

doi: 10.7690/bgzdh.2015.02.019

基于大圆航行的极区格网导航误差分析

张萍萍, 孙永侃, 王海波

(海军大连舰艇学院博士生队, 辽宁 大连 116018)

摘要: 为了克服因极区地理经线快速收敛而产生的惯导系统无法准确定位的难题, 提出基于大圆航行的极区格网导航方法。分析几种投影方式在标绘极区海图中的表现, 选择极球面投影作为极区海图投影方式, 将本初子午线作为格网北的极区格网导航方法, 并详细分析当海图上的大圆被表示为直线时所产生的航向误差。理论分析证明: 将大圆近似表示为直线对于航向误差不会产生任何影响, 在大圆航行中采用格网导航方法是可行有效的, 能够为船舶航行提供精确的位置信息。

关键词: 经线收敛; 大圆航行; 大圆顶点; 格网北; 航向误差

中图分类号: TP393 **文献标志码:** A

Curse Error Analysis of Polar Grid Navigation Based on Great-Circle Sailing

Zhang Pingping, Sun Yongkan, Wang Haibo

(PhD Team, Dalian Warship Academy of PLA Navy, Dalian 116018, China)

Abstract: The convergence of geographic meridians at the Arctic Ocean makes steering and positioning extremely difficult when utilizing conventional inertial navigation system (INS) on board. The polar grid navigation method based on great-circle sailing is presented to cope with above problems. The characteristics of map projection in the polar region are compared, and the polar stereographic projection is chosen to be the polar chart projection. The polar grid navigation method which takes the Greenwich meridian as the reference meridian is presented. The course error caused by the approximate straight line representation of the great circle is expounded in detail. Theory analysis indicates that ship navigation accuracy will not be influenced by the approximate straight line representation of the great circle. The polar grid navigation adopted in the great-circle sailing can provides the accurate position information.

Keywords: longitude convergence; great-circle sailing; vertex; grid north; course error

0 引言

随着全球气候变暖导致的北极冰盖的消融^[1], 北极航线的夏季全线通航将成为可能。北极航线一旦通航, 可成为北美洲、北欧和东北亚地区间最快捷的通道^[2]。例如, 目前从伦敦到上海的航线要经过巴拿马运河, 全程约 10 413 n mile, 若采用北极航线航程将为 8 046 n mile, 航程缩短了 2 400 多海里。但是由于北极地区的经线快速收敛, 导致惯导系统无法为船舶定位提供准确的方位信息^[3-11], 因此研究北极地区的惯导方法成为亟待解决的问题。

大圆航线是球面上两点之间的最短路线。为了节约时间和成本, 远洋航行通常会采用大圆航行。此外在极球面投影海图中, 南北纬 70°以上区域, 大圆被近似为直线时仍能保证足够高的精度。因此北极航行的船舶可以采用大圆航行。笔者针对高纬度地区以大圆航行船舶的定位问题, 提出采用格网导航方法来克服因经线收敛引起的极区定位难题, 并详细分析了根据格网北来确定航向的方法以及航向误差的产生。

1 极区导航海图投影的选择

格网导航需要在导航海图上进行格网套印并进

行导航计算。目前我国对于北极地区的海图投影还没有明确的标准, 因此讨论格网导航方法的前提是需要选择导航海图的投影方式。我国目前中低纬度的导航海图采用墨卡托海图, 在中低纬度, 墨卡托海图上的恒向线与大圆相差不大, 对于速度不高的短距离航行, 子午线收敛非常小可以忽略不计。当纬度高于 70°时, 航海中的墨卡托海图在形状和面积上的失真非常大, 此时对于高纬度长航时的航行, 大圆与初始方向的差异也非常大。随着航行距离的增加, 恒向线会明显偏离于大圆, 恒向线的距离将远远大于大圆, 墨卡托海图在高纬度地区所暴露出来的海图上的直线不能表示大圆的缺陷, 使墨卡托海图不再适用。

通常认为能够在高纬度地区应用的投影方法包括心射切面投影、兰伯特正形圆锥投影、高斯投影以及极球面投影。其中采用极球面投影绘制的海图在超过北纬 70°以上的区域, 图上任意两点间的大圆近似为一条直线, 极球面海图在极区航行中, 能够在图上量取航向和航程, 因此笔者采用极球面投影作为高纬度地区海图投影方式进行大圆航行的格网导航研究。

收稿日期: 2014-09-16; 修回日期: 2014-10-21

作者简介: 张萍萍(1975—), 女, 辽宁人, 博士, 从事极区船舶导航方法研究。

2 格网的建立

为了说明格网的结构，笔者假设大圆 AB 在球面上。这里定义 A 为起点 B 为终点，并采用地球参考系中相关的地理坐标的纬度和经度，即 φ 和 λ 来表示方位。这个坐标的定向是参照地轴的，也就是说它从地理北极与南极穿过地球球体，并且坐标轴垂直于赤道面的垂线。

笔者依据地理坐标系来进行定向，根据球面几何学，大圆能够被表示为顶点为 ABC 的球面三角形，其中三角形的第 3 个顶点 C 为北极点。赤道在地球参考系中用来作为坐标 φ 和 λ 的参考，同理，大圆 AB 也可以作为地球球面的方位和角度的参考系，如果在能够为导航提供足够精度的前提下，将大圆 AB 在极球面海图上表示为直线。实际上相对于直线 AB 来说，海图中大圆 AB 的精确表示应为凸向地球参考系的一条线。因此格网北只是最大程度的近似于格网系统极点的方向，同样直线 AB 也是最大程度的近似于大圆 AB 。除赤道以外的每一条大圆在坐标系中都具有一个最北点与最南点。由这 2 个点可以确定大圆顶点。大圆顶点处的子午线与大圆垂直横切。大圆顶点处大圆的航向为 90° 或 270° 。大圆是完全可以仅用大圆顶点来表示的。过大圆顶点的地球参考系中的子午线与大圆 AB 垂直横切。大圆 AB 为格网系统的赤道。因此可以过北极点做直线 AB 的垂线，来确定海图中的大圆顶点。

给定起点 A 与终点 B ，用直线连接海图上这 2 点，过北极点做直线 AB 的垂线并与直线 AB 交于点 S ，则 S 点近似为大圆顶点，如图 1 所示。

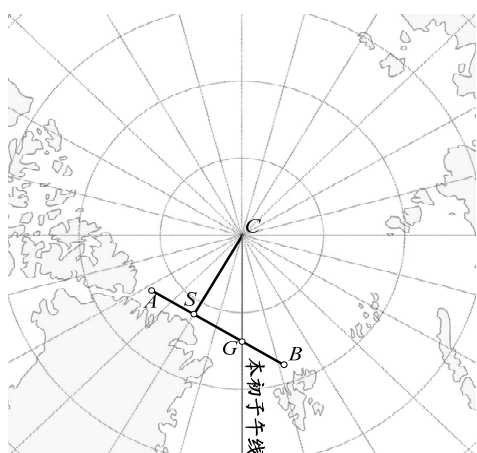


图 1 海图上的直线 AB 与近似大圆顶点 S

大圆顶点的经度值 λ_s 能够准确地在海图上读出，但是大圆顶点的纬度值是一个近似值。设准确的大圆顶点的纬度值为 λ_{s0} ，如图 2，则近似大圆顶

点与准确大圆顶点的地理经度之间的角度差为 ΔS 。

$$\text{则} \quad \Delta S = \lambda_s - \lambda_{s0} \quad (1)$$

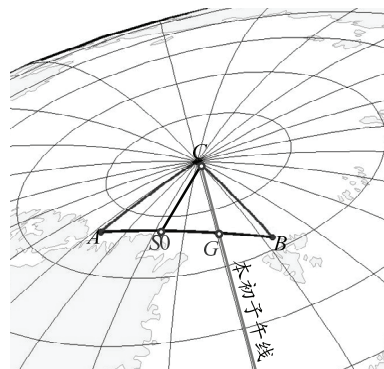


图 2 球面上的大圆 AB 与大圆顶点 $S0$

在通常下，点 A 与点 B 不是相对于大圆顶点对称的，同理相应的格网子午线的方向也不是正好指向格网北的方向。当大圆上的点 A 与点 B 在相同的纬度时，大圆顶点平分大圆 AB ，这是一种特殊情况。

理论上格网北可以定义为地球参考系中的任意子午线的方向，这种定义格网北的方法使海图中的简单的角度关系都将被保留。为了便于分析，笔者在极区航线表示中，假设所有的极区航线的定向都参考同一条参考子午线，将格网北的方向规定为 0° 子午线的方向，也就是将 0° 子午线作为格网基准子午线，与大圆顶点无关。格网系统可以在海图上进行标绘。首先找出 0° 子午线，然后按一定间距绘制 0° 子午线的平行线，那么所有平行于 0° 子午线的方向都可以看作格网北的方向。格网系统示意图见图 3。

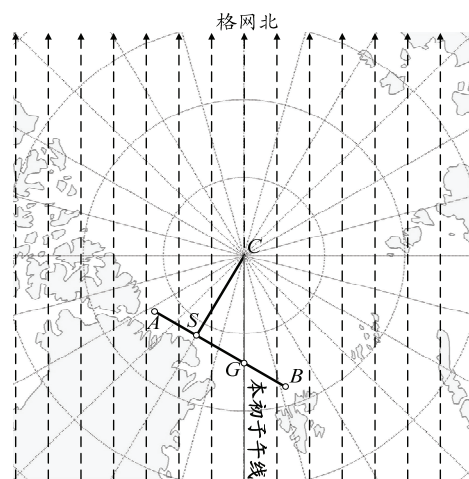


图 3 格网示意图

海图中，连接起点 A 与终点 B 的直线段与过 A 和 B 的子午线形成一个平面三角形。那么直线 AB 上任一点可以通过简单的角度关系来确定该点航向。假设船舶依靠惯导系统进行导航，那么如果能够根据格网北来确定方向，则 90° (或 270°) 的连续

航向就能够根据格网北从海图上被指示出来。

但是由于海图中的子午线收敛，导致海图上点 A 与点 B 之间的最短距离(直线 AB)与球面上相同两点的最短距离不是一致的。海图中穿过两点 A 与 B 之间的子午线间的夹角为经度差 $\Delta\lambda$ ，这个夹角与纬度值无关。

半径为 r_{SphereAB} 球面上的这 2 点的子午线收敛是这 2 点经度差 $\Delta\lambda$ 与纬度差 $\Delta\varphi$ 的函数，公式如下：

$$\tan \frac{\gamma_{\text{SphereAB}}}{2} = \tan \frac{\Delta\lambda}{2} \cdot \frac{\varphi_m}{\cos \frac{\varphi_A - \varphi_B}{2}} \quad (2)$$

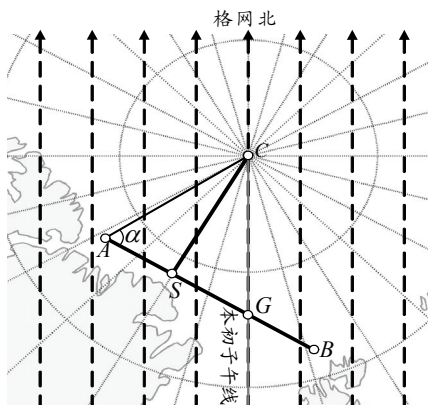


图 4 格网中的航向误差

已知起点和终点不在同一纬度，假设直线 AB 的过极点的垂线与该直线相切于点 S ，因此点 S 近似为大圆的大圆顶点。相似的，直线与 0° 子午线相交于点 G ，点 G 近似为大圆与 0° 子午线的交点。

点 A 与点 B 即可作为对大圆的完整表示。在球面上的球面三角形中，大圆距离 AB ，大圆与真北的夹角 α ，直线 AB 与真北的夹角 α^* ，大圆顶点和与大圆与 0° 子午线的切点 G ，这些数据都可以通过计算得到，文中假设这些数据是已知的。

由角 α 和 α^* 可得到角 $\Delta\gamma$ 如下：

$$\Delta\gamma = (\alpha - \alpha^*) = (\gamma_{\text{ChertPS}} - \gamma_{\text{SpherePS}} + \Delta S) \quad (3)$$

当使用这种格网进行航向误差分析时，需要把大圆 AB 用作误差分析的基础，同时需要看到点 A 处的微小差别。大圆顶点 S ，大圆与参考子午线的切点 G 以及点 B 都位于图中偏东方向。在这种状态下，大圆 AB 与过点 A 的切线完全一致，因此大圆成为一条过点 A 的直线。这条直线的垂线是格网系统的子午线，因此这条垂线平行于过大圆顶点的地球参考系中的子午线。

相对于这个方向，真北方向 TN 向东转动了点 A 与大圆顶点 S 间的球面子午线收敛角 γ_{SphereAS} 的总和。

那么点 A 和点 G 的球面子午线收敛 γ_{SphereAG} 是需

其中 $\varphi_m = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$ 。这表明在整个极球面海图上两点的子午线收敛是 $\Delta\lambda$ ，因此 $\Delta\lambda$ 总是大于球面上的子午线收敛，只有在极点处两者的值相同。

3 航向确定及误差分析

前述建立了以 0° 子午线为格网北的格网系统，实际上参考子午线的选择对于极球面投影中大圆 AB 近似为直线是没有影响的。下面依据格网北进行航向推算，航向误差如图 4 所示。

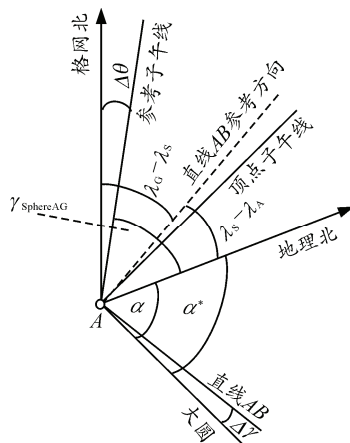


图 5 起点航向

要确定的。由于点所在的方位，子午线收敛可能为西向的或负值。如果过点 A 做一直线，使该直线与真北方向 TN 的夹角为球面子午线收敛角 γ_{SphereAG} ，那么这条直线为参考子午线的方向。

由于对点 A 处的放大程度很大，所以点 A 处的区域与水平面 A 完全一致。所以可以在没有形变的情况下将地图放置于点 A 。地图上的点 A 应与球面上的点 A 重合，并且地图应进行转动，以使地图子午线 A 与球面子午线一致。

下面讨论与格网导航相关的海图作业，如图 5。

已知格网收敛 β 为

$$\beta = \lambda_G - \lambda_A \quad (4)$$

过点 P 做一条直线,该直线与格网子午线的夹角为 $\beta = \lambda_G - \lambda_A$ 。这条直线指向格网北。由于海图是正形的,所以这条直线同时也指向球面上的格网北。

那么格网收敛为

$$\beta = \gamma_{\text{ChartAG}} \quad (5)$$

或者点 G 和点 A 海图子午线收敛大于这些点的球面子午线收敛,那么这条直线不在大圆的垂线上。格网北与参考子午线 G 的方向并不一致。

格网北与参考子午线之间的夹角为

$$\lambda_G - \lambda_A - \gamma_{\text{ChartAG}} - \gamma_{\text{SphereAG}} \quad (6)$$

那么通过格网北画出格网航向 θ 为

$$\theta = TC^* + \beta = \alpha^* + \lambda_{\text{ChartAG}} \quad (7)$$

并得到航向 TC^* 。

然后有

$$TC^* = \alpha^* \quad (8)$$

TC^* 是海图中直线 AB 的航向。航向的计算可借助于平面三角形的正弦和余弦定理。

对应于格网航向的球面上的角 $\theta_{\text{球面}}$ 是参考子午线与大圆的夹角,其值为

$$\theta_{\text{球面}} = \alpha + \gamma_{\text{SphereAG}} \quad (9)$$

航向误差为

$$\Delta\theta = \theta - \theta_{\text{球面}} \quad (10)$$

然后将上式展开如下:

$$\Delta\theta = (\lambda_G - \lambda_A + \alpha^*) - (\gamma_{\text{SphereAG}} + \alpha) = (\gamma_{\text{ChartAG}} - \gamma_{\text{SphereAG}}) - (\alpha - \alpha^*) \quad (11)$$

并代入公式:

$$(\alpha - \alpha^*) = \Delta\gamma = (\gamma_{\text{ChartPS}} - \gamma_{\text{SpherePS}} + \Delta S) \quad (12)$$

从而得到

$$\Delta\theta = (\gamma_{\text{ChartAG}} - \gamma_{\text{SphereAG}}) - (\gamma_{\text{ChartAS}} - \gamma_{\text{SphereAS}}) - \Delta S \quad (13)$$

点 A 与点 G 之间的海图子午线收敛和球面子午线收敛都由点 A 与点 S 之间的子午线收敛以及点 S 与点 G 之间的子午线收敛之和组成。因此有

$$\gamma_{\text{ChartAG}} = \gamma_{\text{ChartAS}} + \gamma_{\text{ChartSG}} \quad (14)$$

和

$$\gamma_{\text{SphereAG}} = \gamma_{\text{SphereAS}} + \gamma_{\text{SphereSG}} \quad (15)$$

因此航向误差可表示为

$$\Delta\theta = (\gamma_{\text{ChartSG}} - \gamma_{\text{SphereSG}}) - \Delta S \quad (16)$$

在格网中,将大圆近似表示为直线的 ΔS 部分对于航向误差不会产生任何影响。航向误差实质上是由大圆顶点与参考子午线之间的经度差来决定的。如果参考子午线与大圆顶点子午线重合,那么子午

线收敛的差值为0,并且航行误差为

$$\Delta\theta = \Delta S = \lambda_s - \lambda_{s0} \quad (17)$$

可见参考子午线距离大圆顶点越远,则航向误差越大。

参照格网北以格网航向将 A 点作为航行起点,并不按照直线 AB 的方向航行。在球面格网系统中,依据大圆 AB 进行定位,航行的航向为 $90^\circ - \Delta\theta$ 。因此在球面格网系统中的航路是 $90^\circ - \Delta\theta$ 的恒向线。对于这条恒向线,直线 AB 不是点 A 在航路上的切线,可见航向误差中的 ΔS 部分与大圆被表示为直线 AB 是没有关联的。

4 结论

格网导航是解决极区导航问题的有效手段,笔者将极区格网建立在极球面投影海图上,通过将本初子午线作为格网北进行格网导航,对航向确定及航向误差进行了分析,分析了将大圆近似为直线时所产生的航向误差,以及海图子午线收敛和球面子午线收敛对航向误差的影响,理论分析证明:将大圆近似表示为直线对于航向误差不会产生任何影响,因此在大圆航行中采用格网导航可以为极区船舶航行提供精确的方位信息。

参考文献:

- [1] 沈权,顾维国.北冰洋的气象特征[J].航海技术,2011(5):12-14.
- [2] 白春江,李志华,杨佐昌.北极航线探讨[J].航海技术,2009(5):7-9.
- [3] 秦永元.惯性导航[M].北京:科学出版社,2006:231-262.
- [4] Waldo K Lyon. The Navigation of Arctic Polar Submarines[J]. Journal of Navigation, 1984, 37(2): 155-179.
- [5] Fox W A W. Transverse Navigation—An Alternative to the Grid System[J]. Journal of Navigation, 1949, 2(1): 25-35.
- [6] 郭德印,曲绍斌,姜璐.在高纬度地区确定船位的实用方法[J].航海技术,1999(4):16-19.
- [7] Ignagni M B. All-Earth Inertial Navigation Scheme Navigation[J]. 1972, 19(3): 209-214.
- [8] Kuritsky M M, Goldstein M S, Greenwood I A, et al. Inertial navigation[J]. Proceedings of the IEEE, 1983, 71(10): 1156-1176.
- [9] ANON. Canadian ships to receive inertial navigation[J]. Jane's International Defense Review, 2004(12): 1.
- [10] ANON. Northrop Grumman to supply INS for Canadian Submarines[J]. Jane's Navy International, 2005(3): 1.
- [11] Greenspab R L. Inertial navigation technology from 1970-1995[J]. Navigation: Journal of The Institute of Navigation, 1995, 42(1, Special Issue): 165-186.