\pi x}{l}$$

1.4 广义力的表示

取 $\delta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ q_{11} \ q_{12} \ q_{21} \ q_{22}]^T$ 作为所建立系统拉格朗日方程的广义坐标，同时记 $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ ， $q = [q_{11} \ q_{12} \ q_{21} \ q_{22}]^T$ ，驱动力矩 $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ ，假设 $Q = [Q_\theta \ Q_q]^T$ 为相对应的广义力，通过广义力推导公式可求从驱动力矩 τ 转换到广义力 Q 的传递矩阵 B ，令 $B = [B_\theta \ B_q]^T$ ，则可得

$$Q = [B_\theta \ B_q]^T \tau = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\pi}{l_1} & \frac{2\pi}{l_1} & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \frac{\pi}{l_1} & -\frac{2\pi}{l_1} & \frac{\pi}{l_2} & \frac{2\pi}{l_2} \end{bmatrix} \tau$$

1.5 变幅机构动力学方程的建立

把式 (3)~式 (10) 带入拉格朗日第二类方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \delta_j} = Q \quad (j=1, 2, \dots, 7)$$

其中： $L=T-V$ ； $\delta = [\theta \ q]^T$ ； $Q = [Q_\theta \ Q_q]^T$ 由于在实际工作中，与变形有关的项是很小的，通常可以忽略不计，因此忽略与广义坐标 q_{ij} 相关的项。经整理得到臂架柔性多体动力学方程

$$\begin{cases} m_{\theta\theta} \ddot{\theta} + m_{\theta q} \ddot{q} + v_{\theta\theta} \dot{\theta}^2 + g_\theta = Q_\theta \\ m_{qq} \ddot{q} + k_{qq} q + m_{\theta q}^T \ddot{\theta} + v_{q\theta} \dot{\theta}^2 = Q_q \end{cases} \quad (11)$$

式中： $m_{\theta\theta}$ 、 $m_{\theta q}$ 、 m_{qq} 为质量矩阵，表示如下：

$$m_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} (\frac{1}{3}m_1 + m_2 + m)l_1^2 & (\frac{1}{2}m_2 + m)l_1l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & ml_1l_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) \\ (\frac{1}{2}m_2 + m)l_1l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & (\frac{1}{3}m_2 + m)l_2^2 & ml_2l_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) \\ ml_1l_3 \cos(\theta_1 - \theta_3) & ml_2l_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) & ml_3^2 \end{bmatrix}$$

$$m_{\theta q} = \begin{bmatrix} \frac{m_1}{\pi}l_1 & -\frac{m_1}{2\pi}l_1 & \frac{2m_2l_1}{\pi} \cos(\theta_1 - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_2}{\pi}l_2 & -\frac{m_2}{2\pi}l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$m_{qq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m_2 \end{bmatrix}$$

k_{qq} 为刚度矩阵，表示为

$$k_{qq} = \begin{bmatrix} \frac{EI_1\pi^4}{2l_1^3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8EI_1\pi^4}{l_1^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EI_2\pi^4}{2l_2^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8EI_1\pi^4}{l_2^3} \end{bmatrix}$$

$v_{q\theta}$ 、 $v_{\theta\theta}$ 为速度的二次项矩阵，表示为

$$v_{q\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2m_2}{\pi}l_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} 0 & (\frac{1}{2}m_2 + m)l_1l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) & ml_1l_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) \\ -(\frac{1}{2}m_2 + m)l_1l_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 & ml_2l_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \\ -ml_1l_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) & -ml_2l_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) & 0 \end{bmatrix}$$

刚体模型的建立可通过去除方程 (13) 中的弹性变形 u_i 来实现。

2 数值仿真

利用 Matlab/Simulink 建立的仿真模型^[6]如图 3 所示。由于所列的动力学方程不仅有臂杆之间的刚性耦合，还存在大范围刚性运动和小幅度弹性变形的耦合^[7]，所以是强非线性方程组。对于此类刚性方程，需用 Matlab 中的 ode15s 求解器求解。

折臂式随车起重运输车的基本参数选取为：

$l_1=3\text{ m}$, $l_2=3.5\text{ m}$, $l_3=1\text{ m}$, $m_1=680\text{ kg}$, $m_2=540\text{ kg}$,
 $m=160\text{ kg}$, $EI_1=1.2\times 10^8\text{ N}\cdot\text{m}^2$, $EI_2=1\times 10^8\text{ N}\cdot\text{m}^2$,
 添加驱动力矩, 模拟折臂式随车起重运输车变幅机

构带载启动—制动—启动—制动的工作过程, 初始
 条件为

$$\dot{\delta}(0) = 0, \delta(0) = [1 \ 0.3 \ -\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

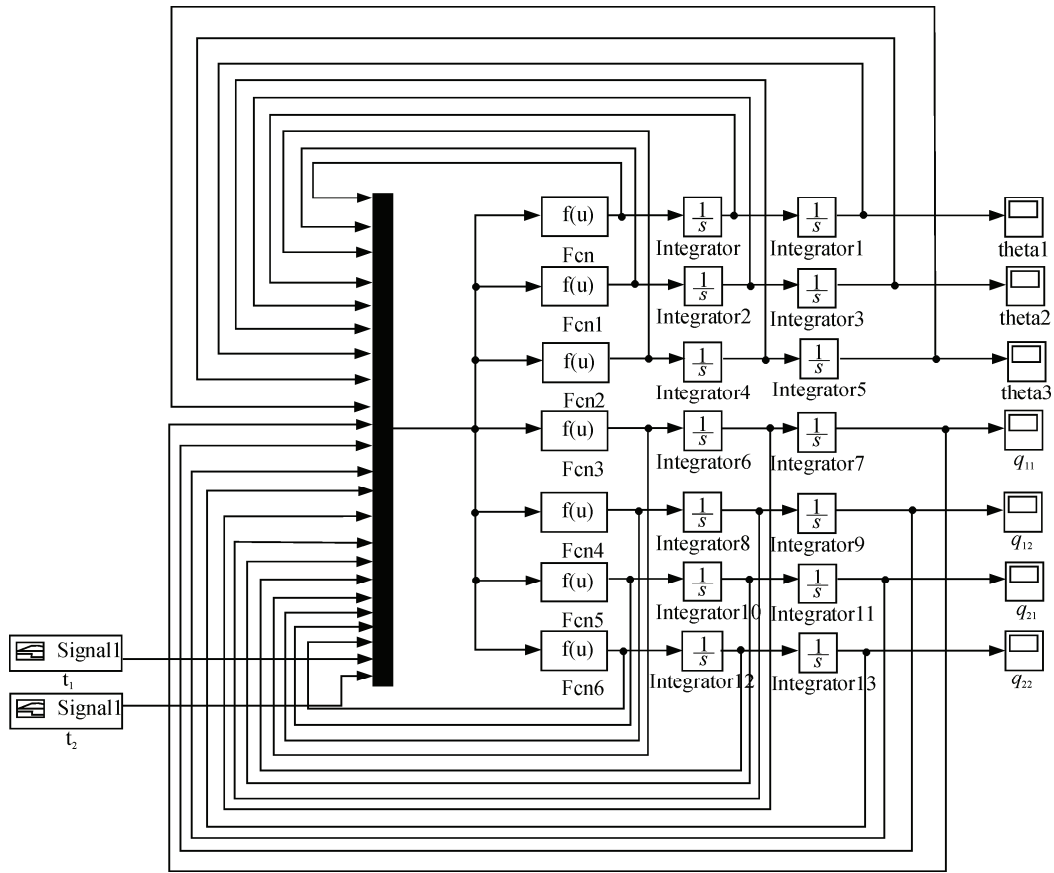


图 3 Simulink 仿真模型

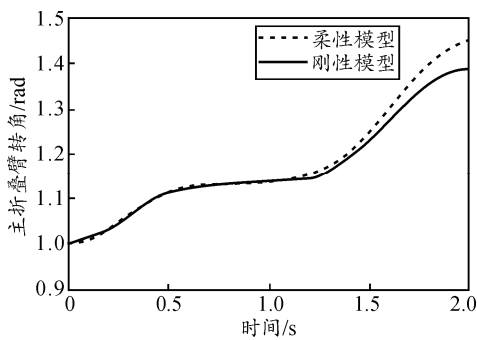


图 4 刚柔模型转角 θ_1 随时间变化曲线

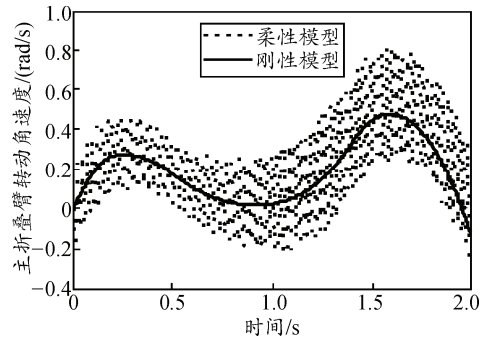


图 6 刚柔模型主折叠臂转动角速度对比

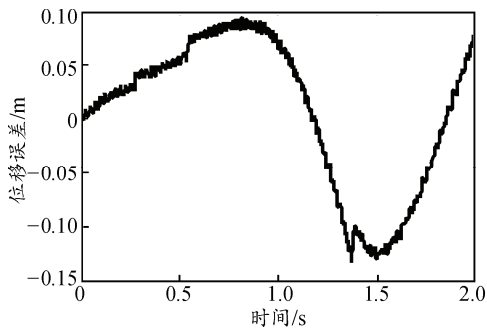


图 5 刚、柔模型钢丝绳顶端的 X 轴方向位移差值

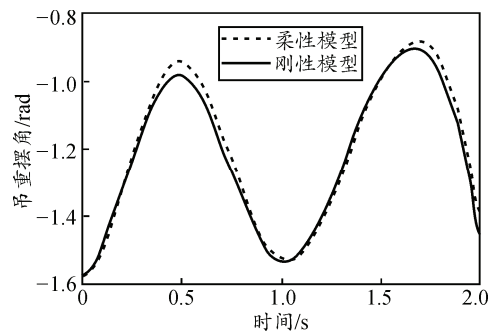


图 7 刚柔模型吊重摆动角度对比

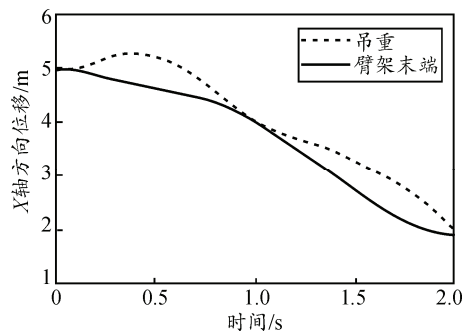
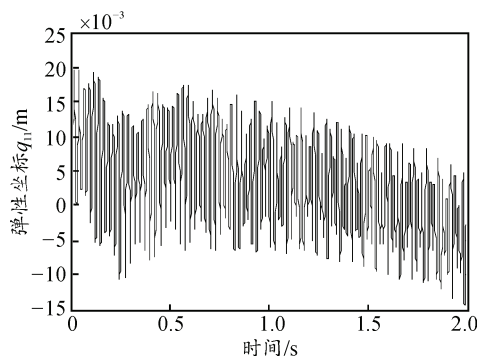
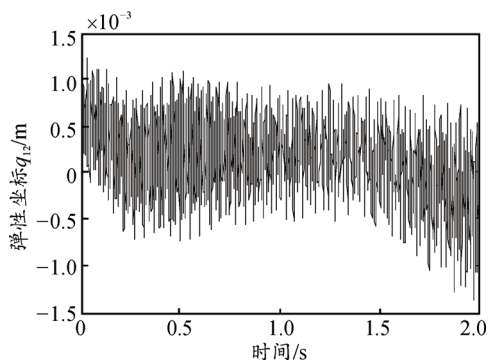


图8 臂架末端及吊重在X轴方向位移曲线对比

图9 弹性坐标 q_{11} 变化曲线图10 弹性坐标 q_{12} 变化曲线

从图4可看出：主折叠臂柔性模型的转角存在小幅高频振动，可见弹性变形在一定程度上能够影响刚性转角，并且在再次启动时影响更为显著。

从图5可看出：由于柔性臂架存在弹性变形，钢丝绳顶端在X轴方向位移存在一定偏差，且随着仿真时间的延长，位移差值不断增大，最大达到了0.14 m。

从图6可看出：虽然角速度的变化趋势是相同的，但柔性臂架的运动过程中存在高频振荡，这也直接影响到了臂架末端的精确定位。

从图7可看出：柔性模型臂架存在弹性变形，所以吊重摆角由大幅低频振荡和小幅高频振荡耦合而成。

从图8可看出：在起重臂变幅起升过程中，大幅度吊重与臂架末端在水平方向上产生较大偏差，说明吊重持续较大幅度的振荡。

从图9和图10可看出，主折叠臂一阶模态 q_{11} 呈周期振荡。二阶模态 q_{12} 也呈周期振荡，且频率明显高于二阶模态，但可以看出二阶模态 q_{12} 只有 q_{11} 的15%~20%，因此三阶及以上模态是可以忽略不计的。

3 结论

笔者基于柔性多体动力学理论建立了折臂式随车起重机臂架的柔性多体动力学微分方程。仿真结果表明：臂架在柔性模型下的柔性变形比较明显，各臂杆都有不同程度的高频振动，臂架的末端运动也有较大的偏移。因此，在研究随车起重机这类多臂杆重载柔性机械时，不能忽略柔性变形的影响。同时，在起重臂变幅过程中吊重存在的较大幅度摆动，使其与臂架末端产生位移偏差，不利于实现吊重精确定位和作业安全，因此必须对吊重的振荡控制和轨迹精确控制进行深入的研究，以实现起重机平稳转运。

参考文献：

- [1] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京：高等教育出版社, 1999: 20-42.
- [2] 姚婧辉. 随车起重机变幅机构仿真研究[D]. 大连：大连理工大学, 2009.
- [3] 车仁炜, 胡长胜, 陆念力. 随车起重机变幅机构的动力学分析[J]. 建筑机械, 200(2): 68-71.
- [4] Al-Ajmi M. S., Abu-El T. G., Yazied. Dynamic Modeling and Load Sway Simulation of Jib Cranes[J]. World Applied Sciences Journal 2010, 10(1): 33-39.
- [5] 陆佑方. 柔性多体系统动力学[M]. 北京：高等教育出版社, 1996: 330-346.
- [6] 薛定宇, 陈阳泉. 基于 Matlab/Simulink 的系统仿真技术与应用[M]. 北京：清华大学出版社, 2011: 67-82.
- [7] 蔡自兴. 机器人学[M]. 北京：清华大学出版社, 2000: 102-118.