

doi: 10.7690/bgzdh.2014.10.012

## 某液浮陀螺仪浮子在不同偏心下启动时受力仿真

陈建峰, 张之敬, 金鑫

(北京理工大学机械与车辆学院, 北京 100081)

**摘要:** 针对单自由度液浮陀螺仪浮子在启动时的位置可能偏离几何中心的现象, 首次研究了浮子在不同偏心程度下启动时液浮陀螺仪中浮子的受力情况。基于流体力学中球面 Couette 流的有关理论, 结合计算流体力学并采用数值方法研究了浮子的受力情况。结果表明: 浮子的偏心位置对压力与切应力大小分布有显著影响, 且浮子两侧的压力差会随浮子偏心程度增加而增加。当浮子启动时偏心程度越大, 浮子所受的合力也越大, 极易造成浮子运动的不稳定, 从而影响液浮陀螺仪的精度。

**关键词:** 液浮陀螺仪; 球面 Couette 流; 轴向偏心; 仿真计算

**中图分类号:** TJ03 **文献标志码:** A

## Simulation Study on Axial Eccentric Startup of Floater in Liquid Floated Gyroscope

Chen Jianfeng, Zhang Zhijing, Jin Xin

(School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** This paper studied the force condition applied on the surface of the floater in liquid floated gyroscope (LFG), specific to the eccentric startup of the floater. Based on the related theory of sphere Couette flow (SCF) in fluid mechanics and computational fluid mechanics (CFD), numerical simulation of the force condition was carried out by numerical method. Numerical calculation results implies that the eccentricity of the floater has significant effect on the normal pressure and shear stress distribution, and the increase of eccentric degree will enhance pressure differential between both sides of the floater. As a result, the resultant force applied on the floater will be bigger when the floater starts eccentrically, which may cause the instability of the floater motion and make influence on the accuracy of LFG.

**Keywords:** liquid floated gyro; sphere Couette flow; axial eccentric; simulation calculation

## 0 引言

作为惯性导航系统的核心部件之一, 浮陀螺仪在惯性导航系统中起着举足轻重的作用。液浮陀螺仪的精度直接决定了整个惯性系统的精度。因此, 为保证液浮陀螺仪的精度, 其各零件的加工精度都非常高, 尤其是液浮陀螺仪的浮子组件。但在零部件的加工与装配过程中会不可避免地产生误差, 从而影响着液浮陀螺仪的精度。目前, 国内外关于液浮陀螺仪的研究多集中在结构动力学分析<sup>[1]</sup>、热分析<sup>[2]</sup>等方面, 就浮子对液浮陀螺仪精度影响的研究还不多见, 但在流体力学领域, 已有不少学者在开展关于间隙环流、柱面 Couette 流、球面 Couette 流等方面的研究。

Taylor<sup>[3]</sup>最早研究了内圆柱旋转、外圆柱静止时的 Couette 流。Taylor 发现当内部圆柱转速超过某一临界值时, 流动会出现不稳定, 沿着轴线方向规则地分布着漩涡 (Taylor 涡)。在雷诺数在超过第一临界值后相当数量级范围内, Taylor 涡仍然会出现; 当雷诺数超过第二临界值后, Taylor 涡逐渐消失, 流动变成完全湍流。H. Yamaguchi 等<sup>[4-5]</sup>针对粘弹性

流体的球面 Couette 流动, 从实验分析和数值计算的角度研究了不同雷诺数条件下的流体运动状态与内圆球的受力情况。梅立泉等<sup>[6]</sup>通过用有限元方法对 2 个同心旋转球间的稳态对称不可压流进行数值模拟, 得到了超临界雷诺数下的 3 种流动模式。

笔者基于流体力学中球面 Couette 流的有关理论, 建立了转子与浮子间液体运动的连续性方程与动量方程。并基于计算流体力学采用有限元法仿真分析了在不同程度偏心情况下, 浮子启动时的液浮陀螺中浮子表面的受力情况。

## 1 理论基础

## 1.1 问题描述

该液浮陀螺仪中转子与浮子的装配示意图如图 1 所示, 转子与浮子形成一个球形腔。腔内充有氟利昂混合液。转子球面半径与浮子半径分别为  $r_1$ 、 $r_2$ 。转子与浮子所形成的球腔中充满不可压缩的液体, 其密度为  $\rho$ , 粘度系数为  $\mu$ 。

在液浮陀螺仪信号输出实验中 (实验原理图如图 2 所示), 得到信号波形如图 3 所示。

收稿日期: 2014-05-20; 修回日期: 2014-06-25

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51375054); 国家自然科学基金仪器专项 (51127004)

作者简介: 陈建峰 (1987—), 男, 安徽人, 博士, 工程师, 从事光学仪器设备研究。

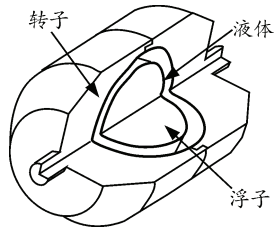


图 1 某液浮陀螺仪转子、浮子装配示意图

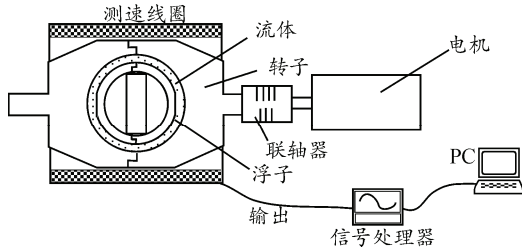


图 2 液浮陀螺仪信号输出实验原理

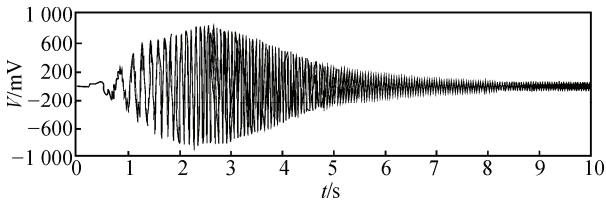


图 3 液浮陀螺仪输出信号

从液浮陀螺仪的输出信号看，液浮陀螺仪浮子在绕旋转轴转动时并不是稳定在轴上某一点。从实际的液浮陀螺仪的测试来看，在液浮陀螺仪浮子启动时，浮子的位置也不一定在转子中心。

### 1.2 流体控制方程

图 4 所示为浮子、转子的剖视图，浮子在偏心量为  $e$  位置开始转动。转子以一恒定的角速度  $\omega_1$  绕  $z$  轴匀速旋转，在转子与流体的带动下，浮子也会随之做加速转动并以角速度  $\omega_2$  绕  $z$  轴匀速旋转，达到稳定状态。球腔中液体的速度为  $\mathbf{U}=ui+vj+wk$ ，式中  $u$ 、 $v$ 、 $w$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上的速度分量。

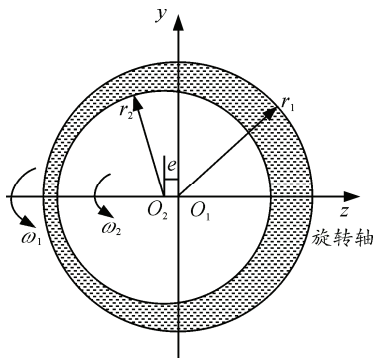


图 4 浮子、转子的剖视图

根据实际情况，假设：1) 液浮陀螺仪中液体为牛顿流体；2) 液体粘度随温度没有发生变化；3) 液

体的体积力忽略不计。在此假设的基础上，根据不可压牛顿流体的本构方程<sup>[7]</sup>，可得在图 5 所示的坐标系下，浮子与转子间隙中流体的质量守恒方程以及动量守恒方程为：

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{2u_r}{r} + \frac{u_\theta \cot \theta}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\rho[(\mathbf{U} \cdot \nabla)u_r - \frac{u_\theta^2 + u_\phi^2}{r}] = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu[\nabla^2 u_r - \frac{2u_r}{r^2} + \frac{2u_\theta \cot \theta}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi}] \rho[(\mathbf{U} \cdot \nabla)u_\theta + \frac{u_r u_\theta - u_\phi^2 \cot \theta}{r}] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu[\nabla^2 u_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi}] \rho[(\mathbf{U} \cdot \nabla)u_\phi + \frac{u_r u_\phi - u_\theta u_\phi \cot \theta}{r}] = -\frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu[\nabla^2 u_\phi + \frac{2}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi}] \quad (2)$$

式中： $\mathbf{U} = u_r \mathbf{e}_r + u_\theta \mathbf{e}_\theta + u_\phi \mathbf{e}_\phi$ ， $u_r$ 、 $u_\theta$ 、 $u_\phi$  分别为球坐标系下  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi$  方向的速度分量。

$$\nabla = \mathbf{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

根据对称性，液浮陀螺仪中转子与浮子间液体的 Couette 流动为关于  $z$  轴的轴对称流动，则有  $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ 。因此上面的质量守恒方程 (1) 与动量方程 (2) 也可改写为：

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{2u_r}{r} + \frac{u_\theta \cot \theta}{r} = 0 \quad (3)$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2 + u_\phi^2}{r}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\left[\nabla^2 u_r - \frac{2u_r}{r^2} + \frac{2u_\theta \cot \theta}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\right] \rho\left[\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta - u_\phi^2 \cot \theta}{r}\right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\left[\nabla^2 u_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2 \sin^2 \theta}\right] \rho\left[\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\phi - u_\theta u_\phi \cot \theta}{r}\right] = \mu \nabla^2 u_\phi \quad (4)$$

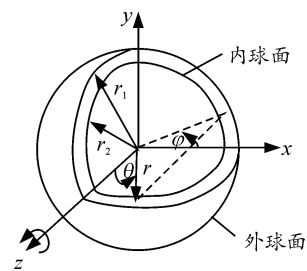


图 5 球坐标系

已知转子的旋转角速度为  $\omega_1$ ，浮子在转子的带动下，以角速度  $\omega_2$  与转子同轴转动。液体在内、外表面处均满足壁面无滑移条件，且流动关于旋转轴对称。对于转子、浮子所形成的腔体中的液体运动方程来说，有边界条件如下：

- 1)  $r_2 < r < r_1, \theta=0, \pi: u_\theta = u_\varphi = 0;$
- 2)  $r = r_1, 0 \leq \theta \leq \pi: u_r = u_\theta = 0, u_\varphi = \omega r_1 \sin \theta;$
- 3)  $r = \sqrt{r_2^2 - e^2 \sin^2 \theta} - e \cos \theta, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq \pi:$

$$u_r = u_\theta = 0, u_\varphi = \omega[\sqrt{r_2^2 - e^2 \sin^2 \theta} - e \cos \theta] \sin \theta。$$

浮子在转子球腔内以角速度  $\omega_2$  随着转子绕  $z$  轴转动时，受到了流体的压力以及切应力的作用。上文假设转子与浮子间流体为牛顿流体，则根据牛顿流体的本构方程，在球坐标系下浮子表面的切应力与流体流场的速度梯度存在如下关系：

$$\tau_{r\varphi} = \mu \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r} \right) \quad (5)$$

由于同心圆球之间的 Couette 流动的对称性，存在  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ ，则浮子表面切应力为

$$\tau_{r\varphi} = \mu \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right) \quad (6)$$

同样，在浮子的表面，浮子所受到的液体的压力  $p$  为：

$$p_{rr} = -p_0 - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (7)$$

$$\text{其中 } \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(u_\theta \sin \theta)}{\partial \theta}。$$

上述方程将在下文通过数值方法求解，并获得浮子表面的压力和切应力分布。

## 2 数值仿真

### 2.1 有限元模型

笔者采用有限元仿真软件 ANSYS FLUENT 进行浮子在偏心启动时液浮陀螺仪中流体流动的仿真计算。FLUENT 基于有限体积法(FVM)，提供了多种求解算法和多重网格加速收敛技术，可以获得更好的收敛速度和求解精度，在流体相关领域得到了广泛应用。

根据给定的边界条件，在有限元软件 FLUNET 中，仿真计算了浮子在不同偏心情况下启动时其表面受力情况以及浮子、转子间隙中的流体流场。球腔外径  $r_1$  为 25.5 mm，球腔内径  $r_2$  为 25 mm，浮子

启动位置的偏心值  $e$  分别为 0、0.1 和 0.2 mm，方向为  $z$  轴反向。液浮陀螺仪中流体网格划分如图 6。

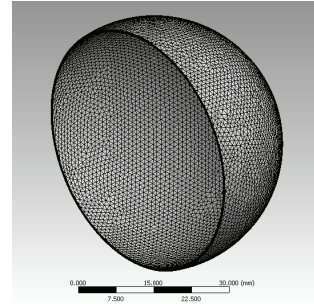


图 6 液浮陀螺仪流体网格划分

通过实验得知，在温度为 25 °C 时，该液浮陀螺仪中流体的密度为 1.52 g/cm<sup>3</sup>，粘度为 0.53×10<sup>-3</sup> N·s/m<sup>2</sup>。转子的角速度  $\omega_1$  为 140 r/s，浮子稳定转动时的角速度  $\omega_2$  为 125 r/s。

流体流动的雷诺数可由下式定义：

$$Re = \rho \frac{u_0 r_0}{\mu} = \rho \frac{\omega_0 r_0^2}{\mu} \quad (8)$$

其中： $u_0$  为特征速度； $r_0$  为特征长度。

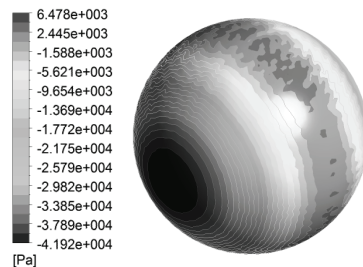
由式 (8) 代入有关尺寸与实验数据可知，液浮陀螺仪中流体流动的雷诺数远远高于临界雷诺数，即流体流动为紊流状态。因此在进行 CFD 模拟时采用雷诺应力模型(RSM)，并使用二阶迎风格式来解算 RSM。方程 (7) 的 RSM 控制方程如下所示：

$$\frac{dR_{ij}}{dt} = P_{ij} + D_{ij} + G_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} + S_{ij} \quad (9)$$

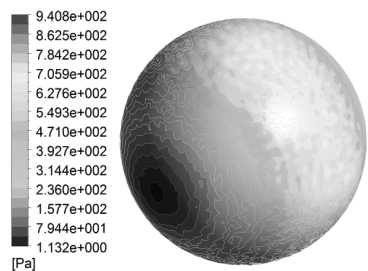
式中： $R_{ij}$  为雷诺应力张量； $P_{ij}$  为应力产生项； $D_{ij}$  为扩散项； $G_{ij}$  为浮力产生项； $\Phi_{ij}$  为应力应变相关项； $\epsilon_{ij}$  为耗散项， $S_{ij}$  为旋转项。

### 2.2 仿真结果

根据上述给定的计算条件，通过数值仿真得到在偏心 0、0.01、0.05、0.1、0.15、0.2 mm 时浮子表面的切向应力分布、压力分布。其中偏心 0、0.1、0.2 mm 时的浮子表面的压力与切向应力分布分别如图 7、图 8、图 9 所示。

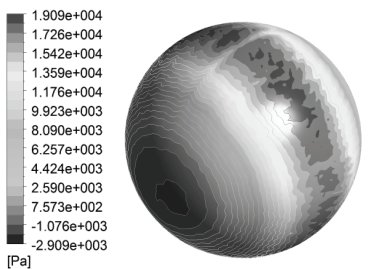


(a) 压力分布

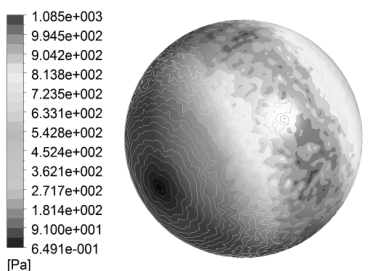


(b) 切应力分布

图 7 偏心 0 时浮子表面应力分布

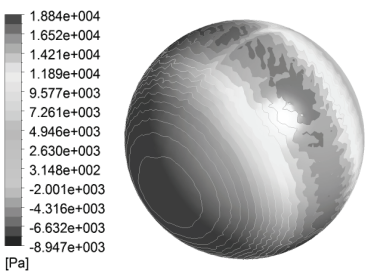


(a) 压力分布

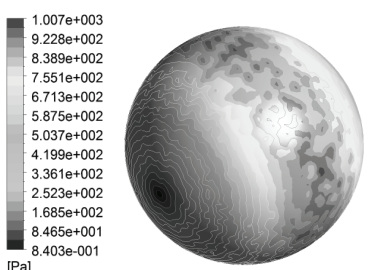


(b) 切应力分布

图 8 偏心 0.1 mm 时浮子表面应力分布



(a) 压力分布



(b) 切应力分布

图 9 偏心 0.02 mm 时浮子表面应力分布

从仿真计算的结果来看，最大正压出现在  $z=0$  处的横截面，最大负压出现在浮子沿  $z$  轴两侧，且在  $z=0$  处的横截面切应力最大，浮子两侧切应力最小，如图 10 所示。当浮子偏心启动时，压力与切应力的大小与分布发生了明显的变化，且偏心程度不同影响着压力与切应力的大小与分布情况。浮子表面切应力与压力分布均沿圆周方向呈均匀分布，轴向方向上切应力分布略有差别，但压力分布存在较大差异。浮子旋转时的偏心程度对浮子表面的受力情况有着明显影响，其中压力对浮子影响较切应力影响显著。偏心 0、0.01、0.05、0.1、0.15、0.2 mm 时浮子表面所受压力与切应力大小如表 1 所示，浮子轴向两侧最大压力与压力差如表 2 所示。

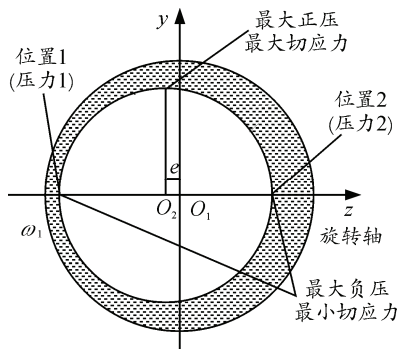


图 10 浮子两侧压力位置

表 1 不同偏心时浮子压力与切应力

偏心位置/mm	最大正压/Pa	最大负压/Pa	最大切应力/Pa
0	6 478	-41 920	1 394
0.01	10 720	-11 520	1 096
0.05	18 420	-4 177	1 101
0.10	19 090	-2 909	1 085
0.15	20 040	-5 045	1 039
0.20	18 840	-8 947	1 007

表 2 不同偏心时浮子的两侧压力

偏心位置/mm	压力 1/Pa	压力 2/Pa	压力差/Pa
0	-41 583	-41 659	76
0.01	-10 618	-10 468	150
0.05	-3 167	-2 661	506
0.10	-2 430	-1 054	1 376
0.15	-3 864	-348	3 515
0.20	-5 926	-265	5 661

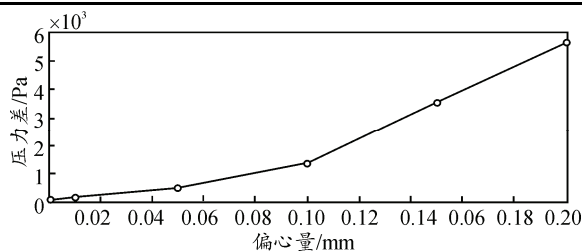


图 11 不同偏心时浮子的两侧压力差

图 11 所示为不同偏心时浮子的两侧压力差。从表 1、表 2 以及图 11 可知，浮子表面的压力与切应力大小与浮子的偏心程度有一定的规律性。浮子不偏心时，浮子表面的最大正压最小，最大负压最大，切应力也最大，且浮子沿轴向两侧的压力差很小。当浮子发生偏心时，浮子表面的压力大小发生急剧变化，但并不严格按照偏心程度增加而增加。与压力不同，浮子轴向两侧的压力差与偏心程度有一定规律。当偏心程度较小时，浮子表面轴向两侧的压力差较小；偏心程度增大时，浮子表面的压力差有增加的趋势。当偏心程度越大时，浮子两侧压力差的增加也越快。

### 3 结论

本研究考虑了浮子启动时的沿旋转轴  $z$  轴的偏心情况对浮子受力情况的影响，并采用有限元法对不同偏心情况下浮子表面受力情况进行了数值仿真研究。仿真结果表明，浮子沿  $z$  轴的偏心与浮子受力情况密切相关，显著影响浮子表面的压力、切应力分布以及浮子轴向两侧的压力差。从仿真结果来看，浮子轴向两侧的压力差与偏心程度有一定规律。当偏心程度大时，浮子表面的压力差有增加的趋势。当浮子启动时偏心程度越大，浮子所受的合力也越大，极易造成浮子运动的不稳定，从而影响液浮陀螺仪的精度。

笔者在通过有限元法对球腔内液体的运动进行

\*\*\*\*\*

(上接第 39 页)

### 4 结束语

舰炮射击指挥流程评估涉及因素较多，尤其是进行定量分析较为困难。通过对舰炮射击指挥的典型流程进行建模分析，运用信息距离概念将指挥流程信息进行了量化的描述，其指挥流程效能模型建立和计算方法，对优化舰炮射击指挥流程、指导装备建设、评价流程方案等方面具有一定的作用，同时，对其他武器系统作战流程的研究也具有一定的参考价值。在后续研究过程中，需要将指挥流程涉及的因素更加细化，更利于评估结果的有效性。

仿真计算时，人为地给浮子球面施加了旋转运动边界条件，实际上由于浮子是随转子运动而运动的，其真实的运动情况远比绕固定轴的旋转运动复杂。此外，在加工过程中，转子和浮子存在各种形状误差，这些形状误差直接影响着转子与浮子间液体运动方程的边界条件，从而使边界条件更加复杂。因此，浮子运动状态与受力情况还有待进一步的研究。

### 参考文献:

- [1] 袁利, 田自耘, 郭素云, 等. 液浮陀螺仪浮子组合件动力学分析[J]. 中国惯性技术学报, 2001, 9(1): 56-59.
- [2] 杨盛林, 刘昱, 刘玉峰, 等. 某型液浮陀螺仪定位壳体温度场有限元分析[J]. 中国惯性技术学报, 2004, 12(5): 43-48.
- [3] Taylor, G. I. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 1923, 223: 289-343.
- [4] Yamaguchi H, Fujiyoshi J, Matsui H. Spherical Couette flow of a viscoelastic fluid Part I: Experimental study of the inner sphere rotation[J]. Journal of non-newtonian fluid mechanics, 1997, 69(1): 29-46.
- [5] Yamaguchi H, Matsui H. Spherical couette flow of a viscoelastic fluid part II: Numerical study for the inner sphere rotation[J]. Journal of non-newtonian fluid mechanics, 1997, 69(1): 47-70.
- [6] Mei Li-quan, Wang Li-zhou. Symmetric Taylor Vortex Flow Between Two Concentric Rotating Spheres[J]. Chinese Journal of Computational Physics. 2000, 17(6): 707-711.
- [7] 陈懋章. 粘性流体动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 19-35.

### 参考文献:

- [1] 汪德虎. 舰炮射击理论[M]. 北京: 海潮出版社, 1998: 22-30.
- [2] 郭齐胜, 罗小明, 董志明. 装备作战仿真概论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 34-40.
- [3] 娄寿春. 地空导弹射击指挥控制模型[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 34-40.
- [4] 黄岳峰, 徐政. 电力系统不同过程仿真中的核电机组数学模型研究[J]. 机电工程, 2013, 30(12): 1546-1549.
- [5] 白江. 舰炮对岸战斗使用[M]. 大连: 海军大连舰艇学院, 1996: 45-49.
- [6] 王浣尘. 信息距离与信息[M]. 北京: 科学技术出版社, 2006: 12-20.
- [7] 冯杰. 数学建模原理与案例[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 15-20.