

doi: 10.7690/bgzd.2015.04.001

基于 Kalman 滤波算法对运动目标射击研究

段菖蒲¹, 刘琼², 唐克¹

(1. 陆军军官学院炮兵系炮兵教研室, 合肥 230031; 2. 陆军军官学院步兵系军事训练教研室, 合肥 230031)

摘要: 针对传统炮兵对运动目标射击时间长、精度低的问题, 提出采用卡尔曼滤波对目标运动状态进行准确估计。分析卡尔曼滤波算法的特点, 采用预测—更新的递推算法, 以某装甲目标为例求取系统状态估计值, 并对运动目标射击中的应用进行研究。仿真结果表明: 该算法能对目标运动状态进行快速准确的估计, 大大提高炮兵火力反应速度和射击精度, 有效地提高炮兵作战效能。

关键词: 卡尔曼滤波; 目标运动状态; 估计; 预测

中图分类号: TJ303 **文献标志码:** A

Research of Firing at Moving Target Based on Kalman Filtering Algorithm

Duan Changpu¹, Liu Qiong², Tang Ke¹

(1. Staff Room of Artillery, Department of Artillery, Army Officer Academy, Hefei 230031, China;

2. Staff Room of Military Training, Department of Infantry, Army Officer Academy, Hefei 230031, China)

Abstract: Aiming at the shortage of long time and low accuracy of traditional artillery firing at moving target, put forward to make use of Kalman filtering algorithm to estimate the moving target state accurately. Analyze the characteristics of the Kalman filtering algorithm, calculate the estimation of an armored target state by using the predicting-updating recursion algorithm, and study the application of moving target shooting. The result proves that the Kalman filtering algorithm can estimate the moving target state quickly and accurately, makes the speed and accuracy of artillery's firepower greatly improve, raises the weapon system's battle efficiency of artillery effectively.

Keywords: Kalman filtering; moving target state; estimate; predict

0 引言

对运动目标射击就是解决弹丸与目标在空间的相遇问题^[1], 因此准确地预测目标的未来位置, 是弹丸命中目标的关键技术之一, 而准确预测目标未来位置的前提是对目标运动状态的准确估计。以炮兵为例, 传统方法对目标运动状态的估计, 通常是按照一定的时间间隔, 对目标进行标定, 并逐次将目标点定于地图上, 然后连接各目标点并适当延长即为目标的运动方向, 量取任意两目标点的距离除以时间间隔, 即为目标的运动速度, 根据方向和速度, 即可预测目标的未来位置^[2]。该方法的缺点是时间长、精度低, 难以满足现代战争需要。为了改变炮兵对运动目标射击的不足, 笔者探讨了基于 Kalman 滤波算法对目标运动状态的估计, 并进行了仿真计算。

1 目标运动模型

一般来讲, 在整个运动轨迹上, 运动目标的速度及运动方向都是变化的、不均匀的, 因此对完全由敌方控制与操纵目标的运动状态进行估计, 很显

然是有误差的, 甚至会有失败的风险。然而, 从另一角度来看, 敌方目标为了执行既定的任务, 其相应的控制或驾驶策略大都期望它的轨迹服从某种用确定性函数描述的运动规律^[3]。例如, 执行巡航任务的飞机、舰船, 在某个特定速度下的直线运动将能保证它有最大的巡航距离; 行进间的车辆, 坦克的航迹则受到地形、地物与战斗队形的制约。因此, 尽管战场上的情况会千变万化, 但在有限的系统反应时间及弹丸飞行时间内, 目标的任意机动受着地形和动力的限制。所以在许多火控系统中, 为了简化目标运动状态的求解, 通常假定在系统反应时间和弹丸飞行时间内, 目标在运动方向上作匀速直线运动^[1]。

在目标的运动规律中, 除存在的确定性成分外, 还存在随机成分, 即目标的无意机动与有意机动。而且, 对目标的测量, 也存在随机干扰, 在这些随机成分的干扰下, 如何准确估计目标的运动状态? 卡尔曼滤波算法很好地解决了这类问题。

2 卡尔曼滤波算法特点

所谓滤波是求系统状态或信号估计值的方法,

收稿日期: 2014-10-24; 修回日期: 2014-12-10

作者简介: 段菖蒲(1977—), 男, 河南人, 博士, 讲师, 从事炮兵射击指挥研究。

即有包含噪声的测量值、求系统状态或信号的估计值^[4-5]。滤波的方法有很多，有最小二乘法滤波、 α - β - γ 滤波和维纳滤波等。其中最具代表性、最为广泛应用的就是卡尔曼滤波。

卡尔曼滤波算法是以匈牙利数学家卡尔曼的名字命名的一种滤波方法。1960年，他在博士论文《A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems》中，提出了一种递推滤波算法，后称之为卡尔曼滤波。这篇论文发表之后，随着计算机的快速发展，又因其自身的简单性和鲁棒性，卡尔曼滤波在很多领域得到广泛应用。

卡尔曼滤波是一个对动态系统的状态序列进行线性最小方差估计的算法，其基本特点：利用 t_{k-1} （前一时刻）系统状态的估计值 \hat{X}_{k-1} 和 t_k （当前时刻）系统状态的测量值 Z_k ，求当前时刻系统状态的估计值 \hat{X}_k ，如图1所示。

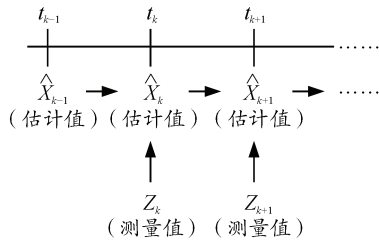


图 1 卡尔曼滤波算法特点

从图1可以看出：卡尔曼滤波不同于维纳滤波和最小二乘法滤波，它只需要存储 t_{k-1} 时刻系统状态的估计值 \hat{X}_{k-1} ，占用内存小，适合于计算机计算，实时性好。

3 卡尔曼滤波算法

3.1 系统模型

卡尔曼滤波算法是由一组基本的数学公式进行描述，实现了一个预测-更新的递推过程。其模型是由离散的状态方程和测量方程组成^[5]。

离散的目标状态方程和测量方程为

$$X_k = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (1)$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k \quad (2)$$

式中： X_k 是 t_k 时刻系统的 n 维状态向量； $k=0, 1, 2, \dots$ ，表示离散时间下标； $\Phi_{k/k-1}$ 为 $n \times n$ 维系统状态转移矩阵，它表明 t_{k-1} 时刻的系统状态是以什么样的规律转移到 t_k 时刻新状态的，简单地说，就是系统的运动规律； Γ_{k-1} 为 $n \times r$ 维系统噪声转移矩阵，说明系统中的噪声干扰是怎样传播的； W_{k-1} 为 r 维向量，表示 t_{k-1} 时刻的系统噪声； Z_k 为 t_k 时刻系统的 m 维

测量向量； H_k 为 $m \times n$ 维测量转换矩阵； V_k 为 t_k 时刻测量噪声。

另外，再对以下符号的含义进行说明：

$\hat{X}_{k/k-1}$ ：验前估值，也叫预测值，它是在 t_{k-1} 时刻，只根据系统转移矩阵外推而得，没有经过测量检验的估值；

\hat{X}_k ：验后估值，也叫状态估计值，它是在 $\hat{X}_{k/k-1}$ 基础上，用新测量值检验后作适当修正后的估值；

X_k ： t_k 时刻的状态真值，不能直接得到，只能靠估计。

3.2 卡尔曼滤波中的假定

假定系统噪声 W_k 、测量噪声 V_k 是不相关的零均值高斯白噪声序列，而且与初始状态 X_0 也互不相关，其统计特性为：

$$\begin{cases} E(W_k) = 0, E(W_k W_j^T) = Q_k \delta_{kj} \\ E(V_k) = 0, E(V_k V_j^T) = R_k \delta_{kj} \\ E(W_k V_j^T) = 0 \\ E[(X_0 - E(X_0)) W_k^T] = E(\Delta X_0 W_k^T) = 0 \\ E[(X_0 - E(X_0)) V_k^T] = E(\Delta X_0 V_k^T) = 0 \end{cases}$$

其中 $\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & (k = j) \\ 0 & (k \neq j) \end{cases}$ 。

初始状态的均值，一般取 $\hat{X}_0 = E(X_0)$ ；初始状态误差的协方差阵 $P_0 = E(\Delta X_0 \Delta X_0^T)$ 。

3.3 系统状态估计值 \hat{X}_k 的求取

求取系统状态估计值 \hat{X}_k ，是由下列公式系递推得到，也即卡尔曼滤波的基本算法。

1) 预测：

$$\hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (3)$$

2) 预测方差：

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (4)$$

3) 最优增益：

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5)$$

4) 滤波：

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \quad (6)$$

5) 估计方差：

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (7)$$

由于卡尔曼滤波算法涉及矩阵理论、随机过程理论等较深的数学知识，对于算法具体公式的推导

文中不做讨论，重点介绍算法的具体流程及每一步的相关含义，其算法流程如图2所示。

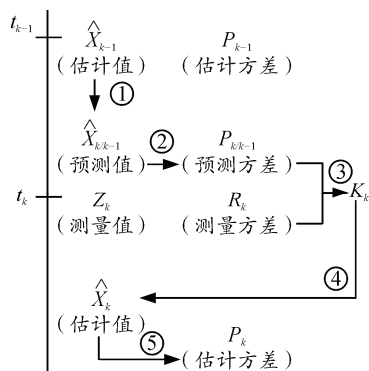


图2 卡尔曼滤波算法流程

为了便于介绍，笔者以某装甲目标为例，假设该装甲目标以匀速直线运动。图中， t_k 是目标的当前时刻， X_k 是当前时刻目标的状态真值， t_{k-1} 是目标的前一时刻， X_{k-1} 是前一时刻目标的状态真值。由于真值无法得到，通常是利用估计值近似的代替真值。假设已知 t_{k-1} 时刻目标状态的估计值 \hat{X}_{k-1} ，用它代替真值 X_{k-1} 。那么就需要考虑，估计值 \hat{X}_{k-1} 是否准确？如果不准确，它与真值 X_{k-1} 的偏离程度是多少？卡尔曼滤波对 \hat{X}_{k-1} 进行了方差分析。方差越小，说明估计值越接近真值，也说明对目标运动状态的估计越准确。

有了 t_{k-1} 时刻目标状态的估计值 \hat{X}_{k-1} ，就可以对 t_k 时刻目标的运动状态进行预测，得到预测值 $\hat{X}_{k/k-1}$ ，这是卡尔曼滤波算法的第1)步——预测。

同样，预测值 $\hat{X}_{k/k-1}$ 是否准确？卡尔曼滤波对 $\hat{X}_{k/k-1}$ 也进行了方差分析，这是卡尔曼滤波算法的第2)步——求预测方差 $P_{k/k-1}$ 。

通过测量系统获得 t_k 时刻目标状态的1个测量值 Z_k ，因为测量也存在噪声干扰，其方差为 R_k ；那么，在 t_k 时刻，目标状态就有2个参考值，一是预测值 $\hat{X}_{k/k-1}$ ，二是测量值 Z_k ，而且这2个值都有偏差，简单地使用哪一个值都不合适。卡尔曼滤波根据 $\hat{X}_{k/k-1}$ 和 Z_k 的方差，进行权重计算。方差大的值，说明其精度低，给它分配的权重小一点，相反，方差小，说明其精度高，就给它分配权重重大一点。这就是卡尔曼滤波算法的第3)步，求增益 K_k 。

通过增益 K_k ，就可以对 $\hat{X}_{k/k-1}$ 和 Z_k 进行处理，从而求 t_k 时刻目标状态的估计值 \hat{X}_k ，这就是卡尔曼滤波算法的第4)步——滤波。

同样，为判断估计值 \hat{X}_k 是否准确，其精度是否满足需要，卡尔曼滤波对 \hat{X}_k 进行了方差分析，这是卡尔曼滤波算法的第5)步——求估计方差 P_k 。

若 \hat{X}_k 的精度不能满足要求，则继续对目标进行测量，并按第1)~5)步的计算过程再次对目标状态进行估计，直至 \hat{X}_k 的精度满足要求为止。

下面，对第5)步，即公式(7)进行分析，可得

$$\frac{P_k}{P_{k/k-1}} = I - K_k H_k \quad (8)$$

若考虑一维的情况，则公式(8)将在 $[0, 1]$ 区间取值，即

$$0 \leq \frac{P_k}{P_{k/k-1}} = I - K_k H_k \leq 1$$

从而有

$$P_k \leq P_{k/k-1} \quad (9)$$

通过公式(9)可以看到：估计方差 P_k 小于预测方差 $P_{k/k-1}$ ，说明在 t_k 时刻，由于新的测量值 Z_k 的加入，使估计值 \hat{X}_k 的精度高于预测值 $\hat{X}_{k/k-1}$ 的精度，那么随着对目标的不断测量，对目标运动状态的估计也会越来越准确。正是由于卡尔曼滤波采用了递推算法，不同时刻的测量值不必存储起来，而是经实时处理提炼成被估计状态的信息，随着滤波次数的增加，提取出的关于系统状态的信息浓度逐渐增加，从而使估计值逐渐接近系统的状态真值。也正是由于卡尔曼滤波算法所具有的其他滤波方法不具备的优点，所以在很多领域得到非常广泛的应用。

4 卡尔曼滤波在对运动目标射击中的应用

某炮兵连奉命对某装甲目标行拦阻射击，激光测距机保障。假设目标以匀速直线向我方向运动，激光测距机对目标进行跟踪测量，观测时间间隔 $\Delta t = 1$ s。

假设初始值为

$$\hat{X}_0 = E(X_0) = \begin{bmatrix} E(x_0) \\ E(\dot{x}_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} E(x_0 x_0) & E(x_0 \dot{x}_0) \\ E(\dot{x}_0 x_0) & E(\dot{x}_0 \dot{x}_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10(\text{km})^2 & 0 \\ 0 & 10(\text{km})^2 \end{bmatrix}$$

测量误差 $\{V_k\}$ 为零均值白噪声序列，且与 x_0 和 \dot{x}_0 不相关。

$$E(V_k V_j^T) = R_k \delta_{kj} = 0.01(\text{km})^2 \delta_{kj}$$

状态噪声为加速度干扰, 即

$$E(W_k W_j^T) = Q_k \delta_{kj} = 0.02 \text{ km} / \text{s}^2 \delta_{kj}$$

观测结果如表 1 所示。

表 1 观测结果 km

k	Z _k	k	Z _k	k	Z _k	k	Z _k
1	5.200	3	5.238	5	5.263	7	5.305
2	5.271	4	5.251	6	5.287	8	5.318

求目标距离和速度的预测值和估计值。

卡尔曼滤波算法适合计算机编程计算, 因此, 采用 Matlab 进行编程计算, 计算结果如图 3、图 4。

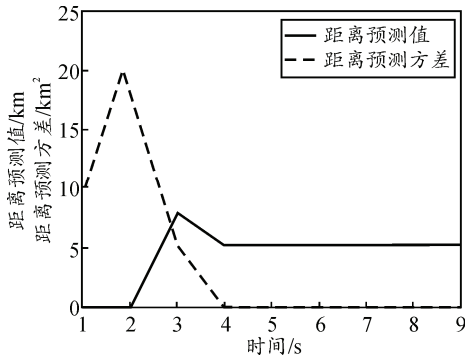


图 3 距离预测值与预测方差

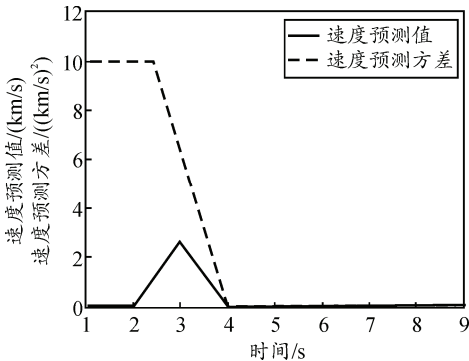


图 4 速度预测值与预测方差

从图 3、图 4 可以看出: 随着对目标测量次数的增多, 测量值的不断更新, 距离预测方差和速度预测方差逐渐减小, 当距离预测方差趋于稳定时, 对距离的预测值也趋于稳定。同样, 速度预测方差稳定时, 速度预测值也趋于稳定。

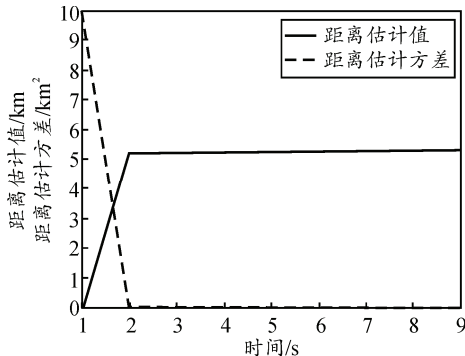


图 5 距离估计值与估计方差

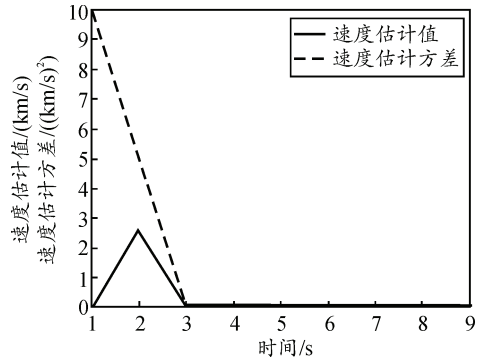


图 6 速度估计值与估计方差

同样, 从图 5、图 6 可以看出: 随着测量值的不断更新, 距离估计方差、速度估计方差都随之减小, 当距离估计方差趋于稳定时, 距离估计值也趋于稳定。对目标速度的估计值也同样如此。

为了更直观观察预测值与估计值的变化规律, 对目标的距离和速度的预测值、估计值、预测方差和估计方差分别进行综合比较, 结果如图 7、图 8。

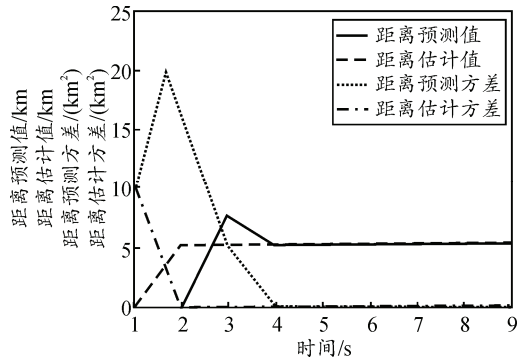


图 7 距离预测值、估计值、预测方差和估计方差

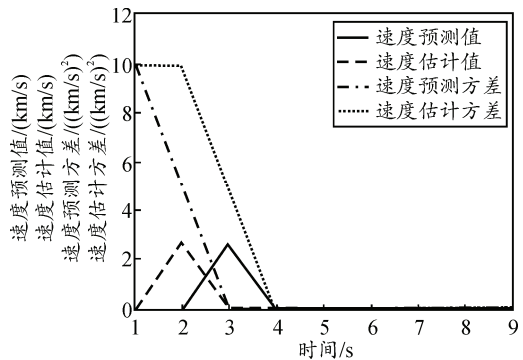


图 8 速度预测值、估计值、预测方差和估计方差

从图 7、图 8 可以看出: 距离上, 当预测方差与估计方差都达到稳定状态时, 距离的预测值与估计值几乎完全一致。速度上同样如此。

从以上计算结果可以得出: 当对机动目标进行短时间的跟踪瞄准之后, 当预测方差和估计方差都趋于稳定时, 就可以准确估计出目标当前时刻的运动状态。