

doi: 10.7690/bgzd.2015.05.011

SINS/GPS 组合导航卡尔曼滤波算法研究

牛强军¹, 张 潮², 苏登辉²

(1. 空军第一航空学院, 河南 信阳 464000; 2. 郑州大学, 郑州 450000)

摘要: 针对单独使用某一种的导航设备都无法满足机载火控系统和飞行系统要求的问题, 推导出 SINS/GPS 组合导航中的一种新的卡尔曼滤波算法。将有色噪声的白化处理引入到卡尔曼滤波器, 设计了一套动态车载组合导航试验系统, 给出了基于有色噪声白化的卡尔曼滤波器算法的具体步骤, 以动态车载 SINS/GPS 组合导航系统试验的数据分析验证了此算法的正确性和合理性。分析结果表明: 基于有色噪声白化的卡尔曼滤波器可以很好地解决有色噪声的影响, 弥补了传统卡尔曼滤波器的不足, 提高了导航结果的精确度。

关键词: 惯性导航; 组合导航; 卡尔曼滤波; 数据融合; 有色噪声

中图分类号: TJ861 **文献标志码:** A

Research on SINS/GPS Integrated Navigation Kalman Filter Algorithm

Niu Qiangjun¹, Zhang Chao², Su Denghui²

(1. The First Aeronautical College of Air Force, Xinyang 464000, China;

2. Zhengzhou University, Zhengzhou 450000, China)

Abstract: Aiming at that single use of any kind of navigation equipment will not meet requirement of airborne fire control system and flight system, deduce a new Kalman filter algorithm of SINS/GPS integrated navigation. Introduce albinism processing of colored noise into Kalman filter, design a dynamic vehicle integrated navigation test system, put forwards the steps of Kalman filter algorithm based on colored noise albinism, use dynamic vehicle SINS/GPS integrated navigation system test data analysis to validate correctness and rationality of algorithm. The analyse results show that, Kalman filter which based on colored noise albinism make up for the deficiency of traditional Kalman filter, and improve the accuracy of navigation result.

Keywords: inertial navigation; integrated navigation; Kalman filter; data fusion; colored noise

0 引言

现代飞机上装载了较多的导航设备, 这些导航设备都有各自的优点并存在一些不足。任一导航设备都无法单独使用来满足机载火控系统和飞行系统对导航系统的要求。因此, 对导航设备的测量值进行数据融合, 充分发挥各个设备优势的同时尽量避免它们的缺点, 从而设计出可靠性高、容错力强的组合导航系统^[1]。惯性导航系统(inertial navigation system, INS)抗干扰能力强, 隐蔽性好, 提供的导航信息完备且数据更新频率快^[2], 但加速度计和陀螺仪漂移产生的误差会随着时间而增加, 导致惯性导航系统的误差越来越大, 无法满足长时间飞行的导航需求。全球定位系统(global positioning system, GPS)具有定位精度高、全天候、全球性等特点, 但其抗干扰能力差, 在有遮挡物的情况下信号会中断, 信号的保密能力性能差, 数据更新率低。

卡尔曼滤波是一种在白噪声下的时域递推最小均方差估计方法。传统卡尔曼滤波器的系统噪声和

量测噪声均假设为零均值的高斯白噪声, 而在实际应用中, 系统噪声和量测噪声存在有色噪声。如果将有色噪声看作成白噪声进行传统卡尔曼滤波处理, 会对导航定位结果产生不良影响, 降低结果的精确度^[3]。因此, 笔者提出一种基于色噪声进行白化处理的卡尔曼滤波器。

1 卡尔曼滤波

卡尔曼滤波是一种离散线性递推的最优估计算法^[4]。其系统动态模型为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k &= H_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k-1}$ 分别为 $k, k-1$ 时刻的状态矢量; $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵; \mathbf{Z}_k 为量测矢量; H_k 为量测阵; \mathbf{W}_{k-1} 为状态噪声, 其协方差矩阵为 \mathbf{Q} ; \mathbf{V}_k 为量测噪声矩阵, 其协方差矩阵为 \mathbf{R}_k 。

若量测噪声和系统噪声为高斯白噪声, 则 \mathbf{X}_k

收稿日期: 2014-12-23; 修回日期: 2015-02-05

作者简介: 牛强军(1969—), 男, 河南人, 硕士生导师, 副教授, 从事导航多源信息融合、飞行器制导、测试性技术研究。

的估计 \hat{X}_k 可表示^[5]为:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \\ P_{k,k-1} &= \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k,k-1}^T \\ \hat{X}_k &= \hat{X}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k [Z_k - H_k \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1}] \\ \mathbf{K}_k &= P_{k,k-1} H_k^T (H_k P_{k,k-1} H_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ P_k &= (I - \mathbf{K}_k H_k) P_{k,k-1}\end{aligned}\quad (2)$$

式(2)即为卡尔曼滤波器的基本方程。其中 P_k 为滤波误差方差矩阵; \mathbf{K}_k 为增益矩阵。在初始状态 \hat{X}_0 和 P_0 已知的情况下, 结合上述式子, 通过 k 时刻的量测值 Z_k 可以求出 k 时刻的状态估计 \hat{X}_k 。

2 基于有色噪声的卡尔曼滤波

上述传统卡尔曼滤波器的系统噪声和量测噪声均假设为零均值的高斯白噪声, 而在实际应用中, 系统噪声和量测噪声存在有色噪声。由于在导航应用领域, 噪声的相关性较强^[6], 如果把系统噪声和量测噪声简单地看成高斯白噪声进行处理, 会使滤波器的效果显著降低, 所以在系统建模时有必要考虑有色噪声。若式(1)中量测噪声为高斯白噪声而系统噪声 W_{k-1} 为有色噪声, 则可表示^[7]为

$$W_k = \Omega_{k,k-1} W_{k-1} + \varepsilon_{k-1} \quad (3)$$

其中 ε_{k-1} 为零均值白噪声。

将 W_{k-1} 也列为系统状态, 则扩增后的系统方程和量测方程为

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} X_k \\ W_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi_{k,k-1} & \Gamma_{k-1} \\ 0 & \Omega_{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1} \\ W_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \varepsilon_{k-1} \\ Z_k &= [H_k \ 0] \begin{bmatrix} X_{k-1} \\ W_{k-1} \end{bmatrix} + V_k\end{aligned}\quad (4)$$

即

$$\begin{aligned}X_k^a &= \Phi_{k,k-1}^a X_{k-1}^a + \Gamma_{k-1}^a W_{k-1}^a \\ Z_k &= H_k^a X_k^a + V_k\end{aligned}\quad (5)$$

式中 W_{k-1}^a 与 V_k 仍为均值为零的高斯白噪声, 满足卡尔曼滤波器的基本要求。

若式(1)中系统噪声为高斯白噪声而量测噪声 V_k 为有色噪声, 则可表示为

$$V_k = \Upsilon_{k,k-1} V_{k-1} + \delta_{k-1} \quad (6)$$

其中 δ_{k-1} 为零均值白噪声, 代入到式(1)的 $k+1$

时刻,

$$\begin{aligned}Z_{k+1} &= H_{k+1} X_{k+1} + V_{k+1} = \\ & (H_{k+1} \Phi_{k+1,k} - \Upsilon_{k+1,k} H_k) X_k + \\ & \Upsilon_{k+1,k} Z_k + H_{k+1} \Gamma_k W_k + \delta_k\end{aligned}\quad (7)$$

则量测方程可写为

$$Z_k^b = H_k^b X_k + V_k^b \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned}Z_k^b &= Z_{k+1} - \Upsilon_{k+1,k} Z_k \\ H_k^b &= H_{k+1} \Phi_{k+1,k} - \Upsilon_{k+1,k} H_k \\ V_k^b &= H_{k+1} \Gamma_k W_k + \delta_k\end{aligned}\quad (9)$$

式中 V_k^b 的期望和方差分别为:

$$\begin{aligned}E[V_k^b] &= H_{k+1} \Gamma_k E[W_k] + E[\delta_k] \\ E[V_k^b V_j^b] &= E[(H_{k+1} \Gamma_k + \delta_k)(H_{j+1} \Gamma_j + \delta_j)] = \\ & (H_{k+1} \Gamma_k Q_k H_{j+1}^T \Gamma_j^T + \mathbf{R}_k) \Theta_{kj}\end{aligned}\quad (10)$$

故 V_k^b 为均值为零的白噪声。

若系统噪声与量测噪声均为有色噪声, 则式(7)可表示为

$$\begin{aligned}Z_{k+1} &= H_{k+1}^a X_{k+1}^a + V_{k+1} = \\ & (H_{k+1}^a \Phi_{k+1,k}^a - \Upsilon_{k+1,k} H_k^a) X_k^a + \\ & \Upsilon_{k+1,k} Z_k + H_{k+1}^a \Gamma_k^a W_k^a + \delta_k\end{aligned}\quad (11)$$

即

$$Z_k^c = H_k^c X_k^a + V_k^c \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned}Z_k^c &= Z_{k+1} - \Upsilon_{k+1,k} Z_k \\ H_k^c &= H_{k+1}^a \Phi_{k+1,k}^a - \Upsilon_{k+1,k} H_k^a \\ V_k^c &= H_{k+1}^a \Gamma_k^a W_k^a + \delta_k\end{aligned}\quad (13)$$

此时系统噪声 W_k^a 与量测噪声 V_k^b 相关

$$\begin{aligned}E[W_k^a V_j^c] &= E[W_k^a (H_{k+1}^a \Gamma_k^a W_k^a + \delta_k)^T] = \\ & H_{k+1}^a \Gamma_k^a Q_k^T W_k^a + \delta_k\end{aligned}\quad (14)$$

即

$$S_k = H_{k+1}^a \Gamma_k^a W_k^a + \delta_k$$

当系统噪声 W_k^a 与量测噪声 V_k^b 相关时, X_k 的估计 \hat{X}_k 可表示为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1}^a &= \Phi_{k+1,k}^a \hat{X}_k^a + K_{k+1}^c (Z_k^c - H_k^c X_k^a) \\ K_{k+1}^c &= (\Phi_{k+1,k}^a P_k^c H_k^{cT} + \Gamma_k^a S_k) (H_k^c P_k^c H_k^{cT} + R_k^c)^{-1} \\ P_{k+1}^c &= \Phi_{k+1,k}^a P_k^c \Phi_{k+1,k}^{aT} + \Gamma_k^a Q_k^a \Gamma_k^{aT} - \\ &K_{k+1}^c (H_k^c P_k^c \Phi_{k+1,k}^{aT} + S_k^T \Gamma_k^a) \end{aligned} \quad (15)$$

由式 (15) 可以看出：若要估计出 $k=1$ 时刻的估计值，则需要 $k=0$ 时刻的观测值，因此可利用 Z_0 来估计 X_0

$$\hat{X}_0 = E^* [X_0 / Z_0] = m_{X_0} + C_{X_0 Z_0} C_{Z_0}^{-1} (Z_0 - m_{Z_0}) \quad (16)$$

由式 (1) 可知

$$\begin{aligned} C_{X_0 Z_0} &= E \left[(X_0 - m_{X_0}) (H_0 X_0 + V_0 - H_0 m_{X_0})^T \right] = \\ &E \left[(X_0 - m_{X_0}) (X_0 - m_{X_0})^T H_0^T \right] + E \left[(X_0 - m_{X_0}) V_0^T \right] \end{aligned} \quad (17)$$

由于 V_0 与 X_0 不相关，则

$$\begin{aligned} C_{X_0 Z_0} &= C_{X_0} H_0^T \\ C_{Z_0} &= E \left[(H_0 X_0 + V_0 - H_0 m_{X_0}) (H_0 X_0 + V_0 - H_0 m_{X_0})^T \right] = \\ &H_0 C_{X_0} H_0^T + R_0 \end{aligned} \quad (18)$$

所以

$$\begin{aligned} \hat{X}_0 &= m_{X_0} + C_{X_0} H_0^T (H_0 C_{X_0} H_0^T + R_0)^{-1} (Z_0 - H_0 m_{X_0}) \\ P_0 &= E [\tilde{X}_0 \tilde{X}_0^T] = E \left[(X_0 - \hat{X}_0) (X_0 - \hat{X}_0)^T \right] = \\ &C_{X_0} - C_{X_0} H_0^T (H_0 C_{X_0} H_0^T + R_0)^{-1} H_0 C_{X_0} \end{aligned} \quad (19)$$

上述算法可将有色的量测噪声和系统噪声进行白化处理，避免了有色噪声对系统的影响，提高了导航定位的精度，但滤波器的维数将会增加且每次滤波都需要计算 H_k^c 、 R_k^c 和 S_k ，使得计算量增大。此外与传统卡尔曼滤波器相比，滤波初始值也必须通过计算得到。

3 试验与分析

为了实际测试基于有色噪声处理的卡尔曼滤波器性能，笔者进行了组合导航系统的动态车载试验。首先将导航设备固定安装在汽车内，使导航设备与汽车连为一体。随着汽车的行驶，导航设备可测出汽车的加速度、速度、经度、纬度及高度等导航信息并通过 RS232 串口发送至上位机并保存，在上位机上利用 Matlab 编写相应程序对测得的导航数据进行处理。汽车行进路线为：琴桥→沿河大道北路→民桥→沿河大道南路→琴桥。在 Google Erath 上沿着上述路径每过一小段距离选取一个点并记录下经度和纬度^[8]，将导航设备收集的数据分别用传统卡尔曼滤波器与基于有色噪声的卡尔曼滤波器分别处理，所得经纬度结果与从 Google Earth 的结果进行比较，限于篇幅，将结果部分放大显示，如图 1 所示。

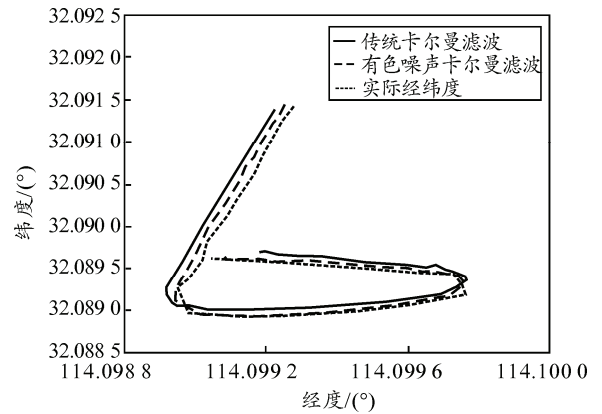


图 1 滤波结果比较

从图 1 可以看出：基于有色噪声的卡尔曼滤波有效地抑制了有色噪声对滤波结果的影响，使导航输出更加接近真实值，提高了定位的精度。此外，为了更加准确地验证参数的可靠性，在路过部分地标时记录了惯性导航系统时标的时间数据，并将记录的时间点的导航数据与 Google Earth 中的信息进行比对，其结果为 Google Earth 数据与滤波器输出数据之差，单位为度 ($0.000\ 01^\circ \approx 1\text{ m}$)，如表 1。

表 1 滤波器误差对比 (°)

地点	基于有色噪声卡尔曼滤波器误差		传统卡尔曼滤波器误差	
	经度	纬度	经度	纬度
琴桥南	0.000 05	-0.000 07	0.000 11	-0.000 12
琴桥北	0.000 07	-0.000 08	0.000 12	-0.000 14
琴桥转盘	0.000 06	-0.000 05	0.000 14	-0.000 13
民桥北	0.000 05	-0.000 06	0.000 11	-0.000 11
民桥南	0.000 06	-0.000 06	0.000 13	-0.000 12

4 结论

笔者分析并指出了传统的卡尔曼滤波器在组合导航系统中的不足，把有色噪声的白化处理引入到卡尔曼滤波器，提出了基于有色噪声处理的卡尔曼滤波算法，并给出了基于有色噪声白化的卡尔曼滤波器算法的具体步骤，以动态车载试验数据分析例证了此算法的正确性和合理性。分析结果表明：基于有色噪声白化的卡尔曼滤波器可以很好地解决有色噪声的影响，弥补了传统卡尔曼滤波器的不足，提高了导航结果的精确度。

参考文献：

[1] 刘建业, 袁信, 孙永荣. 惯性组合导航系统的融合技术研究[J]. 南京航空航天大学学报, 1997, 29(4): 372-377.

(上接第 37 页)

表 1 3 种算法平均运算时间比较 s

视频序列	IVT	L ₁	Our method
shaking	0.28	0.95	0.03
singer	0.41	1.03	0.05
Deer	0.32	0.75	0.04

文中算法与文献[7,11]等提出的跟踪方法基本相同，3 篇文章所采用的测试条件，设置的参数都基本是一致的，其跟踪效果也一致，不同之处在于笔者在运算过程中进行了加速。文献[7]中的算法在近似条件下的运算速度为每帧 0.5 s，基于元样本稀疏表示的目标跟踪算法^[11]对类似图像运算的平均速度为每帧 0.4 s，而文中加速后的运算速度约是前者的 10 余倍，加速效果明显。

5 结束语

笔者针对 PCA-L₁ 算法的运算瓶颈，在计算粒子观测概率时应用、改进了 BPR 方法；引进了 APG 快速计算方法，加快了求解 L₁ 范数最小化的过程。通过强光干扰、目标姿态变化和相似目标干扰等条件下典型目标视频图像序列测试，表明该方法在保证较高跟踪稳定性的同时，跟踪速度也显著提高，并提高了该方法跟踪的实时性和工程应用价值。

参考文献：

[1] David A Ross, Lim Jongwoo, Lin Ruei-Sung, et al. Incremental learning for robust visual tracking[J]. International Journal of Computer Vision, 2008, 77(1-3): 125-141.

[2] 王博, 李一兵, 吴必富. SINS/GPS/TACAN 组合导航的联邦卡尔曼滤波方法[J]. 电讯技术, 2008, 48(3): 49-52.

[3] Yang Yuaxi, He Haibo, Xu Guochang. Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning [J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2/3): 109-116.

[4] 袁克非. 组合导航系统多源信息融合关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012: 86-87.

[5] 罗建军, 马卫华, 袁建平. 组合导航原理与应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2012: 114-115.

[6] Petovello M G, O'Keefe K, Lachapelle G. Consideration of Time-correlated Errors in a Kalman Filter Applicable to GNSS[J]. Journal of Geodesy, 2009, 83: 51-56.

[7] 秦永元. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998: 69-77.

[8] 蔡劲伟. 无人飞行器组合导航系统设计与实现研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012: 53-54.

[2] Scholkopf B, Smola A, Mülle K R r. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem[J]. Neural Comput, 1998, 10(5): 1299-1319.

[3] Xue Mei, Ling HaiBin. Robust Visual Tracking Using L1 Minimization[C]//Proc of IEEE International Conference on Computer Vision, Kyoto, Japan: IEEE Press, 2009: 1436-1443.

[4] Kwak N. Princplal component analysis based on L1-norm maximization[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(9): 1672-1680.

[5] Xue Mei, Ling HaiBin. Robust visual tracking and vehicle classification via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33(11): 2259-2272.

[6] Xue M, Ling H B, Wu Y, et al. Minimum error bounded efficient zltracker with occlusion detection[C]// Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 2011: 1257-1264.

[7] Wang Dong, Lu Huchuan, Yang Minghsuan. Online object tracking with sparse prototypes[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013 22(9): 314-326.

[8] 卢伟, 袁广林, 薛模根, 等. L₁ 范数最大化主分量分析视觉跟踪[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2013, 25(9): 1392-1398.

[9] Tseng P. On accelerated proximal gradient methods for convex-concave optimization[J]. SIAM J on Opti, 2008, 1120-11128.

[10] Shen Zuwei, Toh Kim-Chuan, Yun Sangwoon. An accelerated proximal gradient algorithm for frame based image restorations via the balanced approach[J]. SIAM J. Imaging Sciences, 2011(4): 573-596.

[11] 张英, 樊亚翔, 孙浩, 等. 基于元样本稀疏表示的目标跟踪算法[J]. 重庆理工大学学报, 2014, 28(1): 91-95.