

doi: 10.7690/bgzdh.2015.02.021

## 基于迭代算法的三轴磁传感器标定与误差补偿技术研究

王萌夏<sup>1</sup>, 吴益飞<sup>1</sup>, 于斌<sup>2</sup>

(1. 南京理工大学自动化学院, 南京 210094; 2. 北方光电集团有限公司办公室, 西安 710043)

**摘要:** 针对现有地磁导航系统中磁传感器标定方法存在的计算时间过长和误差较大等问题, 给出一种可以标定与补偿三轴地磁分量的迭代算法。简要分析三轴磁传感器测量过程中的误差来源, 给出磁传感器标定与测量误差的参数化数学模型, 分析如何应用迭代算法来确定相关的误差参数, 并进行仿真实验验证。仿真与试验结果表明: 该算法可以有效补偿三维空间测量误差, 在存在不同铁磁性干扰物质时可以有效地消除其影响。

**关键词:** 地磁导航; 三轴磁传感器; 标定; 误差参数估计; 迭代算法

**中图分类号:** TP212.1 **文献标志码:** A

## Research on Tri-Axial Magnetic Sensor Calibration and Measurement Error Compensation Based on Iterative Algorithm

Wang Mengxia<sup>1</sup>, Wu Yifei<sup>1</sup>, Yu Bin<sup>2</sup>

(1. School of Automation, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;

2. Bureau North Electro-Optics Group Co., Ltd, Xi'an 710043, China)

**Abstract:** In the magnetic navigation system, according to the long computation time and big error of the magnetic sensor calibration, an iterative algorithm for tri-axial magnetic sensor calibration and measurement error compensation is put forward. By analyzing the sources of error in tri-axial magnetic sensor in the process of measurement, a parameterized mathematical model comprising sensor's calibrating and measurement error is given. At the same time, this paper analyzes how the process of iterative algorithm is applied to determine the error parameters. Simulation and experimental results show that this algorithm can effectively compensate the three-dimensional measurement error, and also can eliminate influence of the interference caused by the hard magnetic material.

**Keywords:** geomagnetic navigation; tri-axial magnetic sensor; calibration; error parameter estimation; iterative algorithm

### 0 引言

地球磁场是一个矢量场, 是空间位置的函数。理论上, 在近地空间上任意一点都有唯一的磁场矢量与之对应, 这一特性为地磁导航的实现提供了基础。地磁导航具有无电磁信号泄露、隐蔽性好、误差不随时间积累等优点, 是全天候、全地域的导航系统。随着现代科技的进步, 目前地磁传感器具有体积小、能耗低、价格低和易于集成的优点, 因而近年来地磁导航逐渐在国内外得到重视<sup>[1]</sup>。

根据地磁导航原理, 准确快速地测量指定区域内的地磁场强度是进行地磁导航的先决条件, 因此三轴磁传感器的标定与误差补偿是提高测量精度的重要环节。Merago 第一次提出用标准线性最小二乘法来标定和补偿测量值<sup>[2]</sup>, T. Pylvanainen 介绍了一种基于椭球拟合的补偿算法<sup>[3]</sup>。针对地磁导航, 地磁匹配参数为地磁矢量, 上述方法存在需要大量地磁数据导致计算时间过长和误差较大等问题。笔者给出一种可以校准与补偿三轴地磁分量的迭代算

法, 估计最小数目的确定性误差参数, 缩短了计算时间, 提高了计算效率, 使校准与补偿过程更加快速简洁。

### 1 三轴磁传感器误差参数化模型分析

地磁导航中普遍应用三轴磁传感器, 在测量地磁场强度时造成的测量误差大致分 2 类: 1) 由磁传感器生产制造过程中, 受到加工工艺的限制而引起的仪表自身误差; 2) 由载体环境中干扰磁场引起的误差, 包括硬磁误差和软磁误差。这 2 类误差彼此耦合, 共同影响着三轴磁传感器的测量精度。

三轴传感器在载体坐标系下测量误差模型<sup>[4]</sup>:

$$\mathbf{B}_s = \mathbf{S}\mathbf{N}(\mathbf{B} + \mathbf{B}_{hi} + \mathbf{B}_{si}) + \mathbf{b}_s + \mathbf{v} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{B}_s \in R^{3 \times 1}$  表示磁传感器测量的三轴地磁矢量;  $\mathbf{B} \in R^{3 \times 1}$  表示真实的地磁场矢量;  $\mathbf{v} \in R^{3 \times 1}$  表示测量干扰噪声;  $\mathbf{S} \in R^{3 \times 3}$  表示比例因子误差矩阵;  $\mathbf{N} \in R^{3 \times 3}$  表示非正交误差矩阵;  $\mathbf{b}_s \in R^{3 \times 1}$  表示零偏误差;  $\mathbf{B}_{si} \in R^{3 \times 1}$  表示软磁误差;  $\mathbf{B}_{hi} \in R^{3 \times 1}$  表示硬磁误差。

收稿日期: 2014-09-06; 修回日期: 2014-10-20

作者简介: 王萌夏(1989—), 女, 山东人, 在读硕士, 从事导航制导与控制方面研究。

在非理想情况下,传感器的安装与载体坐标系存在微小方位误差,并且传感器本体坐标系的三轴非严格正交。设严格正交坐标系的 3 个轴为  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$ ,传感器 3 个轴为  $OX'$ 、 $OY'$ 、 $OZ'$ ,其中  $OZ$  与  $OZ'$  重合,且面  $YOZ$  与  $YOZ'$  共面, $OY$  轴与  $OY'$  轴的夹角为  $\beta$ , $OX$  轴与  $X'OY'$  平面的夹角为  $\gamma$ , $OX'$  轴在  $XOY$  平面的投影与  $OX$  轴的夹角为  $\alpha$ ,对应关系如图 1 所示。

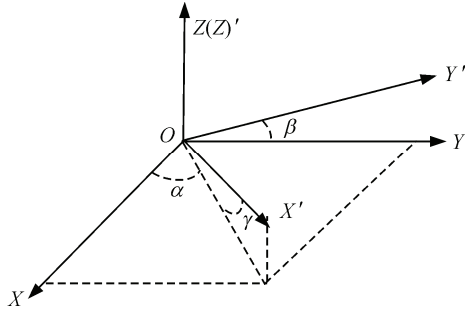


图 1 三轴磁传感器非正交误差关系

根据图 1,非正交误差矩阵  $N$  可表示为

$$N = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

比例因子误差  $S$  为对角矩阵,表示传感器三轴之间存在的微小差异,如三轴之间灵敏度、放大电路特性等不同。零偏误差  $b_s$  表示各轴激励电路的零点漂移,即,在无磁场区域内,各轴输出是一个非零常值。

$B_{hi}$  表示硬磁性材料自身产生的磁场,其强度可认为是不变的,因此在传感器各轴的投影为常值。软磁误差  $B_{si}$  表示在外部磁场激励下,传感器周围的软磁性材料在磁场作用下产生的感应磁场。假设感应磁场分布与激励磁场呈线性关系并无滞后现象,其中比例系数  $C_{si} \in R^{3 \times 3}$  表示软磁性材料的磁化特性,用下式表示:

$$B_{si} = C_{si}(B + B_{hi}) \quad (3)$$

## 2 标定与误差补偿迭代算法

### 2.1 建立迭代参数模型

将三轴传感器误差模型式 (1) 简化为

$$B_s = CB + b \quad (4)$$

式中:

$$\begin{aligned} C &= SN(I_{3 \times 3} + C_{si}), C \in R^{3 \times 3} \\ b &= CB_{hi} + b_s, b \in R^{3 \times 3} \end{aligned} \quad (5)$$

三轴磁传感器标定与误差补偿的最终目的是通

过存在误差的磁传感器测量值  $B_s$  来估计确定性干扰参数  $C$  和  $b$  的值,通过标定与误差补偿来消除传感器自身与载体环境中的确定性干扰,得到补偿后的地磁数据,使磁传感器测量数据更加准确。首先将式 (4) 写成可以用于迭代的形式:

$$B_s = \hat{C}_k \hat{B}_k + \hat{b}_k \quad (6)$$

式中:

$$\hat{C}_k = \hat{C}_0 \prod_{i=0}^{k-1} \tilde{C}_i, \hat{b}_k = \hat{b}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \tilde{b}_i \quad (7)$$

式中: $\hat{B}_k$  为第  $k$  次迭代磁场强度估计值; $\hat{C}_k$ 、 $\hat{b}_k$  为第  $k$  次迭代且迭代算法收敛时的最终估计参数; $\hat{C}_0$ 、 $\hat{b}_0$  为任意迭代初值,这里将其分别设为单位矩阵和零向量; $\tilde{C}_i$ 、 $\tilde{b}_i$  是迭代计算过程中的过渡参数,每次迭代都使估计误差最小。

### 2.2 定义估计误差项

估计误差项定义为

$$E_{k-1} = \hat{B}_{k-1}^T \hat{B}_{k-1} - |B|^2 \quad (8)$$

根据式 (6) 得出第  $k-1$  次迭代磁场强度估计值为

$$\hat{B}_{k-1} = \hat{C}_{k-1}^{-1}(B_s - \hat{b}_{k-1}) \quad (9)$$

若迭代到第  $k$  次时算法收敛,则估计值  $\hat{B}_k$  将收敛于真实值  $B$ ,此时迭代过程结束。因此为构建迭代过程,可将式 (8) 替换为

$$E_{k-1} = \hat{B}_{k-1}^T \hat{B}_{k-1} - \hat{B}_k^T \hat{B}_k \quad (10)$$

并根据式 (6)、式 (7),展开上式可得:

$$E_{k-1} = \hat{B}_{k-1}^T (I - Q_{k-1}) \hat{B}_{k-1} + 2 \hat{B}_{k-1}^T L_{k-1} + \tilde{b}_{k-1}^T \hat{C}_k^{-T} \hat{C}_k^{-1} \tilde{b}_{k-1} \quad (11)$$

式中:

$$Q_{k-1} = \tilde{C}_{k-1}^{-T} \tilde{C}_{k-1}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{k-1(11)} & Q_{k-1(12)} & Q_{k-1(13)} \\ Q_{k-1(12)} & Q_{k-1(22)} & Q_{k-1(23)} \\ Q_{k-1(13)} & Q_{k-1(23)} & Q_{k-1(33)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$L_{k-1} = \tilde{C}_{k-1}^{-T} \hat{C}_k^{-1} \tilde{b}_{k-1} = \begin{bmatrix} L_{k-1(1)} \\ L_{k-1(2)} \\ L_{k-1(3)} \end{bmatrix}$$

在式 (11) 中,总共需估计 9 个参数,其中对称矩阵  $Q_{k-1}$  中有 6 个,列向量  $\tilde{b}_{k-1}$  中有 3 个。当算法最终收敛,即  $\tilde{b}_{k-1}$  趋于零,同时  $\tilde{C}_{k-1}$  趋于单位矩阵时,式 (11) 中的最后一项趋于零。

### 2.3 参数解算

一次迭代过程取  $q$  (大于 9 个) 个连续地磁测量值  $B_s$ , 根据式 (9) 便得到  $q$  个磁场强度估计值, 联立可组成矩阵形式的线性方程, 因此将式 (11) 写成如下形式:

$$A_{k-1} X_{k-1} = E_{k-1}^q \quad (13)$$

$$X_{k-1} = \begin{bmatrix} 1-Q_{k-1(11)} \\ 1-Q_{k-1(22)} \\ 1-Q_{k-1(33)} \\ Q_{k-1(12)} \\ Q_{k-1(13)} \\ Q_{k-1(23)} \\ L_{k-1(1)} \\ L_{k-1(2)} \\ L_{k-1(3)} \end{bmatrix},$$

$$A_{k-1} = \begin{bmatrix} \hat{B}_{1(1)}^2 & \cdots & \hat{B}_{q(1)}^2 \\ \hat{B}_{1(2)}^2 & \cdots & \hat{B}_{q(2)}^2 \\ \hat{B}_{1(2)}^2 & \cdots & \hat{B}_{q(3)}^2 \\ -2\hat{B}_{1(1)}\hat{B}_{1(2)} & \cdots & -2\hat{B}_{q(1)}\hat{B}_{q(2)} \\ -2\hat{B}_{1(1)}\hat{B}_{1(3)} & \cdots & -2\hat{B}_{q(1)}\hat{B}_{q(3)} \\ -2\hat{B}_{1(2)}\hat{B}_{1(3)} & \cdots & -2\hat{B}_{q(2)}\hat{B}_{q(3)} \\ 2\hat{B}_{1(1)} & \cdots & 2\hat{B}_{q(1)} \\ 2\hat{B}_{1(2)} & \cdots & 2\hat{B}_{q(2)} \\ 2\hat{B}_{1(3)} & \cdots & 2\hat{B}_{q(3)} \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

对方程采用最小二乘法求解, 其解为

$$X_{k-1} = (A_{k-1}^T A_{k-1})^{-1} A_{k-1}^T E_{k-1}^q \quad (15)$$

式中  $\hat{B}_{i(j)}$  表示一次迭代中第  $i$  个磁场估计值的第  $j$  个分量,  $A_{k-1}$  的每一行由  $\hat{B}_{i(j)}$  计算得到,  $E_{k-1}^q \in R^{q \times 1}$  每个分量由式 (8) 计算。通过式 (15) 可求出  $Q_{k-1}$  与  $L_{k-1}$  中的 9 个参数, 再根据式 (12) 得到  $\tilde{b}_{k-1}$ 。  $Q_{k-1}$  为半正定对称矩阵, 可特征分解为

$$Q_{k-1} = V D V^T \quad (16)$$

则  $\tilde{C}_{k-1}^{-1} = V \sqrt{D} V^T \quad (17)$

式中:  $D \in R^{3 \times 3}$  为  $Q_{k-1}$  的特征对角矩阵;  $V \in R^{3 \times 3}$  为特征向量矩阵。

当  $\tilde{b}_{k-1}$  趋于零, 同时  $\tilde{C}_{k-1}$  趋于单位矩阵时算法收敛, 迭代过程结束; 当不满足收敛条件时, 重复以上步骤直到算法收敛, 最终根据式 (7) 得到  $C$  与

$b$  的估计值。算法具体流程如图 2 所示。

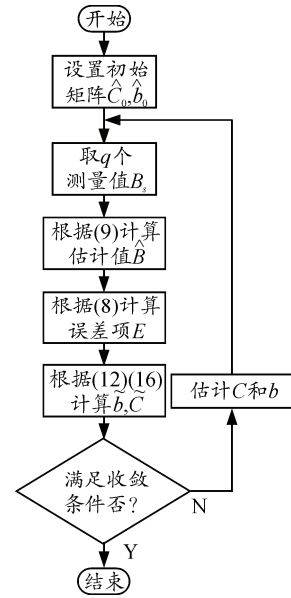


图 2 迭代算法流程

### 3 仿真与实验

在没有外界磁场扰动的理想环境下, 三轴磁传感器测量矢量的幅值等于该位置真实磁场强度, 因此将传感器绕固定圆点任意旋转, 将得到一个以磁场强度幅值为半径的球体; 当存在扰动时, 球体会发生偏移和变形近似为一个椭球体<sup>[5-6]</sup>。

为了验证迭代算法的有效性, 笔者用三轴磁传感器 HMR2300 采集三轴地磁数据, 并利用 Matlab 软件进行迭代数据处理, 直到满足收敛条件。首先将磁传感器置于地磁场稳定区域, 均匀获取三维空间各个方向上的数据, 使用该算法处理数据后可以有效地将畸变的椭球体校正为球体, 如图 3 所示。为进一步验证算法, 任意旋转三轴传感器获取部分方向地磁数据, 经标定与补偿后效果如图 4 所示。

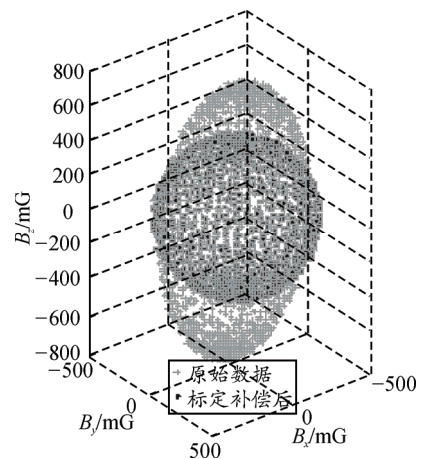


图 3 均匀采样时误差补偿前后对比

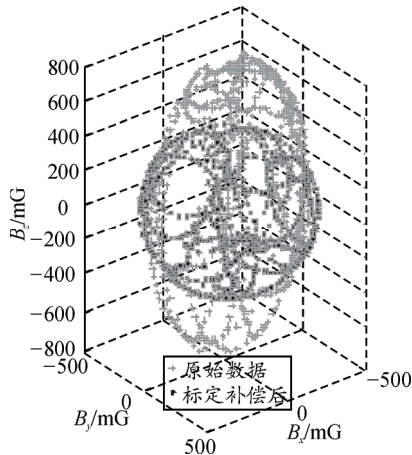


图 4 随机采样时误差补偿前后对比

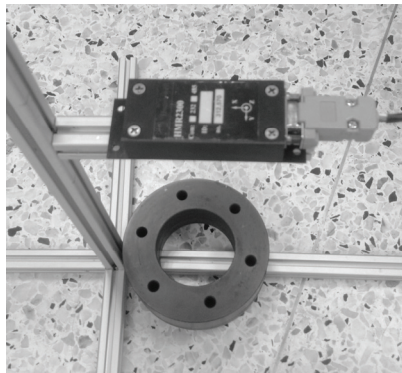


图 5 加入铁磁干扰物质 A 实物图



图 6 加入铁磁干扰物质 B 实物图

为了验证试验效果，在水平面内，加入 2 种铁磁性干扰物质 A、B，其中 A 为圆形铁块，B 为铁板，实物图分别如图 5 和图 6 所示。根据国际地磁参考场模型 (IGRF) 及实验地点的经纬度，计算出水平磁场强度  $|B_h|$  参考值约为 276.67 mG。将三轴传感器放置在距铁磁干扰物质 A、B 不同高度上，以三轴磁传感器中心为转轴旋转以获取平面内水平地磁场数据。进行多组实验后，用文中给出的算法进行标定与误差补偿，并将补偿后水平磁场强度用均值 ( $M$ ) 和均方根误差 (RMSE) 来评价算法性能，结果如

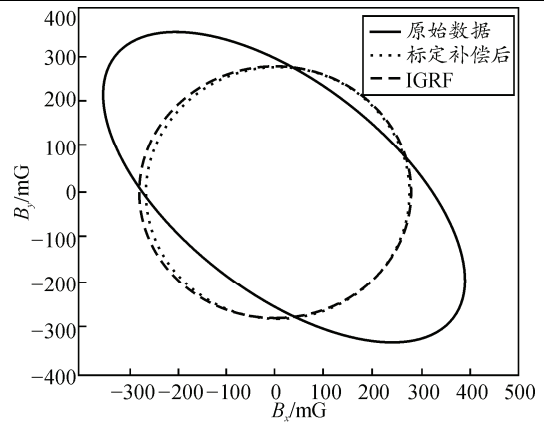
表 1、表 2 所示。表中数据显示，标定与误差补偿之后的水平磁场强度均值与 IGRF 数据接近，均方根误差较小。补偿前后效果图以 0, 10, 60 cm 为代表，其中具有铁磁干扰物质 A 时补偿效果如图 7(a)~(c)所示，具有铁磁干扰物质 B 时补偿效果如图 8(a)~(c)所示。可见在不同干扰情况下，该算法可以有效地标定与补偿误差，处理后的磁场强度与 IGRF 磁场强度拟合得较好。

表 1 距 A 不同高度下补偿后参数统计

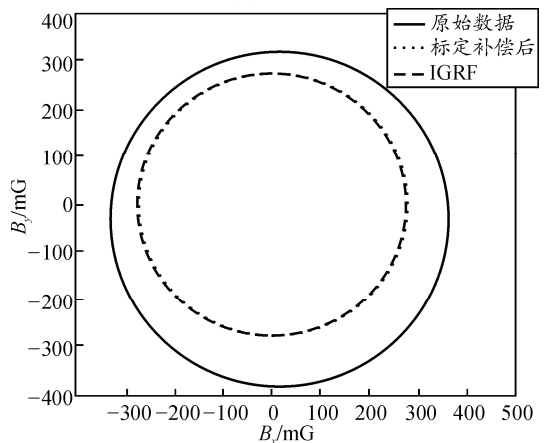
离铁磁物质 A 的距 离/cm	补偿后 $ B_h $ 均 值/mG	补偿后均方根误差 RMSE/mG
0	275.52	0.295 4
5	276.64	0.171 1
10	276.39	0.164 0
20	276.56	0.171 7
30	276.72	0.170 7
40	276.82	0.155 4
50	276.95	0.168 1
60	276.67	0.164 7

表 2 距 B 不同高度下补偿后参数统计

离铁磁物质 B 的距 离/cm	补偿后 $ B_h $ 均 值/mG	补偿后均方根误差 RMSE/mG
0	276.98	0.279 1
5	276.63	0.172 1
10	276.60	0.177 8
20	276.71	0.170 1
30	276.58	0.178 1
40	276.59	0.169 2
50	276.62	0.165 0
60	276.67	0.165 3



(a) 0 cm



(b) 10 cm

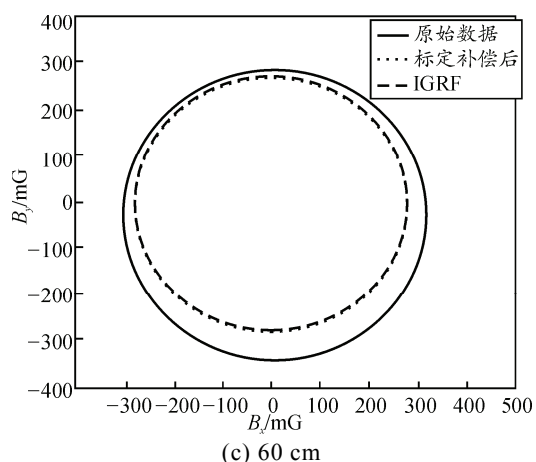


图7 铁磁物质 A 作用下误差补偿前后对比

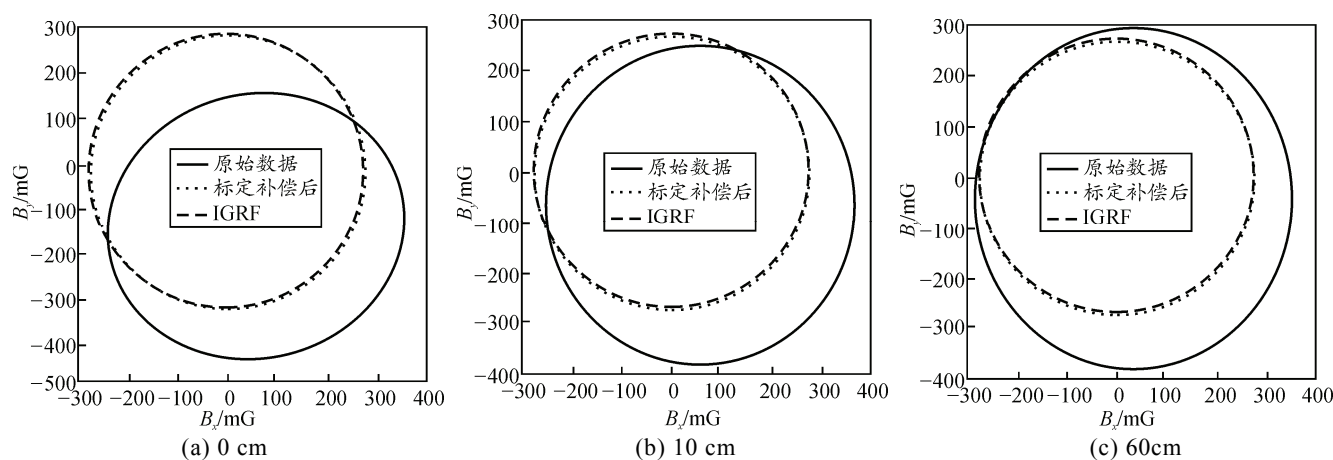


图8 铁磁物质 B 作用下误差补偿前后对比

## 参考文献:

- [1] 寇义民. 地磁导航关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010: 1-13.
- [2] Merayo J, Brauer P, Primdahl F, et al. Scalar calibration of vector magnetometers[J]. Meas. Sci. Technol, 2000, 11(2000): 120-132.
- [3] Pylvanainen T. Automatic and adaptive calibration of 3D field sensors[J]. Appl. Math. Model, 2007, 32(2008): 575-587.
- [4] Valerie Renaudin, Muhammad Haris Afzal, Gerard Lachapelle. Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain[J]. Journal of Sensors, 2010, 10(2010): 1-11.
- [5] 许杨, 石志勇, 杨云涛, 等. 一种基于椭球假设的地磁传感器误差补偿方法[J]. 现代电子技术, 2010, 33(24): 176-179.
- [6] 张华强, 郑宇, 吕清利. 地磁采集系统的数据处理方法[J]. 兵工自动化, 2011, 30(8): 69-71.
- [7] 敬照亮. Matlab 教程与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011: 332.

## 4 结束语

综上所述, 笔者在建立误差源综合参数模型的基础上用迭代算法以保证算法到达稳定收敛时使用尽可能少的测量数据, 来提高传感器标定与误差补偿效率。建立可用于迭代过程的参数模型, 最终用最小二乘法求解 9 个模型参数, 避免了一般求解过程的局限。通过实验验证了该算法在加入铁磁性干扰物体的情况下, 将椭圆较好地拟合成圆形, 证明了算法的有效性。同时该方法对初始值没有限制, 不需要外界基准, 校准过程不依赖于复杂的操作与专业的设备, 易于实现。